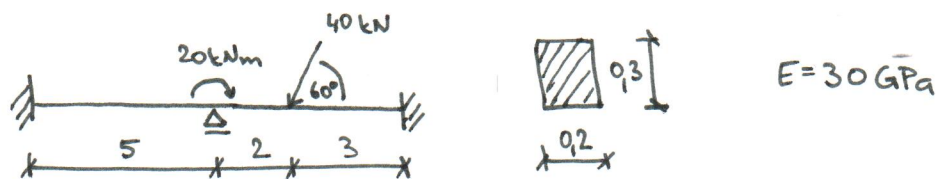


Deformační metoda - rovinný nosník

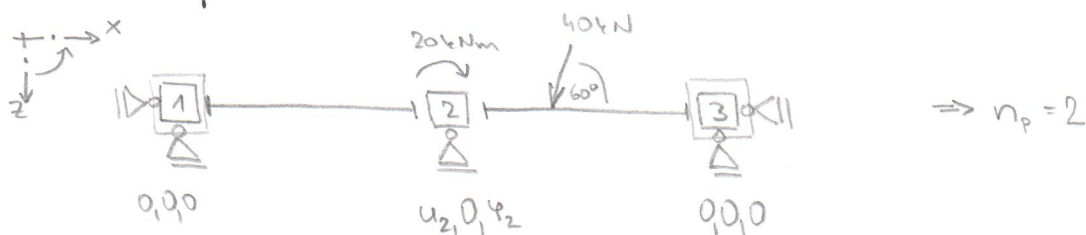
①

Určete průběh vnitřních sil na kci



- ① model (očíslování uzlů, rozdělení kce na jednotlivé pruty, podepření, určení neznámých deformací)

určení n_p



- ② vypsání neznámých parametrů deformací do globálního vektoru deformací $\{r\}$
sestavení globálního vektoru uzlových zatížení $\{S\}$ (počet řádků shodný s n_p)

$$\{r\} = \begin{Bmatrix} u_2 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix} \quad \{S\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -20000 \end{Bmatrix} \quad (\text{základní jednotky})$$

- ③ matice tuhosti prutů v GSS (globální souř. soustava) $[K_{ij}] \dots [K_{12}], [K_{23}]$
vektory primárních koncových sil jednotlivých prutů v LSS $\rightarrow$ GSS $\{R_{ij}^*\} \rightarrow \{R_{ij}\}$
 $\dots \{R_{12}^*\}, \{R_{23}^*\} \rightarrow \{R_{12}\}, \{R_{23}\}$

V případě rovinného nosníku volíme GSS stejnou

jako LSS jednotlivých prutů $\Rightarrow$ není třeba transformovat mezi souř. systémy.

Oba pruty - stejný průřez, délka, E, model (—) $\Rightarrow$ stejná matice tuhosti (tab. 11.3(a))

$$\frac{EA}{l} = \frac{30 \cdot 10^9 \cdot 0,2 \cdot 0,3}{5} = 360 \cdot 10^6$$

$$\frac{6EI}{l^2} = \frac{6 \cdot 30 \cdot 10^9 \cdot \frac{1}{12} \cdot 0,2 \cdot 0,3^3}{5^2} = 324 \cdot 10^6$$

$$\frac{4EI}{l} = \frac{4 \cdot 30 \cdot 10^9 \cdot \frac{1}{12} \cdot 0,2 \cdot 0,3^3}{5} = 10,8 \cdot 10^6$$

$$\frac{2EI}{l} = 5,4 \cdot 10^6$$

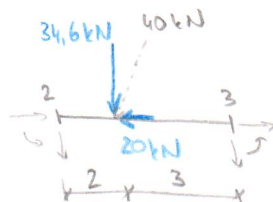
$$[K_{12}] = [K_{23}] = 10^6$$

u_1	w_1	φ_1	u_2	w_2	φ_2
u_2	w_2	φ_2	u_3	w_3	φ_3
360	0	-360	0		
0	-324	0	-324		
0	10,8	0	5,4		
-360	0	360	0		
0	324	0	324		
0	5,4	0	10,8		

Primární koncové síly - tab. 11.2



$$\{\bar{R}_{12}^*\} = \{\bar{R}_{12}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{X}_1 \\ \bar{Z}_1 \\ \bar{M}_1 \\ \bar{X}_2 \\ \bar{Z}_2 \\ \bar{M}_2 \end{Bmatrix}$$



tab. 11.2(c)

$$a=2, b=3, l=5$$

$$F' = 34.6 \text{ kN}$$

$$F'' = -20 \text{ kN}$$

$$\{\bar{R}_{23}^*\} = \{\bar{R}_{23}\} = \begin{Bmatrix} 12000 \\ -22421 \\ 24912 \\ 8000 \\ -12179 \\ -16608 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{X}_2 \\ \bar{Z}_2 \\ \bar{M}_2 \\ \bar{X}_3 \\ \bar{Z}_3 \\ \bar{M}_3 \end{Bmatrix}$$

[N, Nm]

④ globální matice tuhosti v GSS [K]

globální vektor primárních koncových sil v GSS $\{\bar{R}\}$

(stoupky a řádky matice / řádky vektoru odpovídají neznámým přetvořením)

$$[K] = 10^6 \cdot \begin{bmatrix} 360 & 0 \\ 1360 & 0 \\ 0 & 10.8 \\ 10 & 10.8 \end{bmatrix} \begin{matrix} u_2 \\ \varphi_2 \end{matrix} = 10^6 \cdot \begin{bmatrix} 720 & 0 \\ 0 & 21.6 \end{bmatrix} \begin{matrix} u_2 \\ \varphi_2 \end{matrix}$$

$$\{\bar{R}\} = \begin{Bmatrix} 0 + 12000 \\ 0 + 24912 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{X}_2 (u_2) \\ \bar{M}_2 (\varphi_2) \end{Bmatrix}$$

⑤ zatěžovací vektor $\{F\}$ (vektor pravé strany)sestavení soustavy rovnic $\rightarrow$ výpočet neznámých parametrů deformací $\{r\}$

$$\{F\} = \{S\} - \{\bar{R}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -20000 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 12000 \\ 24912 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -12000 \\ -44912 \end{Bmatrix}$$

$$[K] \cdot \{r\} = \{F\}$$

$$10^6 \cdot \begin{bmatrix} 720 & 0 \\ 0 & 21.6 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_2 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -12000 \\ -44912 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} 720 \cdot 10^6 \cdot u_2 + 0 \cdot \varphi_2 &= -12000 \\ 0 \cdot u_2 + 21.6 \cdot 10^6 \cdot \varphi_2 &= -44912 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow u_2 = -1.67 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$\varphi_2 = -2.08 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$$

⑥ sestavení vektorů deformací jednotlivých prutů v GSS $\{r_{ij}\} \dots \{r_{12}\}, \{r_{23}\}$

$$\{r_{12}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1.67 \cdot 10^{-5} \\ 0 \\ -2.08 \cdot 10^{-3} \end{Bmatrix}$$

$$\{r_{23}\} = \begin{Bmatrix} -1.67 \cdot 10^{-5} \\ 0 \\ -2.08 \cdot 10^{-3} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

7. výpočet vektorů sekundárních koncových sil jednotlivých prutů v GSS

$$\{\hat{R}_{ij}\} \dots \{\hat{R}_{12}\}, \{\hat{R}_{23}\}$$

$$\rightarrow \text{převod do LSS} \quad \{\hat{R}_{ij}^*\} \dots \{\hat{R}_{12}^*\}, \{\hat{R}_{23}^*\}$$

u této bce LSS $\approx$ GSS

$\rightarrow$ není nutno transformovat

$\rightarrow$ výpočet vektorů výsledných koncových sil jednotlivých prutů v LSS

$$\{R_{ij}^*\} \dots \{R_{12}^*\}, \{R_{23}^*\}$$

$$\{\hat{R}_{ij}\} = [K_{ij}] \cdot \{r_{ij}\}$$

$$\{\hat{R}_{12}\} = [K_{12}] \cdot \{r_{12}\} = 10^6 \cdot \begin{bmatrix} u_1 & w_1 & \varphi_1 & u_2 & w_2 & \varphi_2 \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ 0 & 0 & 0 & -360 & 0 & -3,24 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5,4 & 0 \\ 360 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3,24 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10,8 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1,67 \cdot 10^{-5} \\ 0 \\ -2,08 \cdot 10^{-3} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 6012 \\ 6739,2 \\ -11232 \\ -6012 \\ -6739,2 \\ -22464 \end{Bmatrix} = \{\hat{R}_{12}^*\}$$

$$\{\hat{R}_{23}\} = [K_{23}] \cdot \{r_{23}\} = 10^6 \cdot \begin{bmatrix} u_2 & w_2 & \varphi_2 & u_3 & w_3 & \varphi_3 \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ 360 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3,24 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10,8 & 0 & 0 & 0 \\ -360 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3,24 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5,4 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} -1,67 \cdot 10^{-5} \\ 0 \\ -2,08 \cdot 10^{-3} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -6012 \\ 6739,2 \\ -22464 \\ 6012 \\ -6739,2 \\ -11232 \end{Bmatrix} = \{\hat{R}_{23}^*\}$$

$$\{R_{12}^*\} = \{\bar{R}_{12}^*\} + \{\hat{R}_{12}^*\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 6012 \\ 6739,2 \\ -11232 \\ -6012 \\ -6739,2 \\ -22464 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 6012 \\ 6739,2 \\ -11232 \\ -6012 \\ -6739,2 \\ -22464 \end{Bmatrix} \quad \begin{matrix} X_{12} \\ Z_{12} \\ M_{12} \\ X_{21} \\ Z_{21} \\ M_{21} \end{matrix}$$

$$\{R_{23}^*\} = \{\bar{R}_{23}^*\} + \{\hat{R}_{23}^*\} = \begin{Bmatrix} 12000 \\ -22421 \\ 24912 \\ 8000 \\ -12179 \\ -16608 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -6012 \\ 6739,2 \\ -22464 \\ 6012 \\ -6739,2 \\ -11232 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5988 \\ -15681,8 \\ 2448 \\ 14012 \\ -18918,2 \\ -27840 \end{Bmatrix} \quad \begin{matrix} X_{22} \\ Z_{23} \\ M_{23} \\ X_{32} \\ Z_{32} \\ M_{32} \end{matrix}$$

8. Vykreslení průběhů vnitřních sil

rozkreslení účinků na pruty [kN, kNm]

