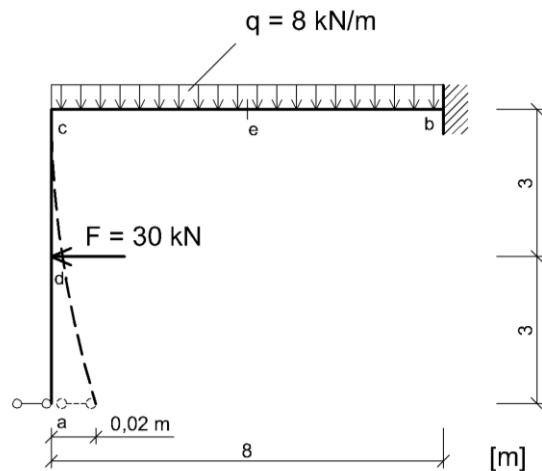




Obr.: Model konstrukce a zatížení

Příklad č. 9 – Staticky neurčitý rám

Zadání

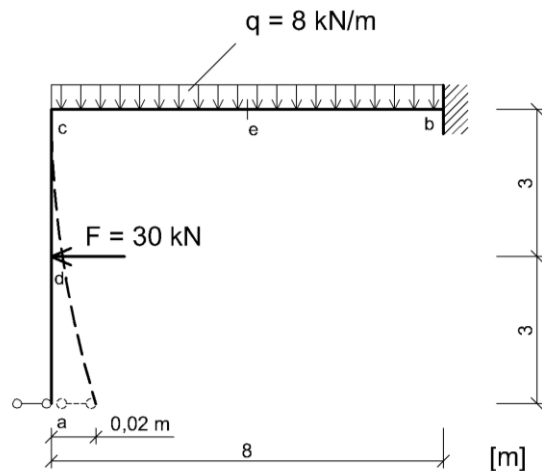
Vykreslete průběhy vnitřních sil na staticky neurčité konstrukci zatížené silovým zatížením a posunem podpory podle obrázku. Použijte silovou metodu.

Průřez je z ocelového válcovaného profilu $I300$. Jeho charakteristiky ($E = 210 \text{ GPa}$, $I = 97,9 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$) jsou konstantní na celé konstrukci. Zanedbejte práci normálových a posouvajících sil.

Řešení

Určete stupeň statické neurčitosti konstrukce:

$$s = (1)$$

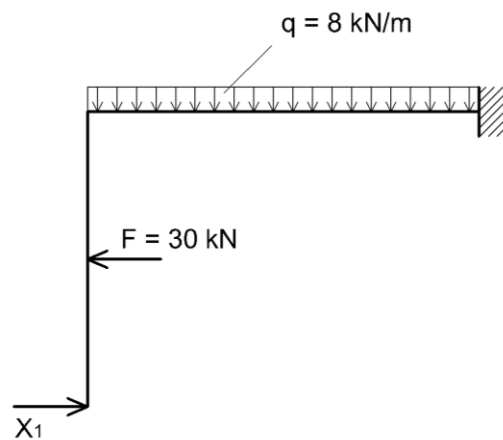


Obr.: Model konstrukce a zatížení

Konstrukce je jedenkrát staticky neurčitá. Bude řešena silovou metodou. Základní soustava se vytvoří odebráním jedné vazby. Vzhledem k deformačnímu zatížení bude odebrána vazba proti vodorovnému posunu v bodě a . Deformační podmínka bude zahrnovat předepsaný vodorovný posun v bodě a $\bar{u}_a$.

$$u_a = \delta_1 = \bar{u}_a$$

Nakreslete základní staticky určitou soustavu s jejím zatížením.



Obr.: Základní staticky určitá soustava

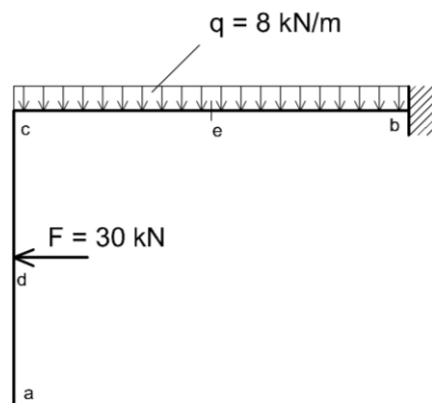
Zatěžovací stav 0: původní zatížení

Určete ohybové momenty:

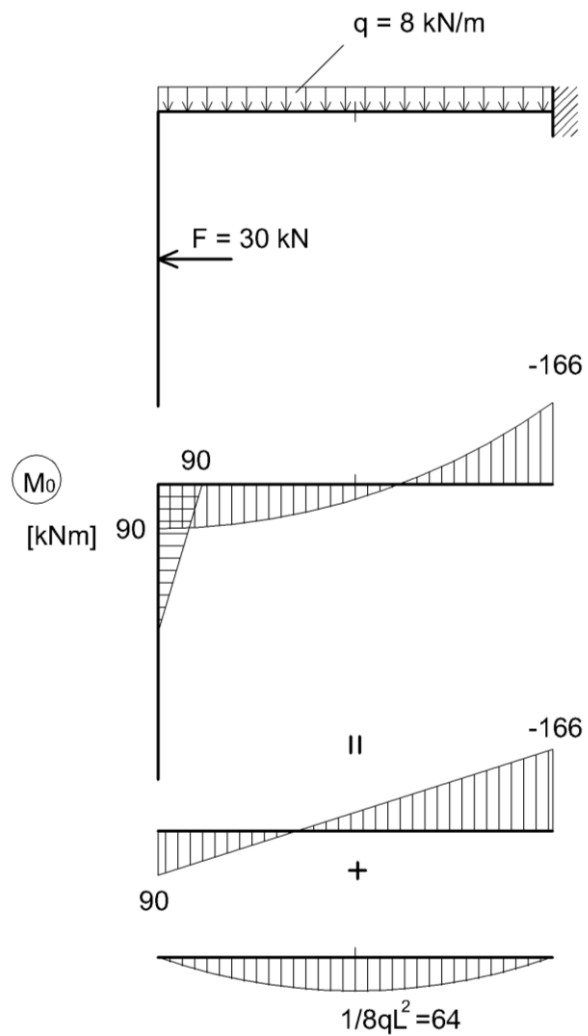
$$M_d = (0) [\text{kNm}]$$

$$M_c = (90) [\text{kNm}]$$

$$M_b = (-166) [\text{kNm}]$$



Obr.: Základní staticky určitá soustava zatížená původním zatížením



Zatěžovací stav 0: původní zatížení

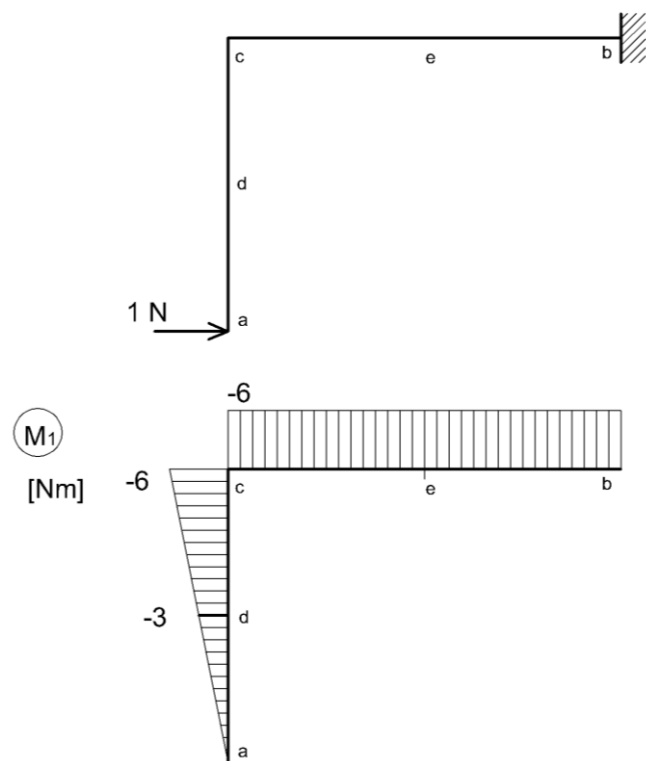
Ohybové momenty:

$$M_d = 0 \text{ kNm}$$

$$M_c = F \cdot 3 = 90 \text{ kNm}$$

$$M_b = F \cdot 3 - q \cdot \frac{L_{cb}^2}{2} = -166 \text{ kNm}$$

Obr.: Základní staticky určitá soustava zatížená původním zatížením –
Průběhy momentů



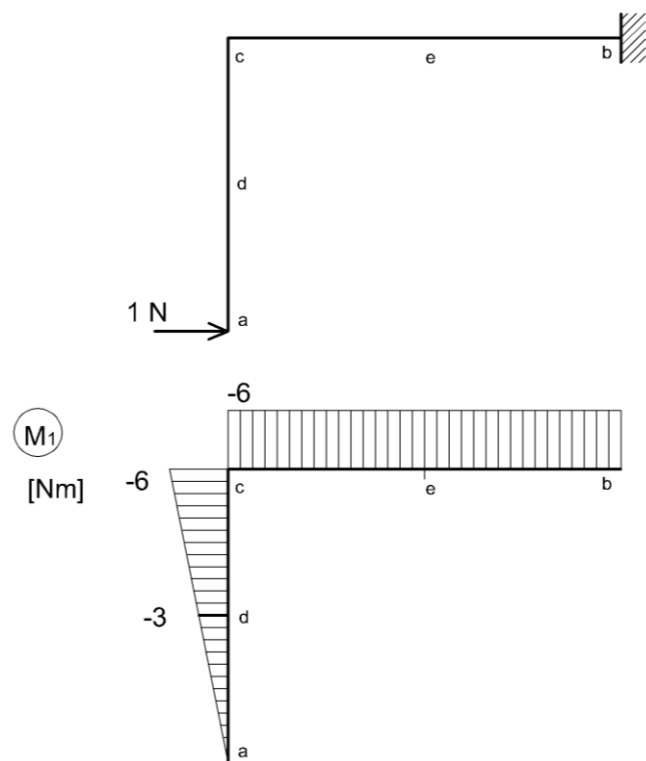
Obr.: Zatížení základní soustavy jednotkovou silou ve směru X_1 a odpovídající ohybové momenty

Zatěžovací stav 1 – Jednotková síla ve směru neznámé síly X_1

Určete ohybové momenty:

$$M_c = (-6)[\text{Nm}]$$

$$M_b = (-6)[\text{Nm}]$$

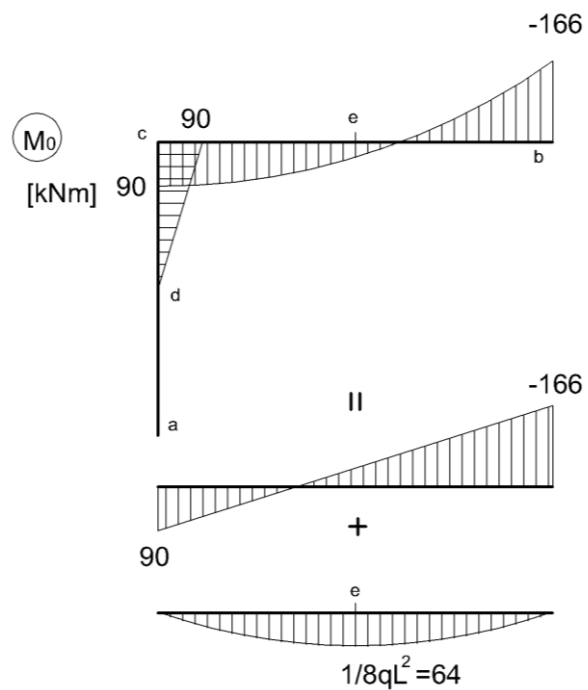


Obr.: Zatížení základní soustavy jednotkovou silou ve směru X_1 a odpovídající ohybové momenty

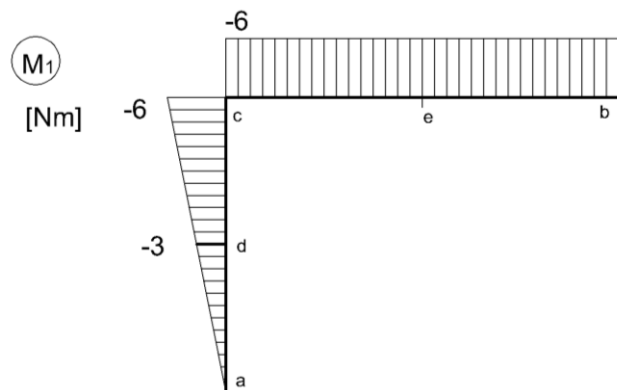
Zatěžovací stav 1 – Jednotková síla ve směru neznámé síly X_1

$$M_c = -1 \cdot 6 = -6 \text{ Nm}$$

$$M_b = -1 \cdot 6 = -6 \text{ Nm}$$



Obr.: Základní staticky určitá soustava zatížená původním zatížením –
Průběhy momentů



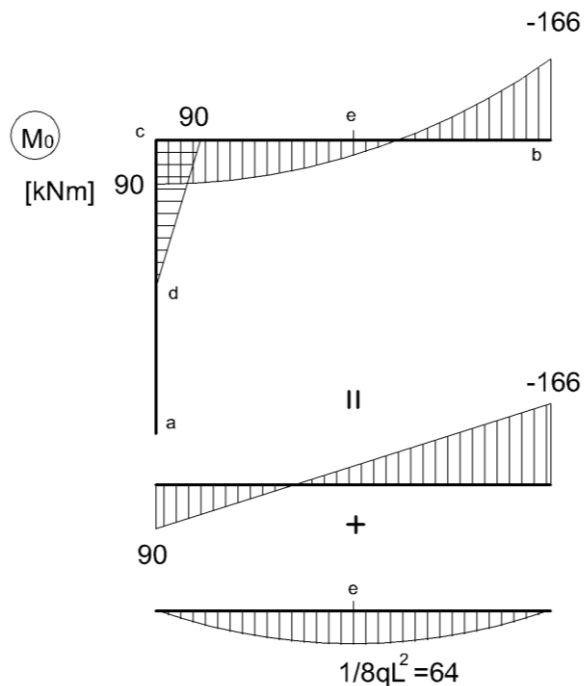
Obr.: Zatížení základní soustavy jednotkovou silou ve směru X_1 - ohybové
momenty

Výpočet přemístění

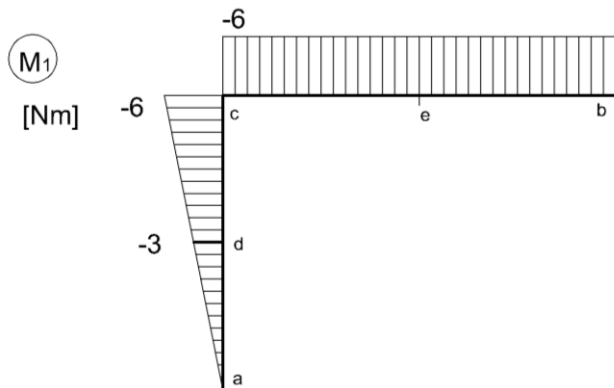
Určete přemístění

$$\delta_{10} = (-0,043738)$$

$$\delta_{11} = (17,5106e-6)$$



Obr.: Základní staticky určitá soustava zatížená původním zatížením –
Průběhy momentů



Obr.: Zatížení základní soustavy jednotkovou silou ve směru X_1 - ohybové
momenty

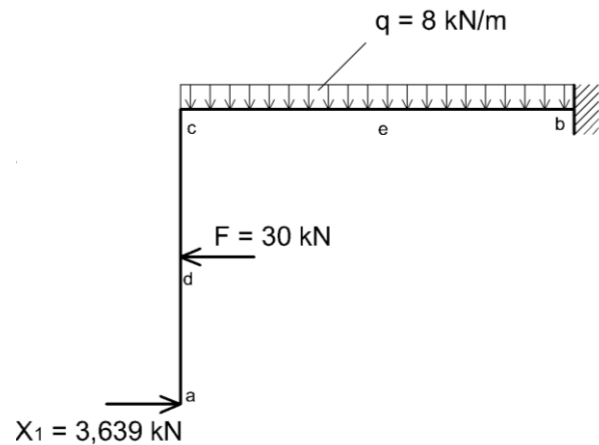
Výpočet přemístění

$$\begin{aligned}\delta_{10} &= \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{6} M_{c,0} \cdot (M_{d,1} + 2 \cdot M_{c,1}) \cdot L_{dc} + \frac{1}{2} M_{c,1} \cdot (M_{c,0} + M_{b,0}) \cdot L_{cb} \right. \\ &\quad \left. + \frac{2}{3} M_{e,0} \cdot M_{c,1} \cdot L_{cd} \right] \\ &= \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{6} \cdot (90 \cdot 10^3) \cdot ((-3) + 2 \cdot (-6)) \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot (-6) \cdot (90 \cdot 10^3 + (-166 \cdot 10^3)) \cdot 8 \right. \\ &\quad \left. + \frac{2}{3} \cdot 64 \cdot 10^3 \cdot (-6) \cdot 8 \right] \\ &= \frac{-899000}{210 \cdot 10^9 \cdot 97,9 \cdot 10^{-6}} = -0,043738\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta_{11} &= \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{3} M_{c,1} M_{c,1} L_{ac} + M_{c,1} M_{c,1} L_{cd} \right] = \\ &= \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{3} \cdot (-6) \cdot (-6) \cdot 6 + (-6) \cdot (-6) \cdot 8 \right] \\ &= \frac{360}{210 \cdot 10^9 \cdot 97,9 \cdot 10^{-6}} = 17,5106 \cdot 10^{-6}\end{aligned}$$

Sestavte kanonickou rovnici a určete neznámou sílu X_1

$$X_1 = (3,639) [\text{kN}]$$



Obr.: Výsledné zatížení základní staticky určité soustavy

Kanonická rovnice – deformační podmínka

$$\delta_{10} + \delta_{11} X_1 = 0,02$$

$$-0,043738 + 17,5106 \cdot 10^{-6} \cdot X_1 = 0,02$$

Řešení

$$X_1 = 3639,39 = 3,639 \text{ kN}$$

Výpočet výsledných vnitřních sil

Určete vnitřní síly:

$$N_{cb} = (26,361) [\text{kN}]$$

$$V_{ad} = (-3,639) [\text{kN}]$$

$$N_{dc} = (26,361) [\text{kN}]$$

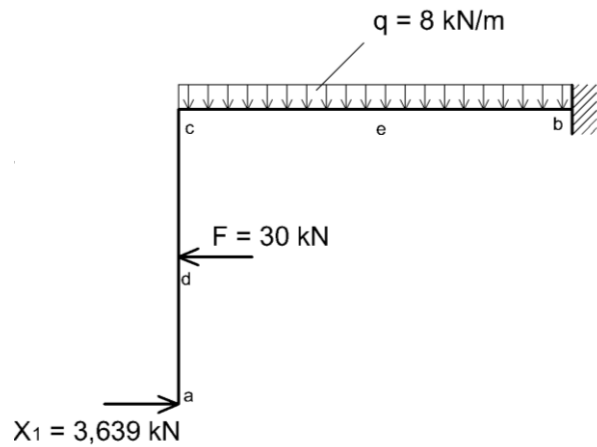
$$V_{cb} = (0) [\text{kN}]$$

$$V_{bc} = (-64) [\text{kN}]$$

$$M_d = (-10,917) [\text{kN}]$$

$$M_c = (68,166) [\text{kN}]$$

$$M_b = (-187,834) [\text{kN}]$$



Obr.: Výsledné zatížení základní staticky určité soustavy

Vnitřní síly

$$N_{cb} = -X_1 + F = 26,361 \text{ kN}$$

$$V_{ad} = -X_1 = -3,639 \text{ kN}$$

$$N_{dc} = -X_1 + F = 26,361 \text{ kN}$$

$$V_{cb} = 0 \text{ kN}$$

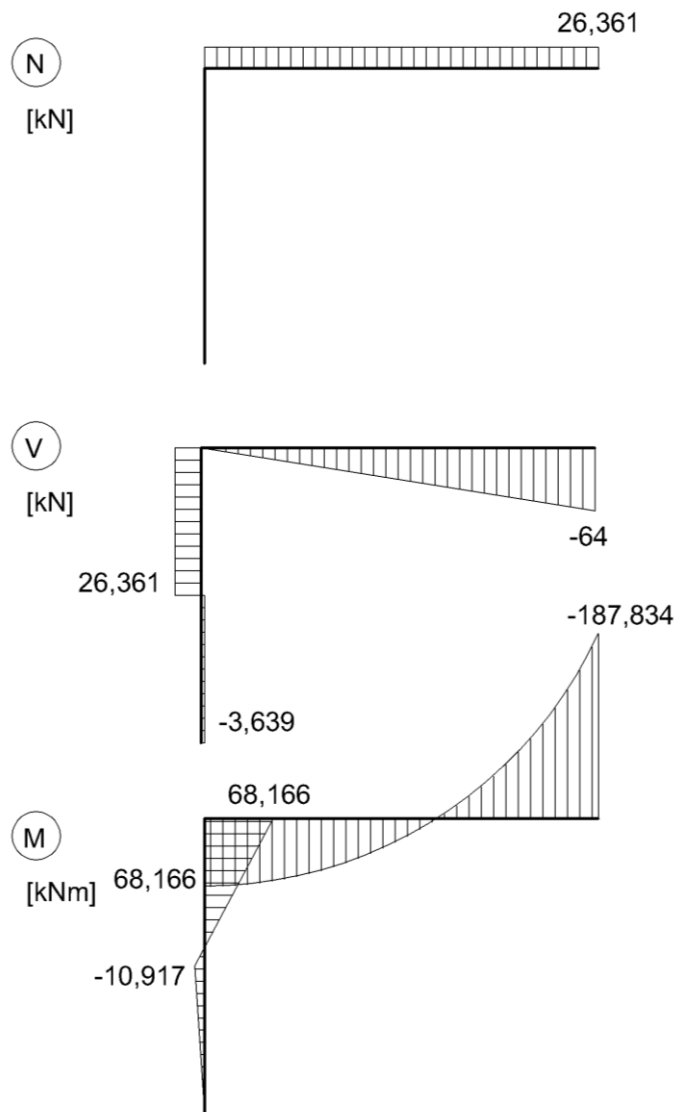
$$V_{bc} = -q \cdot L_{cb} = -64 \text{ kN}$$

$$M_d = -X_1 \cdot 3 = -10,917 \text{ kNm}$$

$$M_c = -X_1 \cdot 6 + F \cdot 3 = 68,166 \text{ kNm}$$

$$M_b = -X_1 \cdot 6 + F \cdot 3 - q \cdot \frac{L_{cb}^2}{2} = -187,834 \text{ kNm}$$

Vykreslete průběhy vnitřních sil.



Obr.: Výsledné průběhy vnitřních sil