Integračně-derivační schéma + průběhy funkcí

základ:

integrace ↓ $-q$ ↑ derivace

V

M

φ

w } navazující předmět: Pružnost a pevnost

→ **důsledky:**

A) Typy křivek – integrací se stupeň křivky zvýší o 1

A.1) $q = 0$

V je integrálem $-q$:

$V = \int 0\, dx = 0 + c_1 \cdot x^0$ ⇒ V je konstantní většinou nenulová hodnota (v určitých případech může $c_1 = 0$)

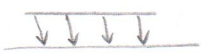
M je integrálem V:

$M = \int c_1\, dx = \underbrace{c_1 x^1 + c_2}_{\text{rovnice přímky}}$ ⇒ M je lineární (křivka 1. stupně)

(v případech, kdy $c_1 = 0$ → M-konst.)

$q = 0$
⇘ V-konst. ($0°$)
⇘ M-lineární ($1°$)
} Tip č. 2 (vykreslování průběhů vnitřních sil)

A.2) q-konst. … např. $q = k \cdot x^0$ (za k můžeme dosadit libovolné číslo ≈ intenzita spojitého zat.)



V je integrálem $-q$:

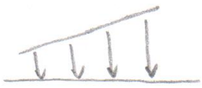
$V = \int -k\, dx = \underbrace{-k x^1 + c_1}_{\text{rovnice přímky}}$ ⇒ V je lineární (křivka 1. stupně)

M je integrálem V:

$M = \int (-kx + c_1)\, dx = \underbrace{-k \frac{x^2}{2} + c_1 x + c_2}_{\text{rovnice paraboly}}$ ⇒ M-parabola (křivka 2. stupně)

q-konst. ($0°$)
⇘ V-lineární ($1°$)
⇘ M-parabola ($2°$)
} Tip č. 4 (vykreslování průběhů vnitřních sil)

A.3) q - lineární (trojúhelníkové příp. lichoběžníkové spoj. zat.)



... např. $q = k \cdot x + m$ k, m - „libovolné" konstanty

konstanta k ≈ „rychlost nárůstu" intenzity zatížení

konstanta m se využije pro lichoběžníkové zatížení

V je integrálem $-q$:

$$V = \int(-kx - m)\,dx = \underbrace{-k\frac{x^2}{2} - mx + c_1}_{\text{rovnice paraboly}} \Rightarrow V \text{ - parabola}$$

rovnice paraboly (kvadratické)   (křivka 2. stupně)

M je integrálem V:

$$M = \int\left(-\frac{k}{2}x^2 - mx + c_1\right)dx = -\frac{k}{2}\cdot\frac{x^3}{3} - m\frac{x^2}{2} + c_1x + c_2 \Rightarrow M \text{ - kubická parabola}$$

(křivka 3. stupně)

q - lineární (1°)
⇘ V - parabola (2°)
⇘ M - kubická parabola (3°)

} Tip č. 5 (vykreslování průběhů vnitřních sil)

B) Tečny a směrnice (průběhy funkcí - Matematika I/1)

- mám-li rovnici přímky: $y = kx + q$
  a chci znát její směrnici
  - pro uvedenou rovnici víte, že směrnici přímky je konst. k
  - jakým výpočtem získáte z rovnice hodnotu směrnice?
    → danou rovnici je třeba derivovat:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d(kx+q)}{dx} = \underline{k} = y' = (kx)' + (q)' = k + 0$$

- pro libovolnou jinou křivku získám podobným způsobem směrnici tečny v určitém bodě
  ↳ $y'(x)$

⇒ Když chci znát směrnici tečny nějaké funkce (diagramu vnitřní síly), musím zjistit její derivaci v bodě, pro který hledám směrnici.

Co už vím o vnitřních silách? (a spojitém zatížení)

$-q$

V

M

derivace

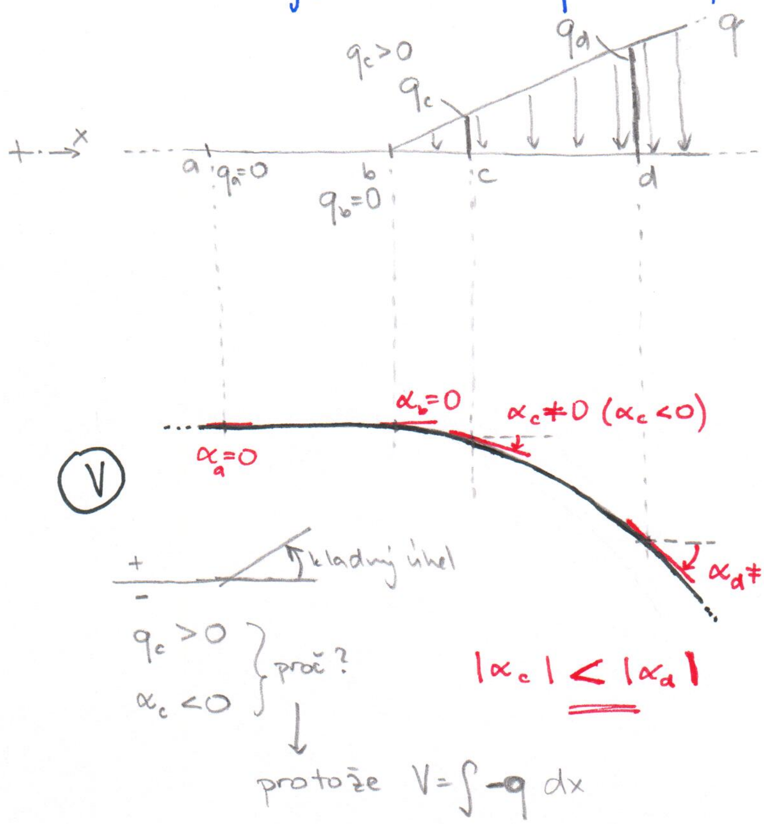
derivací posouvající síly je intenzita spoj. zatížení (v záporné hodnotě)

derivací momentů jsou posouvající síly

Chci-li zjistit sklon V, podívám se na intenzitu spoj. zatížení

(nesmím při tom zapomenout, že derivací V je $-q$)

$\Rightarrow$ když intenzita q roste, bude tečna V čím dál strmější



- v bodě a … $q=0$

  $\Rightarrow$ tečna V má nulový sklon (je rovnoběžná s osou prutu)

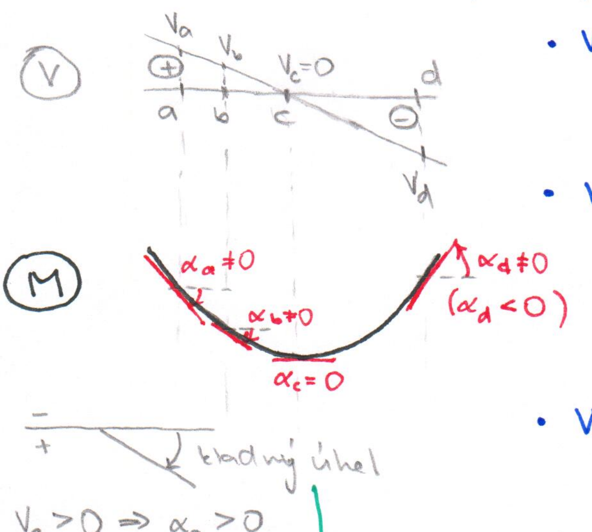
- v bodě b … $q=0$

  $\Rightarrow$ tečna V - nulový sklon

- bod c … $q=q_c$
- bod d … $q=q_d$

$q_c < q_d$ $\Rightarrow$ tečna V v bodě c má menší sklon než v bodě d

Podobné pravidlo platí pro sklon M - podívám se na hodnotu V.



- $V_a > V_b$ $\Rightarrow$ sklon tečny M v bodě a bude větší než v bodě b
- $V_c = 0$ $\Rightarrow$ sklon tečny M v bodě c bude nulový (tečna rovnoběžná s osou prutu)
- $V_d < 0$ $\Rightarrow$ tečna musí mít opačný sklon než tečna v bodě a

$\rightarrow$ proč je kladný úhel zcela neobvykle po směru chodu hodinových ručiček? $\rightarrow$ protože kladné hodnoty momentů se vykreslují dolů

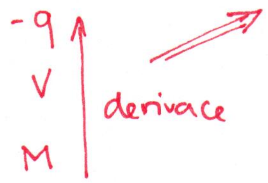
... Tip č. 6 a 7 (vykreslování průběhů vnitřních sil)

C) Přechodový průřez, výpočet max. M

Jak zjistím extrém nějaké funkce?

→ funkci musím zderivovat a tuto derivaci položit rovnu nule

Když chci zjistit extrém M (lokální maximum nebo minimum), vezmu si derivaci M, což jsou posouvající síly V,

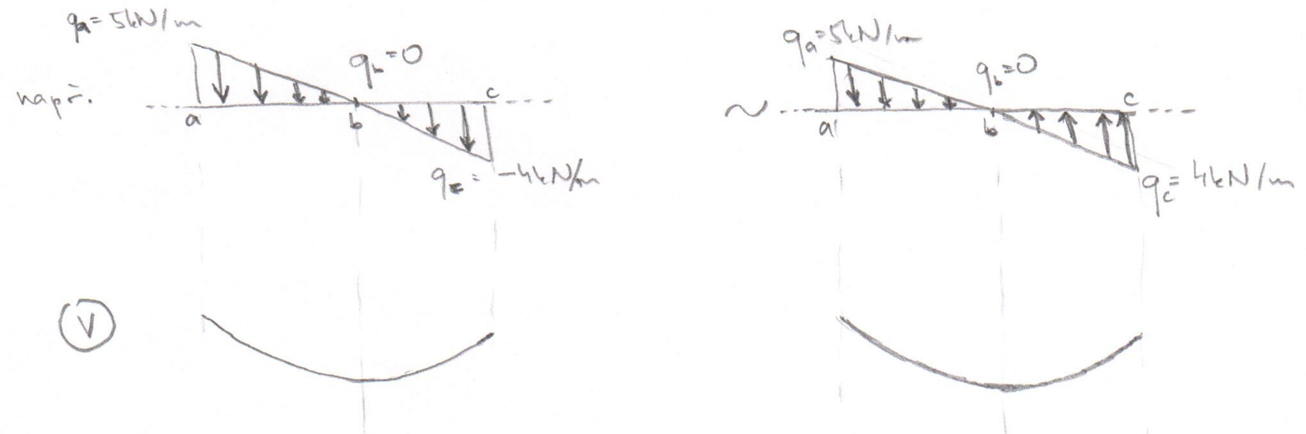


a v místě, kde V = 0

→ poloha řezu, v němž je na prutu dosaženo nějakého extrému M

Tip č. 10 (vykreslování průběhů vnitřních sil)

Pozn.: podobně by se dal zjišťovat extrém V:



poloha extrému V je v místě, kde q=0

X v realitě se s takovýmto zatížením většinou nesetkáme