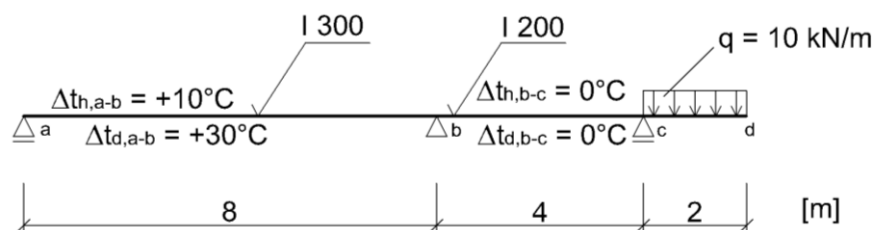


Obr.: Model konstrukce a zatížení

Zadání

Vykreslete průběhy vnitřních sil na spojitém nosníku podle obrázku. Použijte metodu třímomentových rovnic. Průřezové charakteristiky jsou konstantní na celé konstrukci. Modul pružnosti $E = 210 \text{ GPa}$, moment setrvačnosti průřezu pro I_{200} je $I = 21,4 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$, pro I_{300} je $I = 97,9 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$.



Obr.: Model konstrukce a zatížení

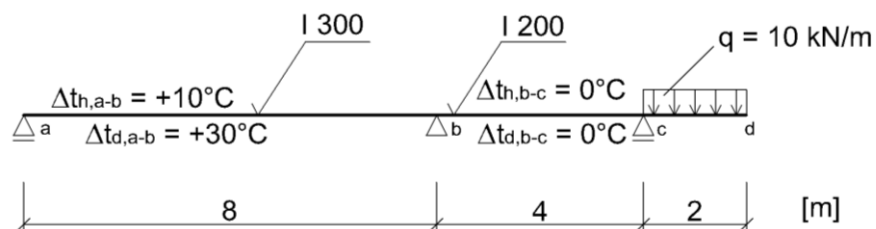
Řešení

Řešení bude vycházet z třímomentové rovnice

$$M_a \frac{L_{ab}}{6EI_{ab}} + M_b \left(\frac{L_{ab}}{3EI_{ab}} + \frac{L_{bc}}{3EI_{bc}} \right) + M_c \frac{L_{bc}}{6EI_{bc}} + \varphi_{ba} + \varphi_{bc} + \frac{w_a - w_b}{L_{ab}} + \frac{w_c - w_d}{L_{bc}} + \frac{\alpha_T}{2} \left(\frac{L_{ab}}{h_{ab}} \Delta t_{ab} + \frac{L_{bc}}{h_{bc}} \Delta t_{bc} \right) = 0$$

Dosaďte do rovnice a vyřešte nadpodporový moment M_b .

$$M_b = (-0,5467) \text{ [kN]}$$



Obr.: Model konstrukce a zatížení

Řešení bude vycházet z třímomentové rovnice

$$M_a \frac{L_{ab}}{6EI_{ab}} + M_b \left(\frac{L_{ab}}{3EI_{ab}} + \frac{L_{bc}}{3EI_{bc}} \right) + M_c \frac{L_{bc}}{6EI_{bc}} + \varphi_{ba} + \varphi_{bc} + \frac{w_a - w_b}{L_{ab}} + \frac{w_c - w_d}{L_{bc}} + \frac{\alpha_T}{2} \left(\frac{L_{ab}}{h_{ab}} \Delta t_{ab} + \frac{L_{bc}}{h_{bc}} \Delta t_{bc} \right) = 0$$

Rozdíl změn teplot na dolním a horním povrchu:

$$\Delta t_{ab} = 30 - 10 = 20^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_{bc} = 0^\circ\text{C}$$

Pootočení od silového zatížení jednotlivých polí

$$\varphi_{ba} = \varphi_{bc} = 0$$

Poklesy podpor:

$$w_a = w_b = w_c = 0$$

Nadpodporové momenty:

$$M_a = 0 \text{ kNm}$$

$$M_c = -\frac{1}{2} 10 \cdot 2^2 = -20 \text{ kNm}$$

Třímomentová rovnice

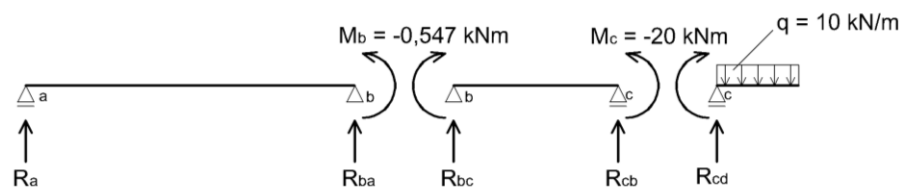
$$M_b \left(\frac{8}{3 \cdot 210 \cdot 10^9 \cdot 97,9 \cdot 10^{-6}} + \frac{4}{3 \cdot 210 \cdot 10^9 \cdot 21,4 \cdot 10^{-6}} \right) + (-20 \cdot 10^3) \cdot \frac{4}{6 \cdot 210 \cdot 10^9 \cdot 21,4 \cdot 10^{-6}} + \frac{1,2 \cdot 10^{-5}}{2} \cdot \left(\frac{8}{0,3} 20 + 0 \right) = 0$$

$$426,4 \cdot 10^{-9} M_b - 2,9669 \cdot 10^{-3} + 3,2 \cdot 10^{-3} = 0$$

Řešení

$$M_b = -546,7 \text{ Nm} = -0,5467 \text{ kNm}$$

Nakreslete zatížení a reakce jednotlivých polí.



Obr.: Reakce jednotlivých polí nosníku

Určete reakce:

Reakce na části $a-b$

$$R_{ba} = (0,0638) [\text{kN}]$$

$$R_a = (-0,0683) [\text{kN}]$$

Reakce na části $b-c$

$$R_{cb} = (4,8633) [\text{kN}]$$

$$R_{bc} = (-4,8633) [\text{kN}]$$

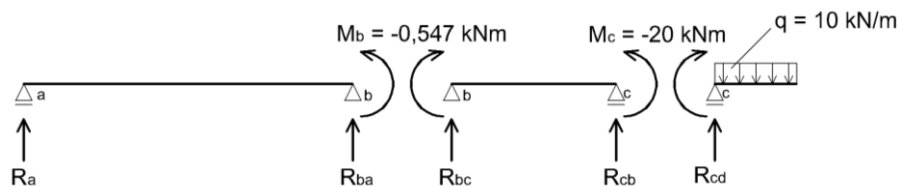
Reakce na části $c-d$

$$R_{cd} = (20) [\text{kN}]$$

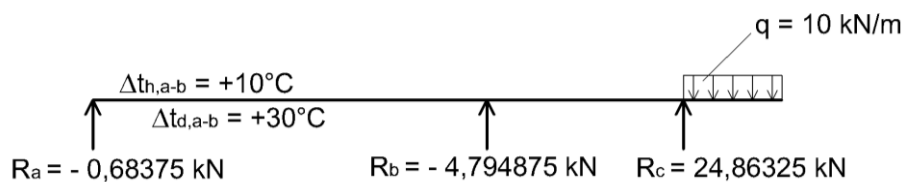
Výsledné reakce

$$R_b = (-4,795) [\text{kN}]$$

$$R_c = (24,8633) [\text{kN}]$$



Obr.: Reakce jednotlivých polí nosníku



Obr.: Výsledné reakce nosníku

Reakce

Reakce na části *a-b*

$$\sum M_{a,i} = 0 \quad M_b + 8 \cdot R_{ba} = 0 \quad -0,5467 + 8 \cdot R_{ba} = 0$$

$$R_{ba} = 0,0683 \text{ kN}$$

$$\sum M_{b,i} = 0 \quad +M_b - 8R_a = 0 \quad -0,5467 - 8 \cdot R_a = 0$$

$$R_a = -0,0683 \text{ kN}$$

Reakce na části *b-c*

$$\sum M_{b,i} = 0 \quad -M_b + M_c + 4 \cdot R_{cb} = 0 \quad 0,5467 - 20 + 4 \cdot R_{cb} = 0$$

$$R_{cb} = 4,8633 \text{ kN}$$

$$\sum M_{c,i} = 0 \quad -M_b + M_c - 4 \cdot R_{bc} = 0 \quad 0,5467 - 20 - 4 \cdot R_{bc} = 0$$

$$R_{bc} = -4,8633 \text{ kN}$$

Reakce na části *c-d*

$$\sum F_{z,i} = 0 \quad R_{cd} - 10 \cdot 2 = 0 \quad R_{cd} = 20 \text{ kN}$$

Výsledné reakce

$$R_b = R_{ba} + R_{bc} = 0,0683 - 4,8633 = -4,795 \text{ kN}$$

$$R_c = R_{cb} + R_{cd} = 4,8633 + 20 = 24,8633 \text{ kN}$$

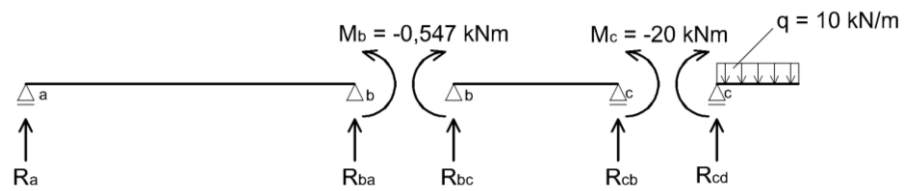
Určete posouvající síly

$$V_a = (-0,68375) \text{ [kN]}$$

$$V_{b,P} = (-4,86325) \text{ [kN]}$$

$$V_{c,P} = (20) \text{ [kN]}$$

Vykreslete průběhy posouvajících sil a ohybových momentů.



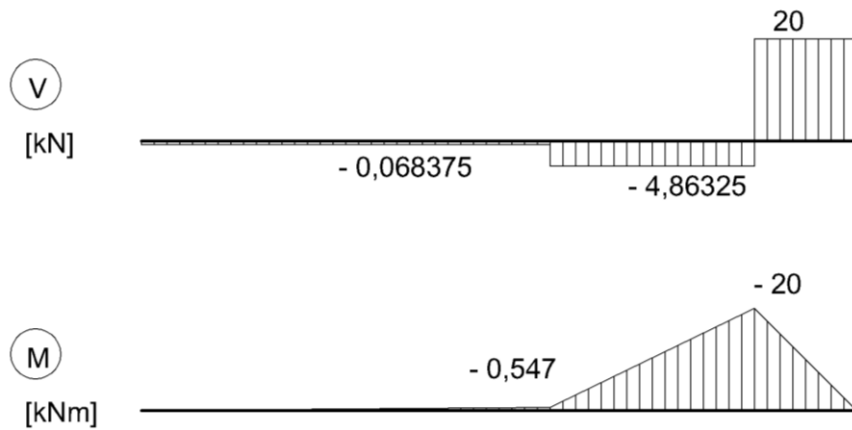
Obr.: Reakce jednotlivých polí nosníku

Posouvající síly:

$$V_a = R_a = -0,0683 \text{ kN}$$

$$V_{b,L} = R_{bc} = -4,8633 \text{ kN}$$

$$V_c = R_{cd} = 20 \text{ kN}$$



Obr.: Výsledné průběhy posouvajících sil a ohybových momentů