

## Posouzení ocelového nosníku s mezilehlými podporami na ohyb s klopením ve smyslu ČSN EN 1993-1-1 – řešený příklad

Předmětem příkladu je posouzení ohýbaného nosníku s mezilehlými podporami na ohyb s klopením ve smyslu ČSN EN 1993-1-1. Pro výpočet se použijí ustanovení kapitoly 6.3.2 a národní přílohy NB (článek NB.3) v normě ČSN EN 1993-1-1 [1], na kterou je v pravém sloupci odkazováno.

### Vstupní údaje

V rámci úlohy je řešeno posouzení prostého nosníku průřezu IPE 240 z oceli pevnostní třídy S235 o rozpětí  $l = 7,5$  m. Nosník je zatížen návrhovým rovnoměrným spojitým zatížením  $f_{z,Ed} = 9,00$  kN/m. Ve třetinách rozpětí je nosník držen kolmými nosníky, jejichž připojení k řešenému nosníku brání jak natočení, tak posunu z roviny ohybu. Nosník je použitý v ocelové konstrukci pozemní stavby.

Okrajové podmínky jsou uvažovány jako oboustranné kloubové podepření jak pro ohyb okolo osy  $y$ , tak okolo osy  $z$ . V podporách je umožněna deplanace průřezu. Zatížení působí v úrovni horní pásnice směrem do středu smyku.

$A =$	3912,00 mm <sup>2</sup>	$t_w =$	6,20 mm	
$I_y =$	38920000,00 mm <sup>4</sup>	$r =$	15,00 mm	
$I_z =$	2836000,00 mm <sup>4</sup>	$c =$	41,90 mm	
$I_t =$	128800,00 mm <sup>4</sup>	$d =$	190,40 mm	
$I_w =$	37390000000,00 mm <sup>6</sup>	$h =$	240,00 mm	
$W_{el,y} =$	324300,00 mm <sup>3</sup>	$b =$	120,00 mm	
$W_{el,z} =$	47270,00 mm <sup>3</sup>	$i_y =$	99,70 mm	
$W_{pl,y} =$	366600,00 mm <sup>3</sup>	$i_z =$	26,90 mm	
$W_{pl,z} =$	73920,00 mm <sup>3</sup>	$y_0 =$	0,00 mm	
$t_f =$	9,80 mm	$z_0 =$	0,00 mm	

### Materiálové charakteristiky

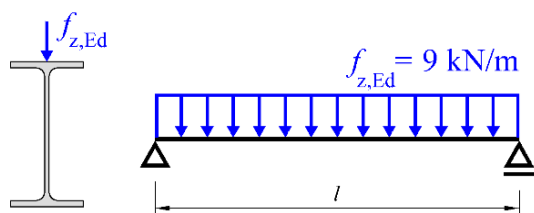
Ocel S235:  $E = 210$  GPa,  $G = 81$  GPa,  $f_y = 235$  MPa

### Součinitele spolehlivosti

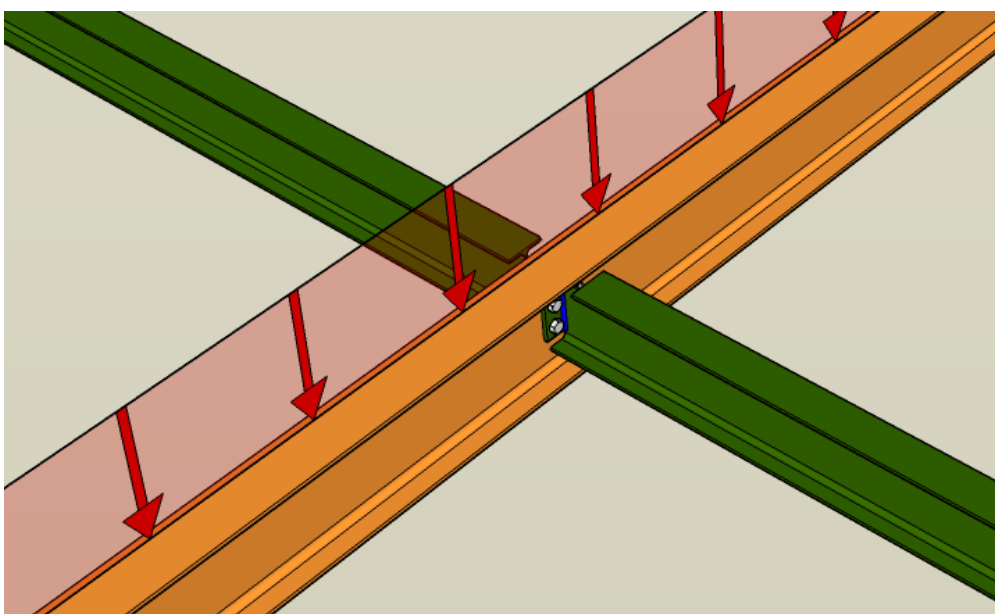
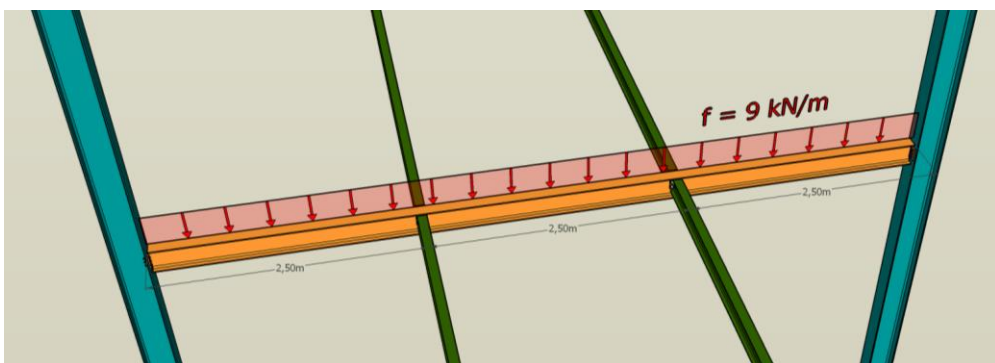
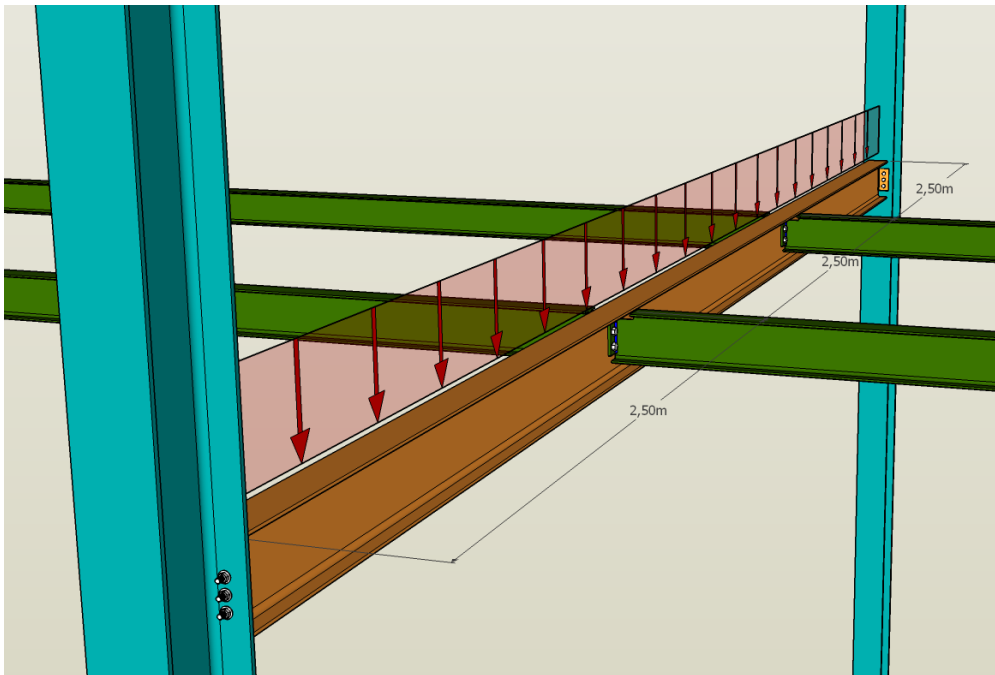
$\gamma_{M0} = 1,00$  (dílní součinitel únosnosti průřezu)

$\gamma_{M1} = 1,00$  (dílní součinitel únosnosti průřezu při posuzování stability prutu)

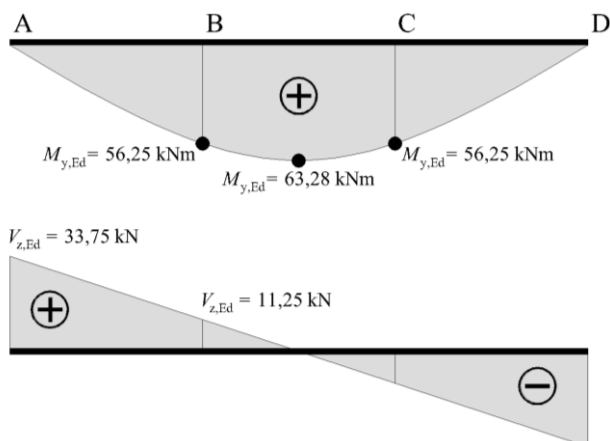
### Zatížení



## Mezilehlé podpory



## Vnitřní síly



## Zatřídění průřezu

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = \sqrt{\frac{235}{235}} = 1,00$$

Stojina (ohyb)

$$\frac{d}{t_w} = \frac{190,4}{6,2} = 30,71 \leq 72 \cdot \varepsilon = 72,00 \rightarrow \text{třída 1}$$

Tab. 5.2

Pásnice (tlak)

$$\frac{c}{t_f} = \frac{41,9}{9,8} = 4,28 \leq 9 \cdot \varepsilon = 9 \rightarrow \text{třída 1}$$

Tab. 5.2

Průřez je třídy 1.

## Posouzení

Posouzení se provede pomocí podmínky (6.54) s použitím výrazu (6.55):

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1 \quad (6.54)$$

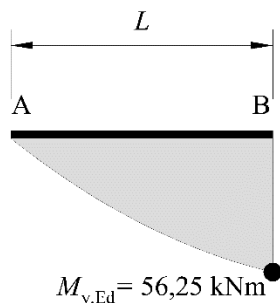
$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \frac{W_y \cdot f_y}{\gamma_{M1}} \quad (6.55)$$

V případě přítomnosti mezilehlých podpor bránících natočení i posunutí průřezu z roviny ohybu se posuzuje každý úsek nosníku (mezi mezilehlými podporami) zvlášť. Jako veličina  $L$  se do vztahů potřebných pro výpočet kritického momentu dosazuje délka nosníku mezi body zabezpečenými proti natočení a posunutí z roviny ohybu (tedy vzdálenost mezi mezilehlými podporami).

Součinitele  $C_1$  a  $C_2$  závisející na průběhu ohybového momentu byly pro řešený příklad určeny řešením vlastních čísel diferenciálních rovnic ohybu [2].

## Posouzení nosníku v úsecích A – B a C – D

### Průběh ohybového momentu



### Výpočet návrhového momentu únosnosti na klopení a posouzení

$$k_z = k_w = 1,0$$

$$\kappa_{wt} = \frac{\pi}{k_w \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I_\omega}{G \cdot I_t}} = \frac{\pi}{1 \cdot 2,5} \cdot \sqrt{\frac{210 \cdot 10^9 \cdot 3,739 \cdot 10^{-8}}{81 \cdot 10^9 \cdot 128800 \cdot 10^{-12}}} = 1,09 \quad \text{NB.3.2}$$

$$z_a = +0,12 \text{ m} \quad \text{NB.3.2}$$

$$z_s = 0,00 \text{ m} \quad \text{NB.3.2}$$

$$z_g = z_a - z_s = 0,12 - 0,00 = 0,12 \text{ m} \quad \text{NB.3.2}$$

$$z_j = 0,00 \text{ m} \quad \text{NB.3.2}$$

$$\zeta_g = \frac{\pi \cdot z_g}{k_z \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I_z}{G \cdot I_t}} = \frac{\pi \cdot 0,12}{1 \cdot 2,5} \cdot \sqrt{\frac{210 \cdot 10^9 \cdot 2836000 \cdot 10^{-12}}{81 \cdot 10^9 \cdot 128800 \cdot 10^{-12}}} = 1,14 \quad \text{NB.3.2}$$

$$\zeta_j = \frac{\pi \cdot z_j}{k_z \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I_z}{G \cdot I_t}} = \frac{\pi \cdot 0,00}{1 \cdot 2,5} \cdot \sqrt{\frac{210 \cdot 10^9 \cdot 2836000 \cdot 10^{-12}}{81 \cdot 10^9 \cdot 128800 \cdot 10^{-12}}} = 0,00 \quad \text{NB.3.2}$$

$$C_1 = 1,574 \quad \text{dle [2]}$$

$$C_2 = 0,080 \quad \text{dle [2]}$$

$$\begin{aligned} \mu_{cr} &= \frac{C_1}{k_z} \cdot \left[ \sqrt{1 + \kappa_{wt}^2 + (C_2 \cdot \zeta_g)^2} - (C_2 \cdot \zeta_g) \right] = \\ &= \frac{1,574}{1} \cdot \left[ \sqrt{1 + 1,09^2 + [0,080 \cdot 1,14]^2} - [0,080 \cdot 1,14] \right] = 2,19 \quad \text{NB.3.2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{cr} &= \mu_{cr} \cdot \frac{\pi \cdot \sqrt{E \cdot I_z \cdot G \cdot I_t}}{L} = \\ &= 2,19 \cdot \frac{\pi \cdot \sqrt{210 \cdot 10^9 \cdot 2836000 \cdot 10^{-12} \cdot 81 \cdot 10^9 \cdot 128800 \cdot 10^{-12}}}{2,5} = 216,93 \text{ kNm} \quad \text{NB.3.2} \end{aligned}$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y \cdot f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{366600 \cdot 10^{-9} \cdot 235 \cdot 10^6}{216930}} = 0,63 \quad 6.3.2.2$$

Křivka klopení  $a$  (válcovaný průřez,  $h/b = 2$ ),  $\alpha = 0,21$  Tab. 6.4

$$\Phi_{LT} = 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2] = 0,5 \cdot [1 + 0,21 \cdot (0,63 - 0,2) + 0,63^2] = 0,74 \quad 6.3.2.2$$

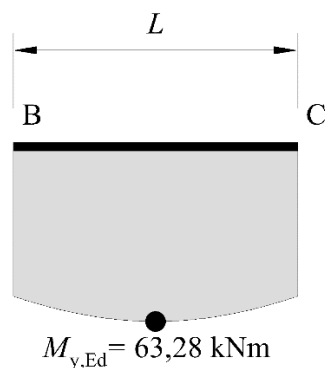
$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} = \frac{1}{0,74 + \sqrt{0,74^2 - 0,63^2}} = 0,89 \quad 6.3.2.2$$

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \frac{W_y \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = 0,89 \cdot \frac{366600 \cdot 10^{-9} \cdot 235 \cdot 10^6}{1,00} = 76,67 \text{ kNm} \quad (6.55)$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} = \frac{56,25}{76,67} = 0,73 \leq 1 \quad (6.54)$$

## Posouzení nosníku v úseku B – C

### Průběh ohybového momentu



### Výpočet návrhového momentu únosnosti na klopení a posouzení

$$k_z = k_w = 1,0$$

$$\kappa_{wt} = \frac{\pi}{k_w \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I_\omega}{G \cdot I_t}} = \frac{\pi}{1 \cdot 2,5} \cdot \sqrt{\frac{210 \cdot 10^9 \cdot 3,739 \cdot 10^{-8}}{81 \cdot 10^9 \cdot 128800 \cdot 10^{-12}}} = 1,09 \quad \text{NB.3.2}$$

$$z_a = +0,12 \text{ m} \quad \text{NB.3.2}$$

$$z_s = 0,00 \text{ m} \quad \text{NB.3.2}$$

$$z_g = z_a - z_s = 0,12 - 0,00 = 0,12 \text{ m} \quad \text{NB.3.2}$$

$$z_j = 0,00 \text{ m} \quad \text{NB.3.2}$$

$$\zeta_g = \frac{\pi \cdot z_g}{k_z \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I_z}{G \cdot I_t}} = \frac{\pi \cdot 0,12}{1 \cdot 2,5} \cdot \sqrt{\frac{210 \cdot 10^9 \cdot 2836000 \cdot 10^{-12}}{81 \cdot 10^9 \cdot 128800 \cdot 10^{-12}}} = 1,14 \quad \text{NB.3.2}$$

$$\zeta_j = \frac{\pi \cdot z_j}{k_z \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I_z}{G \cdot I_t}} = \frac{\pi \cdot 0,00}{1 \cdot 2,5} \cdot \sqrt{\frac{210 \cdot 10^9 \cdot 2836000 \cdot 10^{-12}}{81 \cdot 10^9 \cdot 128800 \cdot 10^{-12}}} = 0,00 \quad \text{NB.3.2}$$

$$C_1 = 1,026 \quad \text{dle [2]}$$

$$C_2 = 0,083 \quad \text{dle [2]}$$

$$\begin{aligned} \mu_{cr} &= \frac{C_1}{k_z} \cdot \left[ \sqrt{1 + \kappa_{wt}^2 + (C_2 \cdot \zeta_g)^2} - (C_2 \cdot \zeta_g) \right] = \\ &= \frac{1,026}{1} \cdot \left[ \sqrt{1 + 1,09^2 + [0,083 \cdot 1,14]^2} - [0,083 \cdot 1,14] \right] = 1,42 \quad \text{NB.3.2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{cr} &= \mu_{cr} \cdot \frac{\pi \cdot \sqrt{E \cdot I_z \cdot G \cdot I_t}}{L} = \\ &= 1,42 \cdot \frac{\pi \cdot \sqrt{210 \cdot 10^9 \cdot 2836000 \cdot 10^{-12} \cdot 81 \cdot 10^9 \cdot 128800 \cdot 10^{-12}}}{2,5} = 140,66 \text{ kNm} \quad \text{NB.3.2} \end{aligned}$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y \cdot f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{366600 \cdot 10^{-9} \cdot 235 \cdot 10^6}{140660}} = 0,78 \quad \text{6.3.2.2}$$

Křivka klopení  $a$  (válcovaný průřez,  $h/b = 2$ ),  $\alpha = 0,21$  Tab. 6.4

$$\Phi_{LT} = 0,5 \cdot \left[ 1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2 \right] = 0,5 \cdot \left[ 1 + 0,21 \cdot (0,78 - 0,2) + 0,78^2 \right] = 0,87 \quad \text{6.3.2.2}$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} = \frac{1}{0,87 + \sqrt{0,87^2 - 0,78^2}} = 0,80 \quad \text{6.3.2.2}$$

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \frac{W_y \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = 0,80 \cdot \frac{366600 \cdot 10^{-9} \cdot 235 \cdot 10^6}{1,00} = 68,92 \text{ kNm} \quad \text{(6.55)}$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} = \frac{63,28}{68,92} = 0,92 \leq 1 \quad \text{(6.54)}$$

## Posouzení nosníku

Nosník vyhovuje ve všech úsecích mezi mezilehlými podporami. Maximální využití činí 92 %.

## Použité zdroje

- [1] ČSN EN 1993-1-1 Eurokód 3: Navrhování ocelových konstrukcí – Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby. Praha: Český normalizační institut, 2006.
- [2] VLASOV, V. Z. Tenkostěnné pružné pruty. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1962.