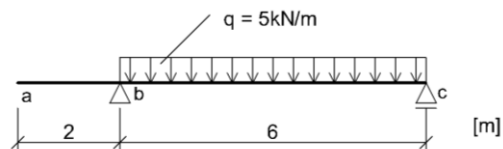


Obr.: Model konstrukce a zatížení

Zadání

Vypočtete svislý posun w_a v bodě a nosníku podle obrázku. Nosník je ocelový ($E = 210 \text{ GPa}$, $G = 81 \text{ GPa}$), průřezová plocha je $A = 3,34 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$, moment setrvačnosti je $I = 21,4 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$, smyková plocha je přibližně $A_k = 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$ (I200). Uvažujte práci všech vnitřních sil.



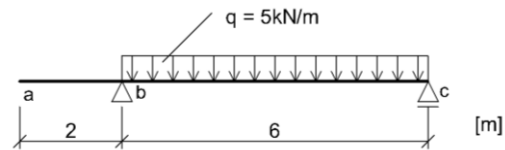
Obr.: Model konstrukce a zatížení

Řešení

Z Maxwell-Mohrova vzorce pro výpočet přemístění

$$\delta = \int_L \frac{N \bar{N}}{EA} ds + \int_L \frac{V \bar{V}}{GA_\kappa} ds + \int_L \frac{M \bar{M}}{EI} ds + \int_L \bar{N} \alpha_t \Delta t_0 ds + \int_L \bar{M} \alpha_t \frac{\Delta t_1}{h} ds - \sum_r (\bar{R}_{rx} u_r + \bar{R}_{rz} w_r + \bar{M}_r \varphi_r)$$

se použije druhý a třetí integrál, protože normálové síly jsou nulové, stejně jako deformační zatížení. Je tedy třeba určit průběhy posouvajících sil a ohybových momentů od vlastního zatížení V , M a od jednotkového impulsu v místě a směru hledaného přemístění $\bar{V}$ a $\bar{M}$ (tedy svislé jednotkové síly v bodě a).



Obr.: Model konstrukce a zatížení

A) průběhy vnitřních sil od skutečného zatížení

V prvním kroku výpočtu se stanoví průběhy vnitřních sil (v tomto případě posouvajících sil a ohybových momentů M) od skutečného zatížení.

Určete svislé reakce (kladná nahoru):

$$R_b = (15) \text{ [kN]}$$

$$R_c = (15) \text{ [kN]}$$

Určete posouvající síly:

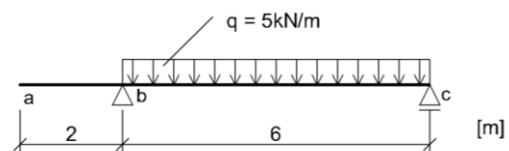
$$V_{b,P} = (15) \text{ [kN]}$$

$$V_c = (-15) \text{ [kN]}$$

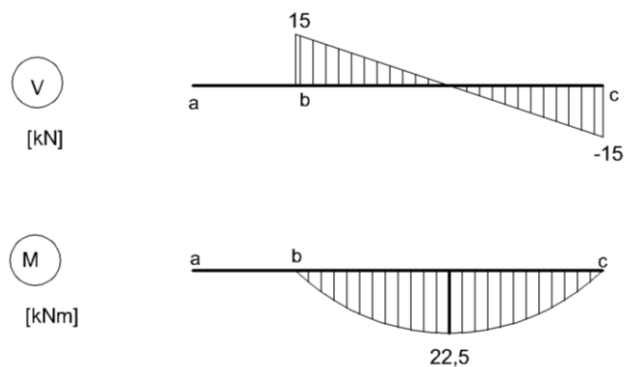
Určete ohybové momenty:

$$M_{\max} = (22,5) \text{ [kNm]}$$

Nakreslete průběhy posouvajících sil a ohybových momentů.



Obr.: Model konstrukce a zatížení



Obr.: Průběh posouvajících sil a ohybových momentů od původního zatížení

A) průběhy vnitřních sil od skutečného zatížení

Výpočet reakcí

$$R_b = R_c = \frac{qL}{2} = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15 \text{ kN}$$

Posouvající síly:

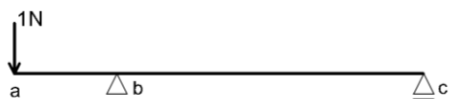
$$V_{b,P} = R_b = 15 \text{ kN}$$

$$V_c = -R_c = -15 \text{ kN}$$

Ohybové momenty:

$$M_{\max} = \frac{1}{8} qL^2 = \frac{1}{8} 5 \cdot 6^2 = 22,5 \text{ kNm}$$

Nakreslete fiktivní zatížení nosníku pro výpočet průhybu v bodě *a*.



Obr.: Zatížení nosníku jednotkovou silou

B) průběhy vnitřních sil od fiktivního zatížení

Jednotkový impuls, v místě a směru hledaného zatížení, představuje svislá síla v bodě a.

Určete svislé reakce (kladná nahoru):

$$R_b = (4/3) \text{ [N]}$$

$$R_c = (-1/3) \text{ [N]}$$

Určete posouvající síly:

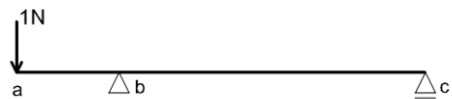
$$V_a = (-1) \text{ [N]}$$

$$V_{b,P} = (1/3) \text{ [N]}$$

Určete ohybové momenty:

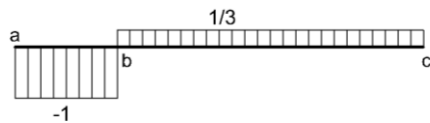
$$M_b = (-2) \text{ [Nm]}$$

Nakreslete průběhy posouvajících sil a ohybových momentů.

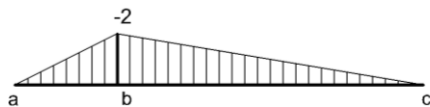


Obr.: Zatížení nosníku jednotkovou silou

$\bar{V}$
[Nm]



$\bar{M}$
[Nm]



Obr.: Průběh posouvajících sil a ohybových momentů od jednotkové síly

B) průběhy vnitřních sil od fiktivního zatížení

Výpočet reakcí

$$\sum M_{b,i} = 0 \quad -2 \cdot 1 - 6R_c = 0 \quad R_c = -1/3N$$

$$\sum F_{z,i} = 0 \quad 1 - R_b - R_c = 0 \quad R_b = 4/3N$$

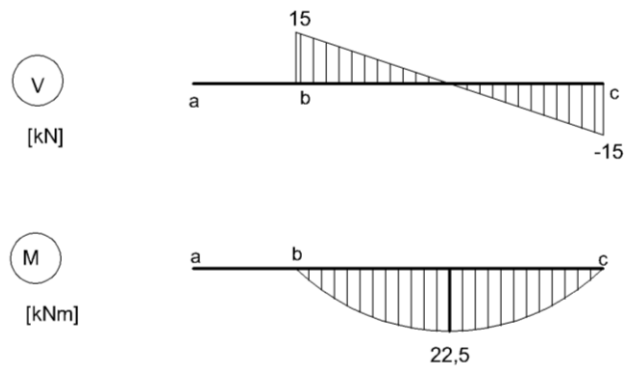
Posouvající síly:

$$V_a = -1Nm$$

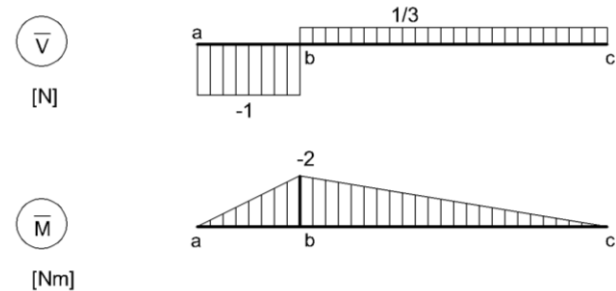
$$V_{b,P} = -R_c = 1/3Nm$$

Ohybové momenty:

$$M_b = -2 \cdot 1 = -2Nm$$



Obr.: Průběh vnitřních sil od původního zatížení



Obr.: Průběh vnitřních sil od jednotkové svislé síly v bodě a

C) Výpočet průhybu v bodě a

Určete ohybovou tuhost

$$EI = (4,496 \cdot 10^6) \text{ Nm}^2$$

Určete průhyb v bodě a (uvažujte vliv ohybových momentů i posouvajících sil):

$$w_b = (-0,020018) \text{ m}$$

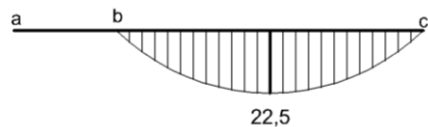
V

[kN]



M

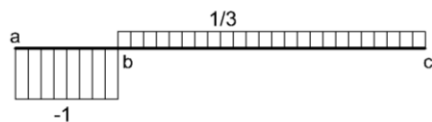
[kNm]



Obr.: Průběh vnitřních sil od původního zatížení

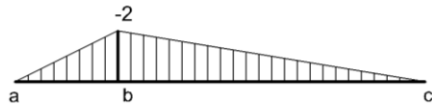
$\bar{V}$

[N]



$\bar{M}$

[Nm]



Obr.: Průběh vnitřních sil od jednotkové svislé síly v bodě a

C) Výpočet průhybu v bodě a

Ohybová tuhost

$$EI = 210 \cdot 10^9 \cdot 21,4 \cdot 10^{-6} = 4,496 \cdot 10^6 \text{ Nm}^2$$

Výpočet průhybu podle tabulek

$$w_a = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{3} M_{\max} \bar{M}_b L_{bc} \right] + \frac{1}{GA_{\kappa}} \left[\frac{1}{2} V_b \bar{V}_b L_{bd} + \frac{1}{2} V_c \bar{V}_c L_{dc} \right]$$

$$w_a = \frac{1}{4,496 \cdot 10^6} \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot 22,5 \cdot 10^3 \cdot (-2) \cdot 6 \right] + \frac{1}{101,25 \cdot 10^6} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 10^3 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot (-15 \cdot 10^3) \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 \right]$$

$$w_a = -0,020018 \text{ m} = -20,018 \text{ mm}$$

V

[kN]

$\bar{V}$

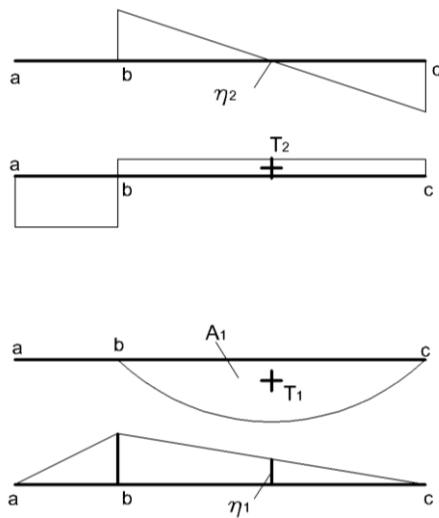
[N]

M

[kNm]

$\bar{M}$

[Nm]



Obr.: Schéma pro Vereščaginovo pravidlo

C) Výpočet průhybu v bodě a

Alternativní výpočet podle Vereščaginova pravidla:

$$w_a = \frac{1}{EI} [A_1 \eta_1] + \frac{1}{GA_k} [A_2 \eta_2]$$

$$= \frac{1}{4,496 \cdot 10^6} \cdot \left[\left(\frac{2}{3} \cdot 22,5 \cdot 10^3 \cdot 6 \right) \left(\frac{1}{2} \cdot 2 \right) \right] + \frac{1}{101,25 \cdot 10^6} \cdot \left[\left(\frac{1}{3} \cdot 6 \right) \cdot (0) \right]$$

$$w_a = -0,020018m = -20,018mm$$

Svislý průhyb nosníku v bodě a je $-20,018 \text{ mm}$. Převislý konec nosníku se prohne nahoru.