

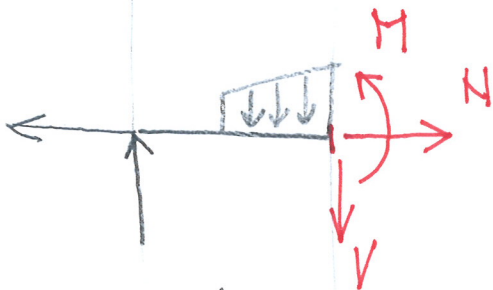
VNITŘNÍ SILY

- VNITŘNÍ SILY HLEDÁME V MYŠLENÉM ŘEZU.
- V MYŠLENÉM ŘEZU KONSTRUKCI ROZDĚLÍME, JEDNU ČÁST ODSTRANÍME, DRUHOU PONECHÁME.
- VNITŘNÍ SILY:
 - 1) VYJADŘUJÍ PŮSOBENÍ ODŮATE ČÁSTI KONSTRUKCE,
 - 2) ZAJIŠŤUJÍ ROVNOVÁHU PONECHANÉ ČÁSTI.
- TÍM, ŽE JE ZAJIŠŤOVÁNA ROVNOVÁHA PONECHANÉ ČÁSTI, NEDOJDE „KE ZŘÍCENÍ“ KONSTRUKCE.
- VNITŘNÍ SILY SPOLEČNĚ S DALŠÍMI MATERIÁLOVÝMI A KONSTRUKČNÍMI CHARAKTERISTIKAMI VYJADŘUJÍ NAMÁHÁNÍ MATERIÁLU.

VYPOČÍTÉ VNITŘNÍ SILY V BODĚ ©:



V BODĚ © NOSNÍK ROZDĚLÍME, PONECHÁME LEVOU ČÁST. PODPORY NAHRADÍME REAKCEMI.



- N... NORMÁLOVÁ SILA
(PŮSOBÍ V OSE PRUTU)
- V... POSOUVACÍ SILA
(PŮSOBÍ KOLMO K OSE PRUTU)
- M... OHYBOVÝ MOMENT
(MOMENT K LIBOVOLNÉMU BODU V ROVINĚ)

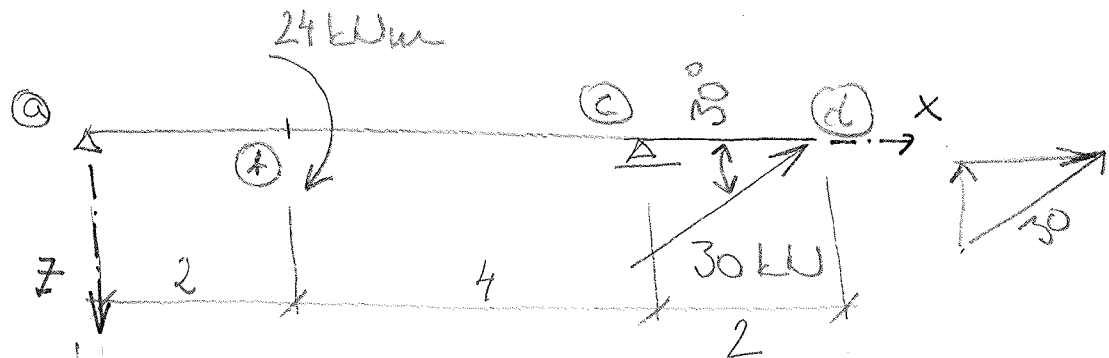
PŮSOBENÍ ODŮATE ČÁSTI JSME NAHRADILI VNITŘNÍMI SILAMI

ABY BYLA ROVNECHAVAJÍCÍ ČÁST V ROVNOVÁŽE, MUSÍ BÝT SPLNĚNY PODMÍNKY ROVNOVÁHY:

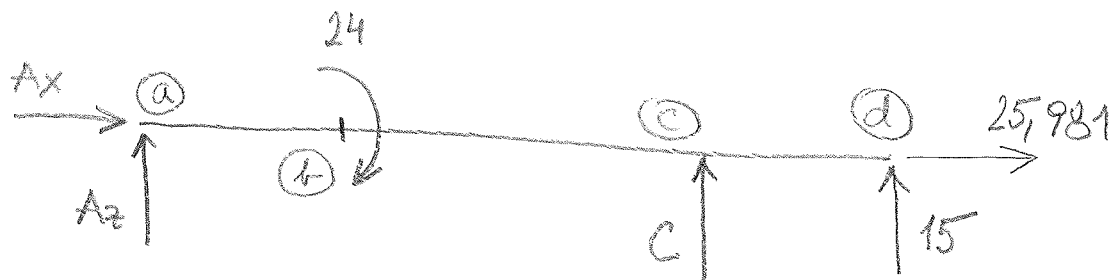
$$\sum F_{ix} = 0 \quad \sum F_{iz} = 0 \quad \sum M_{i@} = 0$$

TŘI ROVNICE PRO TŘI NEZNÁMÉ (N, V, M).

ČÍSELNÝ PŘÍKLAD:



- SILU V BODĚ (d) ROZLOŽTE NA VODOROVNOU A SVISLOU SLOŽKU. ZAKRESLÍME NEZNÁMÉ REAKCE.



- VYPOČTEME REAKCE:

$$\sum F_{ix} = 0: \quad A_x + 25,981 = 0 \Rightarrow A_x = -25,981 \text{ kN}$$

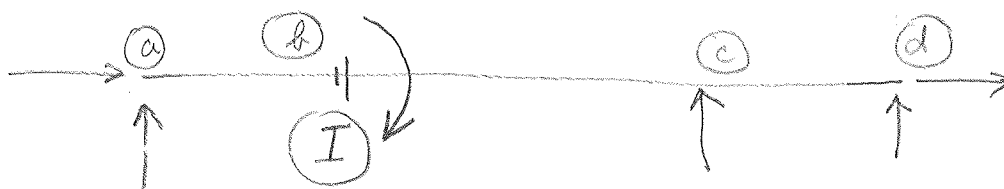
$$\sum M_{i@} = 0: \quad 15 \cdot 8 + C \cdot 6 - 24 = 0 \Rightarrow C = -16 \text{ kN}$$

$$\sum M_{i@} = 0: \quad A_z \cdot 6 + 24 - 15 \cdot 2 = 0 \Rightarrow A_z = 1 \text{ kN}$$

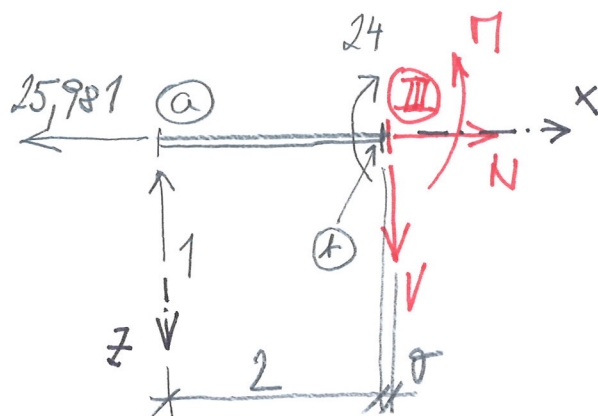
$$\sum F_{iz} = 0: \quad A_z + C + 15 = 0 \quad (\text{KONTROLNÍ PODMÍNEKA})$$

$$1 - 16 + 15 = 0 \Rightarrow 0 = 0 \checkmark$$

VYPOČTEME VNITŘNÍ SILY VPRÁVO OD BODU (b). ŘEZ II.



V ŘEZU (I) PROVEDEME MYŠLENÝ ŘEZ, LEVOU ČÁST PONECHÁME, PRAVOU ODEJÍME:



PODHLÍDEK ROVNOVÁHY:

$$\sum F_{ix} = 0:$$

$$N - 25,981 = 0 \Rightarrow N = 25,981$$

$$\sum F_{iz} = 0:$$

$$V - 1 = 0 \Rightarrow V = 1$$

$$\sum M_{i(III)} = 0:$$

$$M - 24 - 1 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M = 26$$

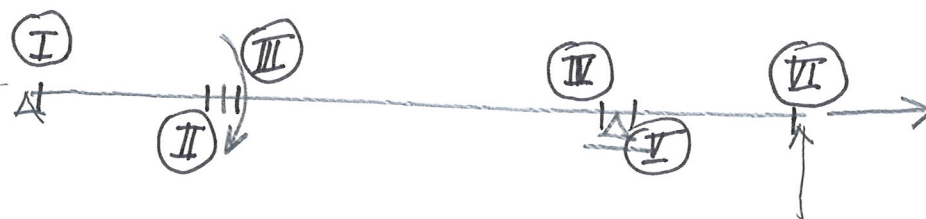
MOMENTOVOU PODHLÍDEK JE MOŽNO NAPSAT K LIBO-
VOLNÉMU BODU V ROVINĚ:

$$\sum M_{i(a)} = 0:$$

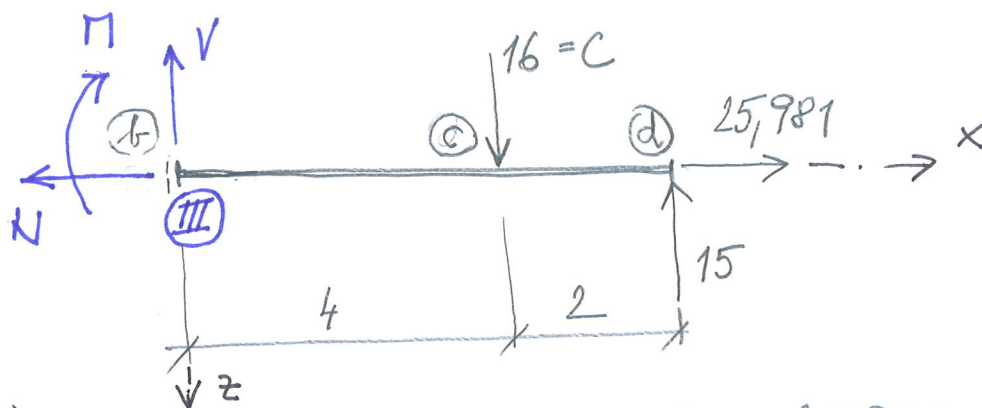
$$M - 24 - V \cdot 2 = 0 \Rightarrow M = 26$$

TAKTO VYPOČÍTÁME VNITŘNÍ SILY VE VŠECH DŮLE-
ŽITÝCH BODECH NOSNÍKU:

- PŘED A ZA OSAMĚLÝMI SILAMI A MOMENTY,
- NA ZÁČÁTKU A KONCI SPOJITÝCH ZATÍŽENÍ,
- NA OKRAJÍCH A ZLOMECH NOSNÍKU.



VNITŘNÍ SILY MŮŽEME VYPOČÍST I TAK, ŽE PONE-
CHÁME PRAVOU ČÁST A LEVOU ODEJÍME:



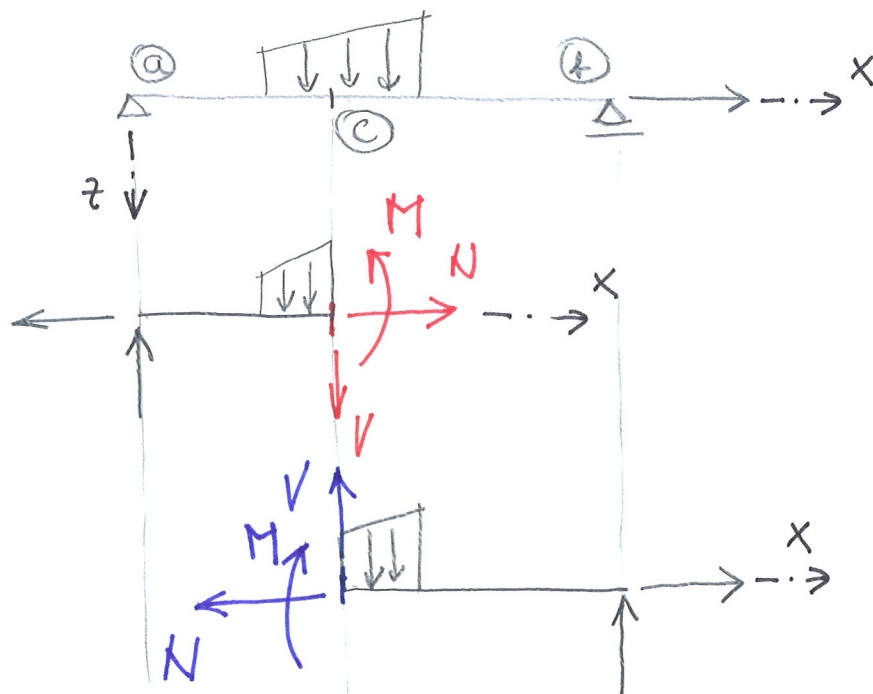
$$\sum F_{ix} = 0: N - 25,981 = 0 \Rightarrow N = 25,981 \text{ kN}$$

$$\sum F_{iz} = 0: V - 16 + 15 = 0 \Rightarrow V = 1 \text{ kN}$$

$$\sum M_{i@} = 0: M + 16 \cdot 4 + 15 \cdot 6 = 0 \Rightarrow M = -26 \text{ kNm}$$

VNITŘNÍ SÍLY JSOU STEJNÉ JAKO V PŘEDCHOZÍM VÝPOČTU. VNITŘNÍ SÍLY JE MOŽNO POCÍTAT JAK „ZLEVA“, TAK „ZPRAVA“.

PŘEHLEDNĚ:



ČERVENÉ A MODRÉ SÍLY JSOU STEJNÉ VELKÉ, OPACNĚHO SMYSLU. JEJICH SOUČET DÁVÁ NULU.

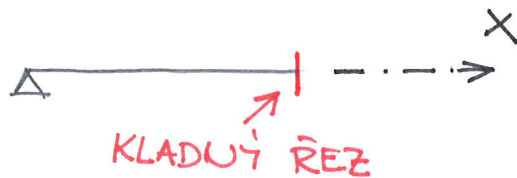
JE TO PROTO, ŽE VNITŘNÍ SÍLY JSOU MYSLENE, NIKOLIV SKUTEČNÉ SÍLY, NEBOHOU MÍT VÝSLEDNICI. VNITŘNÍ SÍLY VYJADŘUJÍ PŮSOBENÍ PRAVÉ ČÁSTI NA LEVOU A LEVÉ NA PRAVOU. PŮSOBENÍ MUSÍ

BÝT STEJNĚ VELKÉ, OPACNĚHO SMYSLU.

DEFINUJME KLADNÉ VNITŘNÍ SÍLY. ABYCHOM TO MOHLI UDĚLAT, DEFINUJME KLADNÝ A ZÁPORNÝ ŘEZ.

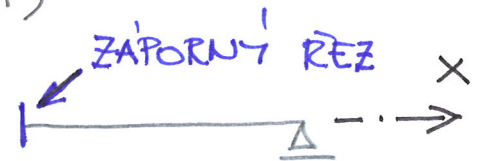
KLADNÝ ŘEZ:

MA' NA OSE x NEJVĚTŠÍ KÓTU (NA PONECHANÉ ČÁSTI)



ZÁPORNÝ ŘEZ:

MA' NA OSE x NEJMENŠÍ KÓTU (NA PONECHANÉ ČÁSTI)



KLADNÉ VNITŘNÍ SÍLY:

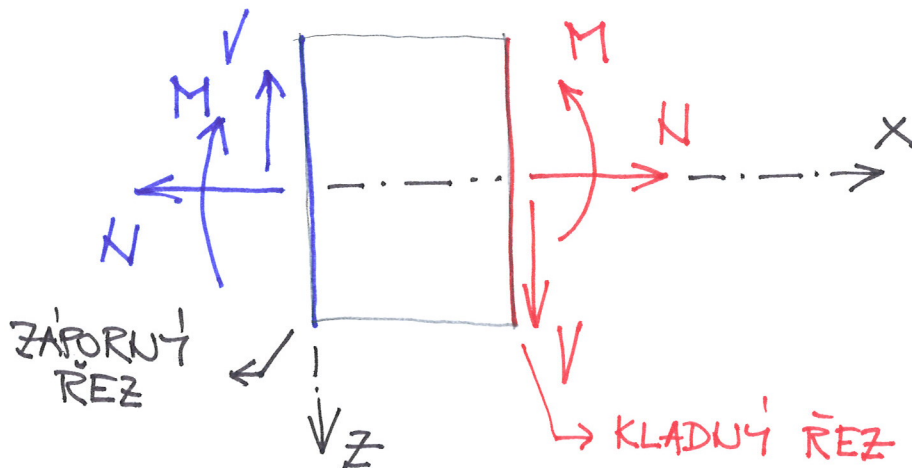
NA KLADNÉM ŘEZU:

MAJÍ SMĚR KLADNÝCH SOUŘADNICOVÝCH OS

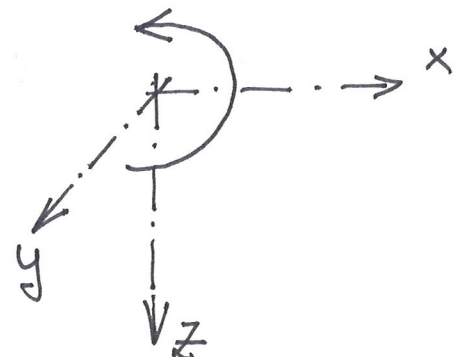
NA ZÁPORNÉM ŘEZU:

MAJÍ SMĚR ZÁPORNÝCH SOUŘADNICOVÝCH OS

KLADNÉ VNITŘNÍ SÍLY

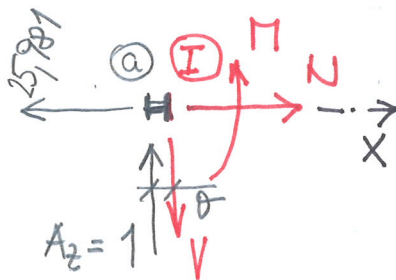


POZN.: KLADNÉ POTOČENÍ V DANÉM SOUŘADNICOVÉM SYSTÉMU JE PROTI SMĚRU CHODU HODINOVÝCH RUČÍČEK.



VŠE NAZNAČENÍM ZPŮSOBEM MŮŽEME VYPOČÍTAT VNITŘNÍ SÍLY VE VŠECH DŮLEŽITÝCH BODECH ZADANÉHO NOSNIKU.

ŘEZ (I):

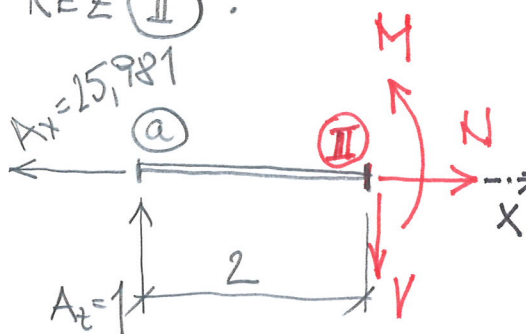


$$\sum F_{ix} = 0: N - 25,981 = 0 \Rightarrow N = 25,981$$

$$\sum F_{iz} = 0: V - 1 = 0 \Rightarrow V = 1$$

$$\sum M_{i(I)} = 0: M = 0$$

ŘEZ (II):

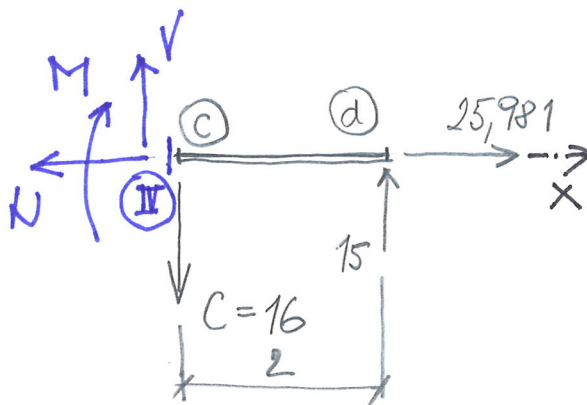


$$\sum F_{ix} = 0: N - 25,981 = 0 \Rightarrow N = 25,981$$

$$\sum F_{iz} = 0: V - 1 = 0 \Rightarrow V = 1$$

$$\sum M_{i(II)} = 0: M - 1 \cdot 2 = 0 \Rightarrow M = 2$$

ŘEZ (IV):



$$\sum F_{ix} = 0: N - 25,981 = 0$$

$$N = 25,981$$

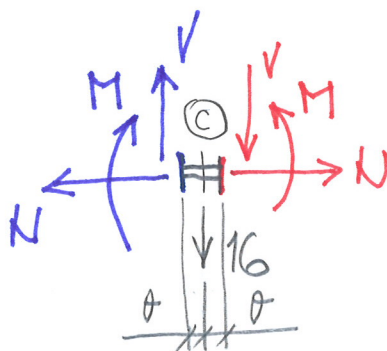
$$\sum F_{iz} = 0: V - 16 + 15 = 0$$

$$V = 1$$

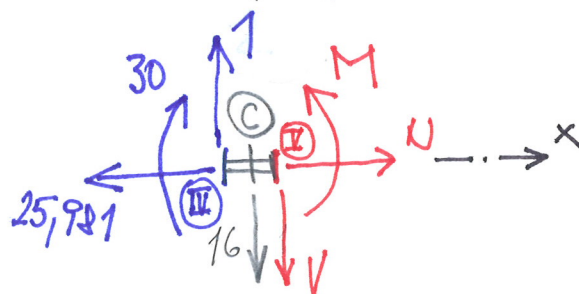
$$\sum M_{i(d)} = 0: M + V \cdot 2 - 16 \cdot 2 = 0$$

$$M = 30$$

ŘEZ (V) - PROVEDĚME NYNÍ 2 ŘEZY V (IV) A V (V)



"MODRÉ" SÍLY JSOU ZNÁME,
MŮŽEME JE DOPLNIT

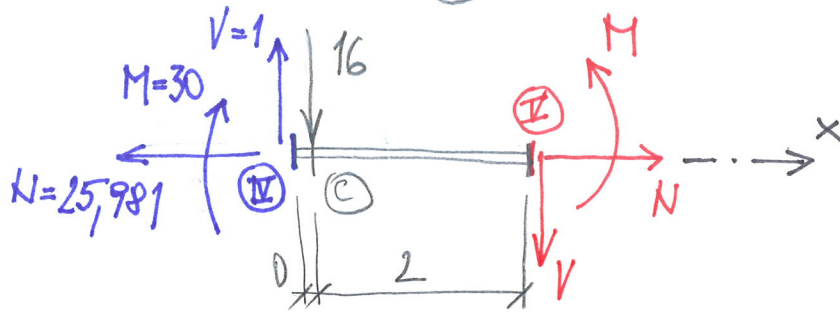


$$\sum F_{ix} = 0: N - 25,981 = 0 \Rightarrow N = 25,981$$

$$\sum F_{iz} = 0: V + 16 - 1 = 0 \Rightarrow V = -15$$

$$\sum M_{iC} = 0: M - 30 = 0 \Rightarrow M = 30$$

ŘEZ (VI) (z ŘEZU (IV))

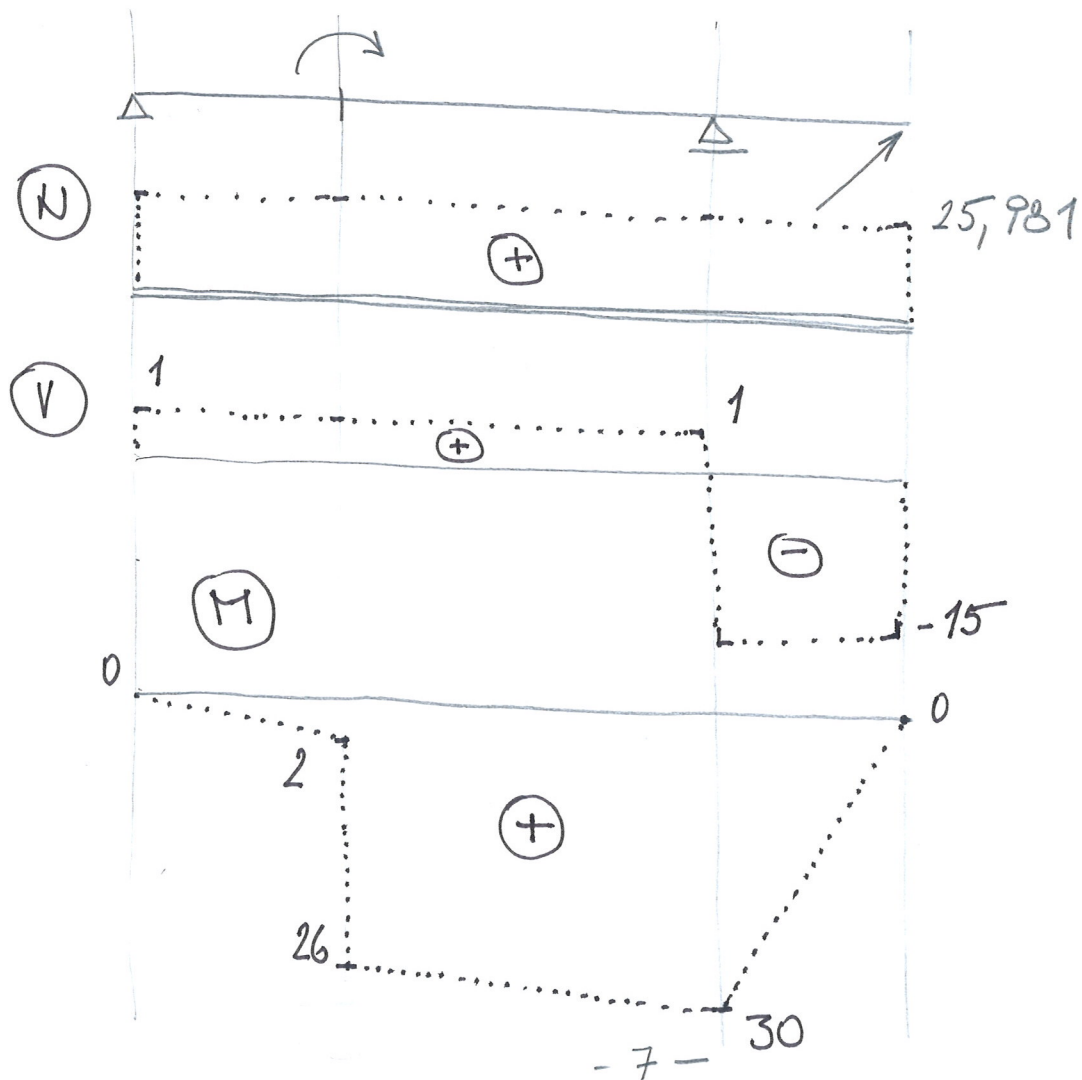


$$\sum F_{ix} = 0: N - 25,981 = 0 \Rightarrow N = 25,981$$

$$\sum F_{iz} = 0: V + 16 - 1 = 0 \Rightarrow V = -15$$

$$\sum M_{iV} = 0: M + 16 \cdot 2 - 1 \cdot 2 - 30 = 0 \Rightarrow M = 0$$

VYKESKEME VNITŘNÍ SILY:

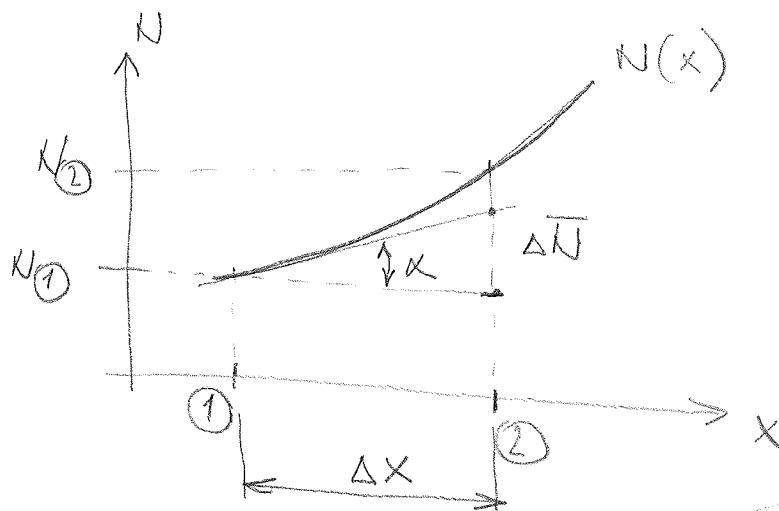


PRAVIDLA PRO PRŮBĚHY VNITŘNÍCH SIL JSOU URČENY :

DIFERENCIÁLNÍ PODMÍNKY ROVNOVÁH

- OPAKOVÁNÍ : TAYLOROVA ŘADA

POMOCÍ TAYLOROVY ŘADY LZE VYPOČÍST FUNKČNÍ HODNOTU V BODĚ ② Z FUNKČNÍ HODNOTY V BODĚ ①. JE TŘEBA ZNÁT DERIVACE FUNKCE V BODĚ ①.



$$\operatorname{tg} \kappa = \frac{dN}{dx} = N'$$

$$\operatorname{tg} \kappa = \frac{\Delta \bar{N}}{\Delta x}$$

$$\frac{\Delta \bar{N}}{\Delta x} = N' \Rightarrow \Delta \bar{N} = N' \cdot \Delta x$$

TAYLOROVA ŘADA :

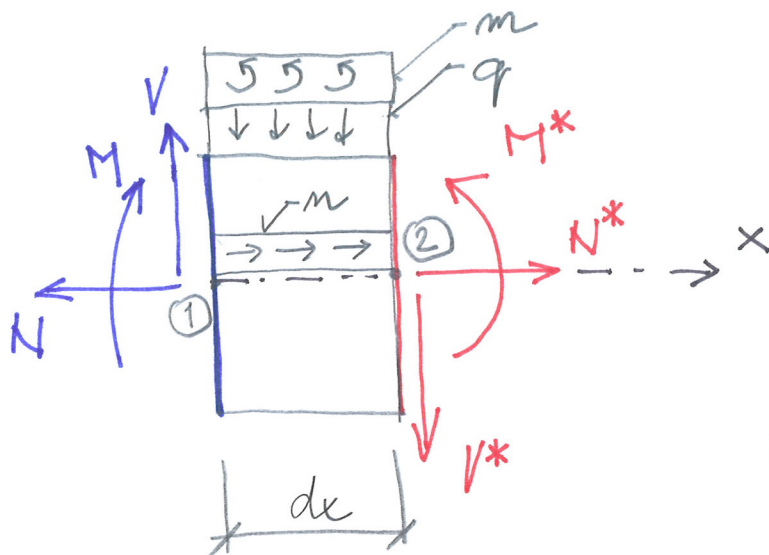
$$N(2) = N(1) + \frac{dN}{dx} \cdot \Delta x + \frac{1}{2} \cdot \frac{d^2 N}{dx^2} \cdot \Delta x^2 + \frac{1}{6} \cdot \frac{d^3 N}{dx^3} \cdot \Delta x^3 + \dots$$

TAYLOROVA ŘADA JE OBECNĚ NEKONEČNÁ, POKUD NEJSOU DERIVACE NULOVÉ. PŘESNOST TAYLOROVY ŘADY SE DÁ ZVÝŠIT DVĚMA ZPŮSOBY. ZVÝŠENÍM POČTU ČLENŮ, NEBO ZMENŠENÍM Δx .

POKUD BUDE Δx NEKONEČNĚ MALÉ, $\Delta x \rightarrow dx$, POTOM $dx^2, dx^3, \dots = 0$. TAYLOROVA ŘADA PŘEJDE :

$$N(2) = N(1) + N' \cdot dx.$$

NA ÚSEKU PRUTU DĚLKY dx :



VNITŘNÍ SÍLY
VLEVO A VPRÁVO
SE LÍŠÍ

$m, q, m \dots$ SPO-
JITÁ ZATÍŽENÍ
(OBECNĚHO
PRŮBĚHU)

$$\sum F_{ix} = 0: N^* - N + m \cdot dx = 0$$

Z TAYLOROVY ŘADY (VÍZ PŘEDCHOZÍ):

$$N^* = N + N' \cdot dx$$

DOSADÍME

$$N + N' \cdot dx - N + m \cdot dx = 0$$

$$N' \cdot dx + m \cdot dx = 0 \quad | \cdot \frac{1}{dx}$$

$$\boxed{N' + m = 0}$$

$$\sum F_{iz} = 0: V^* - V + q \cdot dx = 0$$

$$V^* = V + V' \cdot dx$$

$$V + V' \cdot dx - V + q \cdot dx = 0$$

$$\boxed{V' + q = 0}$$



RAMENO

$$\sum M_{i(2)} = 0: M^* - M - V \cdot dx + \underbrace{q \cdot dx \cdot \frac{1}{2} dx}_{\text{NAHRADNÍ}} + m \cdot dx = 0$$

BRÁNO

$$M^* = M + M' \cdot dx$$

$$M + M' \cdot dx - M - V \cdot dx + \frac{1}{2} q \cdot dx^2 + m \cdot dx = 0$$

$$dx^2 = 0 \quad (\text{VÍZ PŘEDCHOZÍ})$$

$$M' \cdot dx - V \cdot dx + m \cdot dx = 0 \quad / \cdot \frac{1}{dx}$$

$$\boxed{M' - V + m = 0}$$

I ZDE MŮŽEME PSÁT MOMENTOVOU PODMÍNKU K LIBOVOLNÉMU BODU.

$$\underline{\sum M_i = 0} \quad M^* - M - V^* \cdot dx - \overbrace{q \cdot dx \cdot \frac{1}{2} dx}^{=0} + m \cdot dx = 0$$

$$M^* = M + M' \cdot dx \quad V^* = V + V' \cdot dx$$

$$M + M' \cdot dx - M - (V + V' \cdot dx) \cdot dx + m \cdot dx = 0$$

$$M' \cdot dx - V dx - \underbrace{V' \cdot dx^2}_{=0} + m \cdot dx = 0 \quad / \cdot \frac{1}{dx}$$

$$\underline{M' - V + m = 0}$$

DŮSLEDKY DIFERENCIÁLNÍCH PODMÍNEK ROVNOVÁHY:

$$N' + m = 0 \Rightarrow N' = -m \Rightarrow N = -\int m \cdot dx + C_1$$

$$V' + q = 0 \Rightarrow V' = -q \Rightarrow V = -\int q \cdot dx + C_2$$

$$M' - V + m = 0 \Rightarrow M' = V - m \Rightarrow M = \int (V - m) \cdot dx + C_3$$

- JESTLIŽE $m = 0$, POTOM

$$M' - V = 0 \Rightarrow M' = V \Rightarrow M = \int V dx + C_3 \quad \begin{matrix} \text{INTEGRÁLI} \\ \text{KONSTANTA} \end{matrix}$$

- PRŮBĚH NORMÁLOVÉ A POSOUVAJÍCÍ SÍLY JE INTEGRÁLEM PŘÍSLUŠNÉHO ZATÍŽENÍ.

- PRŮBĚH OHYBOVÉHO MOMENTU JE INTEGRÁLEM POS. SÍLY (KDYŽ $m = 0$).

- ŽE DIF. PODMÍNEK DÁLĚ VPLÝVAJÍ PRAVIDLA PRO PRŮBĚHY VNIT. SIL.

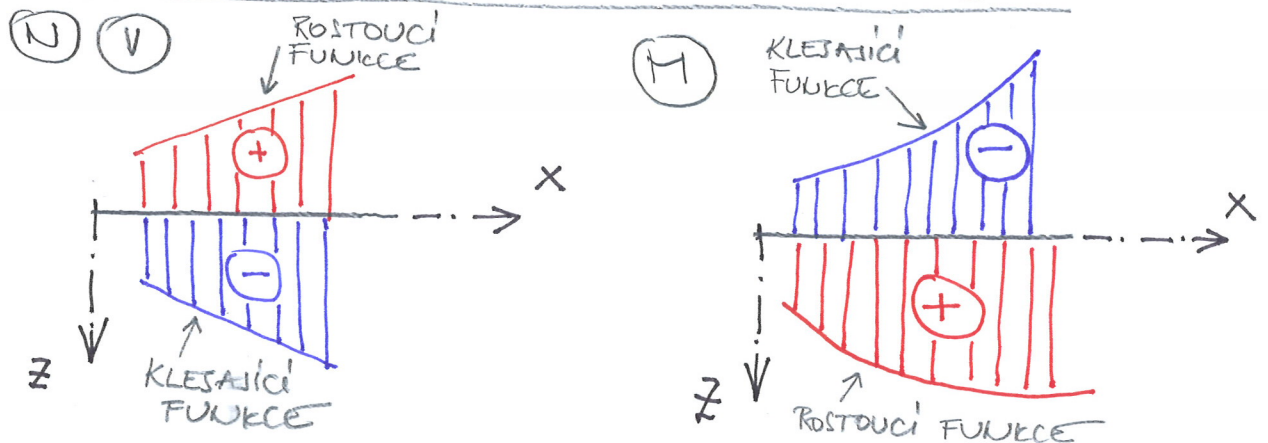
- KDYŽ m A q JSOU KLADNÉ, POTOM JE FUNKCE NORMÁLOVÝCH A POSOUVAJÍCÍCH SIL KLESAJÍCÍ, JSOU-LI V JISTÉM BODĚ m A q ZAPORNÉ, POTOM JE FUNKCE m A q ROSTOUCÍ. JE-LI POSOUVAJÍCÍ SÍLA KLADNÁ, JE FUNKCE OHYBOVÉHO MOMENTU ROSTOUCÍ, V OPACNĚM PŘÍPADĚ KLESAJÍCÍ.

O EXTREMU FUNKCE PLATÍ, ŽE PRVNÍ DERIVACE MUSÍ BÝT NULOVA

$$\left. \begin{aligned} N' &= -M = 0 \\ V' &= -Q = 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{LOKÁLNÍ EXTREM FUNKCE} \\ &\text{JE V MÍSTĚ NULOVÉHO ZATÍŽENÍ} \end{aligned}$$

$M' = V = 0 \Rightarrow$ LOKÁLNÍ EXTREM OHYBOVÉHO MOMENTU JE V MÍSTĚ NULOVÉ POSOUVAJÍCÍ SÍLY.

VYKRESLOVÁNÍ VNITŘNÍCH SIL

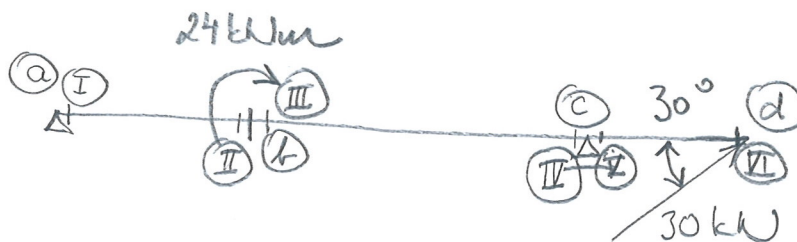


- PŘI SPRÁVNÉM VYKRESLENÍ PRŮBĚHU OHYBOVÉHO MOMENTU JE OBRAZEC NA STRANĚ TAŽENÝCH VLÁKEN.

- Kladná NORMÁLOVÁ SÍLA = TAH

- Kladná POSOUVAJÍCÍ SÍLA - OTÁČÍ S ČÁSTÍ KONSTRUKCE KOLEM OSY y VE SMĚRU HODINOVÝCH RUČÍČEK.

VYKRESLENÍ VNITŘNÍCH SIL - VIZ PŘEDCHOZÍ PŘÍKLAD



NORMÁLOVÁ SÍLY: MEZI ŘEZY (I) A (VI) NEVÍ ŽÁDNÉ NORMÁLOVÉ ZATÍŽENÍ:

$$N = -\int n dx + C_1 = -\int 0 dx + C_1 = C_1$$

C_1 ... INTEGRACNÍ KONSTANTA, JE ROVNA VÝPOČETNÉ NORMÁLOVÉ SÍLE. PRŮBĚH (N) JE KONSTANTNÍ POSOUVACÍ SÍLY: MEZI ŘEZY (I) A (IV) A (V) (VI)

NEUÍ PŘÍČNÉ ZATÍŽENÍ

$$V = -\int q dx + C_2 = -\int 0 dx + C_2 = C_2$$

C_2 ... INTEGRACNÍ KONSTANTA, POSOUVACÍ SÍLA MÁ PO ČÁSTECH KONSTANTNÍ PRŮBĚH.

OHYBOVÉ MOMENTY: POS. SÍLA JE PO ČÁSTECH KONSTANTNÍ. VYJÁDRĚNO OBECNĚ PRO KONSTANTNÍ POSOUVACÍ SÍLU:

$$M = \int V dx + C_3 = V \cdot \int dx + C_3 = V \cdot x + C_3$$

FUNKCE OHYBOVÉHO MOMENTU JE LINEÁRNÍ. KONSTANTA C_3 SE URČÍ Z ODR. PODMÍNEK (ZNÁMÝCH OHYBOVÝCH MOMENTŮ)

