

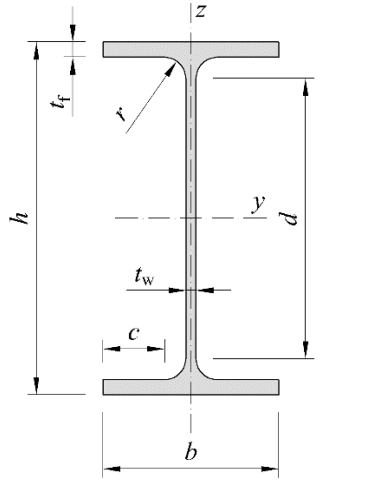
Posouzení prutu namáhaného kombinací osové tlakové síly a ohybového momentu ve smyslu ČSN EN 1993-1-1 – řešený příklad

Předmětem příkladu je posouzení prutu namáhaného kombinací osového tlaku a ohybového momentu s možnou ztrátou stability jak při tlaku (vzpěr), tak při ohybu. Pro posouzení se použijí ustanovení kapitoly 6.3.3 v normě ČSN EN 1993-1-1 [1], na kterou je v pravém sloupci odkazováno.

Vstupní údaje

V rámci úlohy je řešeno posouzení prostého nosníku průřezu IPE 300 z oceli pevnostní třídy S235 o rozpětí $L = 5$ m. Návrhové hodnoty zatížení jsou $N_{Ed} = -100,00$ kN (návrhová normálová tlaková síla) a $f_{z,Ed} = 18,00$ kN/m (návrhové rovnoměrné spojité zatížení). Nosník je použitý v ocelové konstrukci pozemní stavby.

Okrajové podmínky jsou uvažovány jako oboustranné kloubové podepření jak pro ohyb okolo osy y , tak okolo osy z . Deplance průřezu je umožněna v obou podporách. Zatížení působí v úrovni horní pásnice směrem do středu smyku.

$A = 5381,00 \text{ mm}^2$	$t_w = 7,10 \text{ mm}$	
$I_y = 83560000,00 \text{ mm}^4$	$r = 15,00 \text{ mm}$	
$I_z = 6038000,00 \text{ mm}^4$	$c = 56,50 \text{ mm}$	
$I_t = 201200,00 \text{ mm}^4$	$d = 248,60 \text{ mm}$	
$I_w = 125900000000,00 \text{ mm}^6$	$h = 300,00 \text{ mm}$	
$W_{el,y} = 557100,00 \text{ mm}^3$	$b = 150,00 \text{ mm}$	
$W_{el,z} = 80500,00 \text{ mm}^3$	$i_y = 124,61 \text{ mm}$	
$W_{pl,y} = 628400,00 \text{ mm}^3$	$i_z = 33,50 \text{ mm}$	
$W_{pl,z} = 125200,00 \text{ mm}^3$	$y_0 = 0,00 \text{ mm}$	
$t_f = 10,70 \text{ mm}$	$z_0 = 0,00 \text{ mm}$	

Materiálové charakteristiky

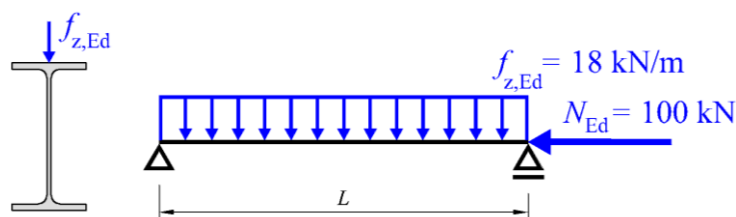
Ocel S235: $E = 210$ GPa, $G = 81$ GPa, $f_y = 235$ MPa

Součinitele spolehlivosti

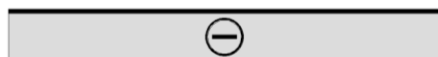
$\gamma_{M0} = 1,00$ (dílní součinitel únosnosti průřezu)

$\gamma_{M1} = 1,00$ (dílní součinitel únosnosti průřezu při posuzování stability prutu)

Zatížení



Vnitřní síly



$$N_{Ed} = -100 \text{ kN}$$



$$M_{y,Ed} = 56,25 \text{ kNm}$$

$$V_{z,Ed} = 45,00 \text{ kN}$$



Zatřídění průřezu

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = \sqrt{\frac{235}{235}} = 1,00$$

Stojina (tlak + ohyb)

Poloha neutrálné osy při plně plastickém stavu:

$$\alpha = \frac{1}{2} + \frac{|M_{y,Ed}|}{N_{Ed}} \cdot \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{2 \cdot d} \cdot \sqrt{\left(d \cdot \frac{N_{Ed}}{M_{y,Ed}} \right)^2 + \frac{N_{Ed}^2 \cdot (4 \cdot W_{pl,y} - d^2 \cdot t_w)}{M_{y,Ed}^2 \cdot t_w} + 4} \right) =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{56250}{-100000} \cdot \left(\frac{1}{0,2486} - \frac{1}{2 \cdot 0,2486} \cdot \sqrt{\left(0,2486 \cdot \frac{-100000}{56250} \right)^2 + \frac{(-100000)^2 \cdot (4 \cdot 628400 \cdot 10^{-9} - 0,2486^2 \cdot 0,0071)}{56250^2 \cdot 0,0071} + 4} \right) = \quad [2]$$

$$= 0,80 \leq 1,00$$

$$\frac{d}{t_w} = \frac{248,6}{7,1} = 35,01 \leq \frac{396 \cdot \varepsilon}{13 \cdot \alpha - 1} = \frac{396 \cdot 1,00}{13 \cdot 0,80 - 1} = 42,13 \rightarrow \text{třída 1}$$

Tab. 5.2

Pásnice (tlak)

$$\frac{c}{t_f} = \frac{56,5}{10,7} = 5,28 \leq 9 \cdot \varepsilon = 9 \rightarrow \text{třída 1}$$

Tab. 5.2

Průřez je třídy 1.

Posouzení

Posouzení se provede pomocí podmínek (6.61) a (6.62):

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rk}} + k_{yy} \cdot \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk}} + k_{yz} \cdot \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{M_{z,Rk}} \leq 1 \quad (6.61)$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk}} + k_{zy} \cdot \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk}} + k_{zz} \cdot \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{M_{z,Rk}} \leq 1 \quad (6.62)$$

Momenty v důsledku posunu těžišťové osy $\Delta M_{y,Ed}$ a $\Delta M_{z,Ed}$ se uplatní pouze u průřezů třídy 4.

Interakční součinitele k_{yy} , k_{yz} , k_{zy} a k_{zz} se určí pomocí metody 1 nebo metody 2. Pro použití v ČR je doporučeno použití metody 2.

Návrhové vnitřní síly

$$N_{Ed} = 100,00 \text{ kN}$$

$$M_{y,Ed} = 56,25 \text{ kNm}$$

$$M_{z,Ed} = 0,00 \text{ kNm}$$

Charakteristické únosnosti v tlaku a v ohybu

$$N_{Rk} = A \cdot f_y = 5381 \cdot 10^{-6} \cdot 235 \cdot 10^6 = 1264,54 \text{ kN} \quad \text{Tab. 6.7}$$

$$M_{y,Rk} = W_{pl,y} \cdot f_y = 628400 \cdot 10^{-9} \cdot 235 \cdot 10^6 = 147,67 \text{ kNm} \quad \text{Tab. 6.7}$$

$$M_{z,Rk} = W_{pl,z} \cdot f_y = 125200 \cdot 10^{-9} \cdot 235 \cdot 10^6 = 29,42 \text{ kNm} \quad \text{Tab. 6.7}$$

Návrhové plastické únosnosti v ohybu

$$M_{pl,y,Rd} = \frac{W_{pl,y} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{628400 \cdot 10^{-9} \cdot 235 \cdot 10^6}{1,00} = 147,64 \text{ kNm} \quad (6.13)$$

$$M_{pl,z,Rd} = \frac{W_{pl,z} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{125200 \cdot 10^{-9} \cdot 235 \cdot 10^6}{1,00} = 29,42 \text{ kNm} \quad (6.13)$$

Vzpěrné délky

$$L_{cr,y} = k_y \cdot L = 1 \cdot 5 = 5 \text{ m}$$

$$L_{cr,z} = k_z \cdot L = 1 \cdot 5 = 5 \text{ m}$$

$$L_{cr,T} = k_w \cdot L = 1 \cdot 5 = 5 \text{ m}$$

Výpočet součinitelů vzpěrnosti χ_y a χ_z

Vzpěr kolmo k ose y

$$N_{cr,y} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{L_{cr,y}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210 \cdot 10^9 \cdot 83560000 \cdot 10^{-12}}{5^2} = 6927,51 \text{ kN}$$

$$\bar{\lambda}_y = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr,y}}} = \sqrt{\frac{5381 \cdot 235}{6927510}} = 0,43 \quad 6.3.1.2$$

Křivka vzpěrné pevnosti a ($h/b = 2$; $t_f < 100 \text{ mm}$), $\alpha = 0,21$ Tab. 6.2

$$\Phi_y = 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda}_y - 0,2) + \bar{\lambda}_y^2] = 0,5 \cdot [1 + 0,21 \cdot (0,43 - 0,2) + 0,43^2] = 0,62 \quad 6.3.1.2$$

$$\chi_y = \frac{1}{\Phi_y + \sqrt{\Phi_y^2 - \bar{\lambda}_y^2}} = \frac{1}{0,62 + \sqrt{0,62^2 - 0,43^2}} = 0,94 \quad 6.3.1.2$$

Vzpěr kolmo k ose z

$$N_{cr,z} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{L_{cr,z}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210 \cdot 10^9 \cdot 60380000 \cdot 10^{-12}}{5^2} = 500,58 \text{ kN}$$

$$\bar{\lambda}_z = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr,z}}} = \sqrt{\frac{5381 \cdot 235}{500580}} = 1,59 \quad 6.3.1.2$$

Křivka vzpěrné pevnosti b ($h/b = 2$; $t_f < 100 \text{ mm}$), $\alpha = 0,34$ Tab. 6.2

$$\Phi_z = 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda}_z - 0,2) + \bar{\lambda}_z^2] = 0,5 \cdot [1 + 0,34 \cdot (0,159 - 0,2) + 1,59^2] = 2,00 \quad 6.3.1.2$$

$$\chi_z = \frac{1}{\Phi_z + \sqrt{\Phi_z^2 - \bar{\lambda}_z^2}} = \frac{1}{2,00 + \sqrt{2,00^2 - 1,59^2}} = 0,31 \quad 6.3.1.2$$

Výpočet součinitele klopení χ_{LT} (6.56)

$$k_z = k_w = 1,0$$

$$\kappa_{wt} = \frac{\pi}{k_w \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I_\omega}{G \cdot I_t}} = \frac{\pi}{1,5} \cdot \sqrt{\frac{210 \cdot 10^9 \cdot 1,259 \cdot 10^{-7}}{81 \cdot 10^9 \cdot 201200 \cdot 10^{-12}}} = 0,80 \quad \text{NB.3.2}$$

$$z_a = +0,15 \text{ m} \quad \text{NB.3.2}$$

$$z_s = 0,00 \text{ m} \quad \text{NB.3.2}$$

$$z_g = z_a - z_s = 0,15 - 0,00 = 0,15 \text{ m} \quad \text{NB.3.2}$$

$$z_j = 0,00 \text{ m} \quad \text{NB.3.2}$$

$$\zeta_g = \frac{\pi \cdot z_g}{k_z \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I_z}{G \cdot I_t}} = \frac{\pi \cdot 0,15}{1,5} \cdot \sqrt{\frac{210 \cdot 10^9 \cdot 6038000 \cdot 10^{-12}}{81 \cdot 10^9 \cdot 201200 \cdot 10^{-12}}} = 0,83 \quad \text{NB.3.2}$$

$$\zeta_j = \frac{\pi \cdot z_j}{k_z \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I_z}{G \cdot I_t}} = \frac{\pi \cdot 0,00}{1,5} \cdot \sqrt{\frac{210 \cdot 10^9 \cdot 6038000 \cdot 10^{-12}}{81 \cdot 10^9 \cdot 201200 \cdot 10^{-12}}} = 0,00 \quad \text{NB.3.2}$$

$$C_1 = 1,13 \quad \text{NB.3.2}$$

$$C_2 = 0,46 \quad \text{NB.3.2}$$

$$C_3 = 0,53 \quad \text{NB.3.2}$$

$$\begin{aligned} \mu_{cr} &= \frac{C_1}{k_z} \cdot \left[\sqrt{1 + \kappa_{wt}^2 + (C_2 \cdot \zeta_g - C_3 \cdot \zeta_j)^2} - (C_2 \cdot \zeta_g - C_3 \cdot \zeta_j) \right] = \\ &= \frac{1,13}{1} \cdot \left[\sqrt{1 + 0,80^2 + [0,46 \cdot 0,83 - 0,53 \cdot 0]^2} - [0,46 \cdot 0,83 - 0,53 \cdot 0] \right] = 1,08 \quad \text{NB.3.2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{cr} &= \mu_{cr} \cdot \frac{\pi \cdot \sqrt{E \cdot I_z \cdot G \cdot I_t}}{L} = \\ &= 1,08 \cdot \frac{\pi \cdot \sqrt{210 \cdot 10^9 \cdot 6038000 \cdot 10^{-12} \cdot 81 \cdot 10^9 \cdot 201200 \cdot 10^{-12}}}{5} = 97,55 \text{ kNm} \quad \text{NB.3.2} \end{aligned}$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y \cdot f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{628400 \cdot 10^{-9} \cdot 235 \cdot 10^6}{97550}} = 1,23 \quad \text{6.3.2.2}$$

Křivka klopení a (válcovaný průřez, $h/b = 2$), $\alpha = 0,21$ Tab. 6.4

$$\Phi_{LT} = 0,5 \cdot [1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2] = 0,5 \cdot [1 + 0,21 \cdot (1,23 - 0,2) + 1,23^2] = 1,36 \quad \text{6.3.2.2}$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} = \frac{1}{1,36 + \sqrt{1,36^2 - 1,23^2}} = 0,52 \quad \text{6.3.2.2}$$

Výpočet součinitelů interakce k_{yy} , k_{yz} , k_{zy} , k_{zz}

Pro určení součinitelů interakce jsou k dispozici dvě metody: metoda 1 a metoda 2. Při výpočtu se rozlišuje, zda je prut náchylný ke zkroucení či nikoli.

Metoda 1

V metodě 1 se prut považuje za náchylný ke zkroucení, pokud platí $I_t \leq I_y$. Pokud je náchylný ke zkroucení, uvažuje se v rámci posouzení s vypočítaným součinitelem klopení (viz výše). Pokud prut náchylný ke zkroucení není, lze uvažovat $\chi_{LT} = 1,00$.

V případě, že platí $I_t < I_y$, avšak prut je podélně průběžně podepřen spojitou příčnou vazbou bránící příčnému vybočení, může být považován za nenáchylný ke zkroucení, pokud je splněna následující podmínka, kde C_1 je součinitel závislý na průběhu ohybového momentu, $\bar{\lambda}_0$ je poměrná štíhlost odpovídající konstantnímu průběhu momentu a $N_{cr,T}$ je kritická síla pro vzpěr zkroucením.

$$\bar{\lambda}_0 \leq 0,2 \cdot \sqrt{C_1} \cdot \sqrt[4]{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right) \cdot \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,T}}\right)}$$

Součinitel C_1 lze spočítat následujícím vztahem, kde k_c je opravný součinitel:

$$C_1 = \left(\frac{1}{k_c}\right)^2$$

V řešeném příkladu platí $I_t < I_y$ a prut není spojitě příčně podepřen. Je tedy považován za náchylný ke zkroucení.

$$I_t = 201200 \text{ mm}^4 < I_y = 83560000 \text{ mm}^4$$

Interakční součinitele se určí dle Tab. A.1. Pro řešenou úlohu se uplatní hodnoty pro plasticitní návrh (jedná se o průřez třídy 1).

$$k_{yy} = C_{my} \cdot C_{mLT} \cdot \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \cdot \frac{1}{C_{yy}}$$

$$k_{yz} = C_{mz} \cdot \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \cdot \frac{1}{C_{yz}} \cdot 0,6 \cdot \sqrt{\frac{w_z}{w_y}}$$

$$k_{zy} = C_{my} \cdot C_{mLT} \cdot \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \cdot \frac{1}{C_{zy}} \cdot 0,6 \cdot \sqrt{\frac{w_y}{w_z}}$$

[2]

[2]

[2]

Tab. A.1

Tab. A.1

Tab. A.1

$$k_{zz} = C_{mz} \cdot \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \cdot \frac{1}{C_{zz}}$$

Tab. A.1

Výpočet pomocných součinitelů

Pomocný součinitel ekvivalentního konstantního momentu $C_{m_{y,0}}$ a $C_{m_{z,0}}$ pro parabolický průběh momentu $M_{y,Ed}$ a nulový moment $M_{z,Ed}$:

$$C_{m_{y,0}} = 1 + 0,03 \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}} = 1 + 0,03 \cdot \frac{100,00}{6927,51} = 1,00$$

Tab. A.2

$$C_{m_{z,0}} = 1 + 0,03 \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}} = 1 + 0,03 \cdot \frac{100,00}{500,58} = 1,01$$

Tab. A.2

Výpočet poměrné štíhlosti odpovídající konstantnímu průběhu momentu

$$k_z = k_w = 1,0$$

$$\kappa_{wt} = \frac{\pi}{k_w \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I_\omega}{G \cdot I_t}} = \frac{\pi}{1 \cdot 5} \cdot \sqrt{\frac{210 \cdot 10^9 \cdot 1,259 \cdot 10^{-7}}{81 \cdot 10^9 \cdot 201200 \cdot 10^{-12}}} = 0,80$$

NB.3.2

$$z_a = 0,00 \text{ m}$$

NB.3.2

$$z_s = 0,00 \text{ m}$$

NB.3.2

$$z_g = z_a - z_s = 0,00 - 0,00 = 0,00 \text{ m}$$

NB.3.2

$$z_j = 0 \text{ m}$$

NB.3.3

$$\zeta_g = \frac{\pi \cdot z_g}{k_z \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I_z}{G \cdot I_t}} = \frac{\pi \cdot 0,00}{1 \cdot 5} \cdot \sqrt{\frac{210 \cdot 10^9 \cdot 6038000 \cdot 10^{-12}}{81 \cdot 10^9 \cdot 201200 \cdot 10^{-12}}} = 0,00$$

NB.3.2

$$\zeta_g = \frac{\pi \cdot z_j}{k_z \cdot L} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I_z}{G \cdot I_t}} = \frac{\pi \cdot 0,00}{1 \cdot 5} \cdot \sqrt{\frac{210 \cdot 10^9 \cdot 6038000 \cdot 10^{-12}}{81 \cdot 10^9 \cdot 201200 \cdot 10^{-12}}} = 0,00$$

NB.3.2

$$C_1 = 1,00$$

NB.3.2

$$C_2 = 1,00$$

NB.3.2

$$C_3 = 1,00$$

NB.3.2

$$\begin{aligned} \mu_{cr} &= \frac{C_1}{k_z} \cdot \left[\sqrt{1 + \kappa_{wt}^2 + (C_2 \cdot \zeta_g - C_3 \cdot \zeta_j)^2} - (C_2 \cdot \zeta_g - C_3 \cdot \zeta_j) \right] = \\ &= \frac{1,00}{1} \cdot \left[\sqrt{1 + 0,80^2 + [1,00 \cdot 0,00 - 1,00 \cdot 0]^2} - [0,00 \cdot 0,00 - 1,00 \cdot 0] \right] = 1,28 \end{aligned}$$

NB.3.2

$$M_{cr} = \mu_{cr} \cdot \frac{\pi \cdot \sqrt{E \cdot I_z \cdot G \cdot I_t}}{L} =$$

$$= 1,28 \cdot \frac{\pi \cdot \sqrt{210 \cdot 10^9 \cdot 6038000 \cdot 10^{-12} \cdot 81 \cdot 10^9 \cdot 201200 \cdot 10^{-12}}}{5} = 115,61 \text{ kNm}$$

NB.3.2

$$\bar{\lambda}_0 = \sqrt{\frac{W_y \cdot f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{628400 \cdot 10^{-9} \cdot 235 \cdot 10^6}{115610}} = 1,13$$

6.3.2.2

Součinitele ekvivalentního konstantního momentu C_{my} a C_{mz}

Pro $\bar{\lambda}_0 \leq 0,2 \cdot \sqrt{C_1} \cdot \sqrt[4]{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right) \cdot \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,T}}\right)}$ platí:

Tab. A.1

$$C_{my} = C_{my,0}, C_{mz} = C_{mz,0}, C_{mLT} = 1,00$$

Tab. A.1

Vyčíslení:

$$C_1 = \left(\frac{1}{k_c}\right)^2 = \left(\frac{1}{0,94}\right)^2 = 1,13$$

Tab. 6.6

$$i_0^2 = i_y^2 + i_z^2 + y_0^2 + z_0^2 = 0,125^2 + 0,034^2 = 0,016781 \text{ m}^2$$

$$N_{cr,T} = \frac{1}{i_0^2} \cdot \left(G \cdot I_t + \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_\omega}{L_{cr,T}^2} \right) =$$

$$= \frac{1}{0,016781} \cdot \left(81 \cdot 10^9 \cdot 201200 \cdot 10^{-12} + \frac{\pi^2 \cdot 210 \cdot 10^9 \cdot 1,259 \cdot 10^{-7}}{5^2} \right) = 1593,16 \text{ kN}$$

[3]

$$\bar{\lambda}_0 \geq 0,2 \cdot \sqrt{C_1} \cdot \sqrt[4]{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right) \cdot \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,T}}\right)}$$

$$1,13 \geq 0,2 \cdot \sqrt{1,13} \cdot \sqrt[4]{\left(1 - \frac{100,00}{500,58}\right) \cdot \left(1 - \frac{100,00}{1593,16}\right)} = 0,2$$

V řešeném příkladu je poměrná štíhlost odpovídající konstantnímu průběhu momentu větší než uvedený výraz. Součinitele ekvivalentního konstantního momentu se určí pomocí následujících vztahů:

$$1,13 \geq 0,2 \rightarrow C_{my} = C_{my,0} + (1 - C_{my,0}) \cdot \frac{\sqrt{\varepsilon_y} \cdot a_{LT}}{1 + \sqrt{\varepsilon_y} \cdot a_{LT}}$$

Tab. A.1

$$C_{mz} = C_{mz,0}$$

Tab. A.1

$$C_{mLT} = C_{my}^2 \cdot \frac{a_{LT}}{\sqrt{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right) \cdot \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,T}}\right)}} \geq 1,00$$

Tab. A.1

$$\varepsilon_y = \frac{M_{y,Ed} \cdot A}{N_{Ed} \cdot W_{el,y}} = \frac{56250 \cdot 5381 \cdot 10^{-6}}{100000 \cdot 557100 \cdot 10^{-9}} = 5,43$$

Tab. A.1

$$a_{LT} = 1 - \frac{I_t}{I_y} = 1 - \frac{201200}{83560000} = 1,00 \geq 0,00$$

Tab. A.1

$$C_{my} = C_{my,0} + (1 - C_{my,0}) \cdot \frac{\sqrt{\varepsilon_y} \cdot a_{LT}}{1 + \sqrt{\varepsilon_y} \cdot a_{LT}} = 1,00 + (1 - 1,00) \cdot \frac{\sqrt{5,43} \cdot 1,00}{1 + \sqrt{5,43} \cdot 1,00} = 1,00$$

Tab. A.1

$$C_{mz} = C_{mz,0} = 1,01$$

Tab. A.1

$$C_{mLT} = C_{my}^2 \cdot \frac{a_{LT}}{\sqrt{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right) \cdot \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,T}}\right)}} =$$

$$= 1,00^2 \cdot \frac{1,00}{\sqrt{\left(1 - \frac{100}{500,58}\right) \cdot \left(1 - \frac{100}{1593,16}\right)}} = 1,11$$

Tab. A.1

Pomocné hodnoty:

$$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} = \frac{1 - \frac{100}{6927,51}}{1 - 0,94 \cdot \frac{100}{6927,51}} = 1,00$$

Tab. A.1

$$\mu_z = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}{1 - \chi_z \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} = \frac{1 - \frac{100}{500,58}}{1 - 0,31 \cdot \frac{100}{500,58}} = 0,85$$

Tab. A.1

$$w_y = \frac{W_{pl,y}}{W_{el,y}} = \frac{628400}{557100} = 1,13 \leq 1,5$$

Tab. A.1

$$w_z = \frac{W_{pl,z}}{W_{el,z}} = \frac{152500}{80500} = 1,89 \geq 1,5 \rightarrow w_z = 1,50$$

Tab. A.1

$$n_{pl} = \frac{N_{Ed}}{N_{Rk}} = \frac{100,00}{1264,54} = 0,08$$

Tab. A.1

$$\bar{\lambda}_{\max} = \max\{\bar{\lambda}_y; \bar{\lambda}_z\} = \max\{0,43; 1,59\} = 1,59$$

Tab. A.1

$$b_{LT} = 0,5 \cdot a_{LT} \cdot \bar{\lambda}_0^2 \cdot \frac{M_{y,Ed} \cdot M_{z,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{pl,y,Rd} \cdot M_{pl,z,Rd}} =$$

$$= 0,5 \cdot 1,00 \cdot 1,13^2 \cdot \frac{56250 \cdot 0,00}{0,52 \cdot 147640 \cdot 29420} = 0,00$$

Tab. A.1

$$C_{yy} = 1 + (w_y - 1) \cdot \left[\left(2 - \frac{1,6}{w_y} \cdot C_{my}^2 \cdot \bar{\lambda}_{\max} - \frac{1,6}{w_y} \cdot C_{my}^2 \cdot \bar{\lambda}_{\max}^2 \right) \cdot n_{pl} - b_{LT} \right] =$$

$$= 1 + (1,13 - 1) \cdot \left[\left(2 - \frac{1,6}{1,13} \cdot 1,00^2 \cdot 1,59 - \frac{1,6}{1,13} \cdot 1,00^2 \cdot 1,59^2 \right) \cdot 0,08 - 0,00 \right] =$$

$$= 0,96 \geq \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}} = \frac{557100}{628400} = 0,89$$

Tab. A.1

$$c_{LT} = 10 \cdot a_{LT} \cdot \frac{\bar{\lambda}_0^2}{5 + \bar{\lambda}_z^4} \cdot \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \cdot \chi_{LT} \cdot M_{pl,y,Rd}} =$$

$$= 10 \cdot 1,00 \cdot \frac{1,13^2}{5 + 1,59^4} \cdot \frac{56250}{1,00 \cdot 0,52 \cdot 147640} = 0,82$$

Tab. A.1

$$C_{yz} = 1 + (w_z - 1) \cdot \left[\left(2 - 14 \cdot \frac{C_{mz}^2 \cdot \bar{\lambda}_{\max}^2}{w_z^5} \right) \cdot n_{pl} - c_{LT} \right] =$$

$$= 1 + (1,50 - 1) \cdot \left[\left(2 - 14 \cdot \frac{1,01^2 \cdot 1,59^2}{1,5^5} \right) \cdot 0,08 - 0,82 \right] =$$

$$= 0,48 \leq 0,6 \cdot \sqrt{\frac{w_z}{w_y}} \cdot \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}} = 0,6 \cdot \sqrt{\frac{1,50}{1,13}} \cdot \frac{80500}{125200} = 0,44 \rightarrow C_{yz} = 0,48$$

Tab. A.1

$$d_{LT} = 2 \cdot a_{LT} \cdot \frac{\bar{\lambda}_0}{0,1 + \bar{\lambda}_z^4} \cdot \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \cdot \chi_{LT} \cdot M_{pl,y,Rd}} \cdot \frac{M_{z,Ed}}{C_{mz} \cdot M_{pl,z,Rd}} =$$

$$= 2 \cdot 1,00 \cdot \frac{1,13}{0,1 + 1,59^4} \cdot \frac{56250}{1,00 \cdot 0,52 \cdot 147640} \cdot \frac{0,00}{0,77 \cdot 29420} = 0,00$$

Tab. A.1

$$C_{zy} = 1 + (w_y - 1) \cdot \left[\left(2 - 14 \cdot \frac{C_{my}^2 \cdot \bar{\lambda}_{\max}^2}{w_y^5} \right) \cdot n_{pl} - d_{LT} \right] =$$

$$= 1 + (1,13 - 1) \cdot \left[\left(2 - 14 \cdot \frac{1,00^2 \cdot 1,59^2}{1,13^5} \right) \cdot 0,08 - 0,00 \right] =$$

$$= 0,82 \geq 0,6 \cdot \sqrt{\frac{w_y}{w_z}} \cdot \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}} = 0,6 \cdot \sqrt{\frac{1,13}{1,50}} \cdot \frac{557100}{628400} = 0,46$$

Tab. A.1

$$e_{LT} = 1,7 \cdot a_{LT} \cdot \frac{\bar{\lambda}_0}{0,1 + \bar{\lambda}_z^4} \cdot \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \cdot \chi_{LT} \cdot M_{pl,y,Rd}} =$$

$$= 1,7 \cdot 1,00 \cdot \frac{1,13}{0,1 + 1,59^4} \cdot \frac{56250}{1,00 \cdot 0,52 \cdot 147640} = 0,22$$

Tab. A.1

$$C_{zz} = 1 + (w_z - 1) \cdot \left[\left(2 - \frac{1,6}{w_z} \cdot C_{mz}^2 \cdot \bar{\lambda}_{\max} - \frac{1,6}{w_z} \cdot C_{mz}^2 \cdot \bar{\lambda}_{\max}^2 \right) \cdot n_{pl} - e_{LT} \right] =$$

$$= 1 + (1,50 - 1) \cdot \left[\left(2 - \frac{1,6}{1,50} \cdot 1,01^2 \cdot 1,59 - \frac{1,6}{1,50} \cdot 1,01^2 \cdot 1,59^2 \right) \cdot 0,08 - 0,22 \right] =$$

$$= 0,79 \geq \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}} = \frac{80500}{125200} = 0,64$$

Tab. A.1

Interakční součinitele pro plasticitní návrh

$$k_{yy} = C_{my} \cdot C_{mLT} \cdot \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \cdot \frac{1}{C_{yy}} = 1,00 \cdot 1,11 \cdot \frac{1,00}{1 - \frac{100,00}{6927,51}} \cdot \frac{1}{0,96} = 1,17$$

Tab. A.1

$$k_{yz} = C_{mz} \cdot \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \cdot \frac{1}{C_{yz}} \cdot 0,6 \cdot \sqrt{\frac{w_z}{w_y}} = 1,01 \cdot \frac{1,00}{1 - \frac{100,00}{500,58}} \cdot \frac{1}{0,48} \cdot 0,6 \cdot \sqrt{\frac{1,50}{1,13}} = 1,82$$

Tab. A.1

$$k_{zy} = C_{my} \cdot C_{mLT} \cdot \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \cdot \frac{1}{C_{zy}} \cdot 0,6 \cdot \sqrt{\frac{w_y}{w_z}} =$$

$$= 1,00 \cdot 1,11 \cdot \frac{0,85}{1 - \frac{100,00}{6927,51}} \cdot \frac{1}{0,82} \cdot 0,6 \cdot \sqrt{\frac{1,13}{1,50}} = 0,61$$

Tab. A.1

$$k_{zz} = C_{mz} \cdot \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \cdot \frac{1}{C_{zz}} = 1,01 \cdot \frac{0,85}{1 - \frac{100,00}{500,58}} \cdot \frac{1}{0,79} = 1,36$$

Tab. A.1

Posouzení dle metody 1

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rk}} + k_{yy} \cdot \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk}} + k_{yz} \cdot \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{M_{z,Rk}} \leq 1 \quad (6.61)$$

$$\frac{100,00}{0,94 \cdot 1264,54} + 1,17 \cdot \frac{56,25 + 0,00}{0,52 \cdot 147,67} + 1,82 \cdot \frac{0,00 + 0,00}{29,42} = 0,94 \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk}} + k_{zy} \cdot \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk}} + k_{zz} \cdot \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{M_{z,Rk}} \leq 1 \quad (6.62)$$

$$\frac{100,00}{0,31 \cdot 1264,54} + 0,61 \cdot \frac{56,25 + 0,00}{0,52 \cdot 147,67} + 1,36 \cdot \frac{0,00 + 0,00}{29,42} = 0,70 \leq 1$$

Obě podmínky jsou splněny. Při použití metody 1 průřez vyhovuje, maximální využití je 94 %.

Metoda 2

[2]

Podle metody 2 mohou být jako nenáchylné ke zkroucení považovány tyto prvky:

- prvky s průřezem kruhové trubky
- prvky s průřezem obdélníkové trubky za předpokladu, že $h / b \leq 10 / \bar{\lambda}_z$
- prvky otevřeného průřezu za předpokladu, že jsou příčně průběžně (spojitě) podepřeny proti příčnému posunu a natočení, tedy pokud jsou splněny podmínky (BB.2) a (BB.4) v ČSN EN 1993-1-1, příl. BB.

V řešeném příkladu je prut považován za náchylný ke zkroucení, jelikož žádná z výše uvedených podmínek není splněna.

Interakční součinitele pro prvky náchylné ke zkroucení se určí dle Tab. B.2. Pro řešenou úlohu se uplatní hodnoty pro plasticitní návrh (jedná se o průřez třídy 1).

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \left[\left(1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rk}} \right) \right] \leq C_{my} \cdot \left(1 + 0,8 \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rk}} \right)$$

Tab. B.2

$$k_{yz} = 0,6 \cdot k_{zz} \quad \text{Tab. B.2}$$

$$k_{zy} = \left[1 - \frac{0,1 \cdot \bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk}} \right] \geq \left[1 - \frac{0,1}{(C_{mLT} - 0,25)} \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk}} \right] \quad \text{pro } \bar{\lambda}_z \geq 0,4 \quad \text{Tab. B.2}$$

$$k_{zy} = 0,6 + \bar{\lambda}_z \leq 1 - \frac{0,1 \cdot \bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk}} \quad \text{pro } \bar{\lambda}_z < 0,4 \quad \text{Tab. B.2}$$

$$k_{zz} = C_{mz} \cdot \left[\left(1 + (2 \cdot \bar{\lambda}_z - 0,6) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk}} \right) \right] \leq C_{mz} \cdot \left(1 + 1,4 \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk}} \right) \quad \text{Tab. B.2}$$

Vyčíslení součinitelů ekvivalentního konstantního momentu

Součinitel C_{my}

Vzdálenost bodů podepřených ve směru z je shodná s rozpětím. Moment mezi těmito body má parabolický průběh.

$$\psi = 0 \quad \text{Tab. B.3}$$

$$\alpha_h = \frac{M_h}{M_s} = \frac{0,00}{56,25} = 0,00 \quad \text{Tab. B.3}$$

$$C_{my} = 0,95 + 0,05 \cdot \alpha_h = 0,95 + 0,05 \cdot 0,00 = 0,95 \quad \text{Tab. B.3}$$

Součinitel C_{mz}

Vzdálenost bodů podepřených ve směru y je shodná s rozpětím. Moment mezi těmito body je nulový.

$$\psi = 0,00 \quad \text{Tab. B.3}$$

$$C_{mz} = 0,6 + 0,4 \cdot \psi = 0,6 + 0,4 \cdot 0,00 = 0,60 \quad \text{Tab. B.3}$$

Součinitel C_{mLT}

Vzdálenost bodů podepřených ve směru y je shodná s rozpětím. Moment mezi těmito body má parabolický průběh.

$$C_{mLT} = 0,95 + 0,05 \cdot \alpha_h = 0,95 + 0,05 \cdot 0,00 = 0,95 \quad \text{Tab. B.3}$$

Interakční součinitele

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \left[\left(1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rk}} \right) \right] = 0,95 \cdot \left[\left(1 + (0,43 - 0,2) \cdot \frac{100,00}{0,94 \cdot 1264,54} \right) \right] =$$

Tab. B.1

$$= 0,96 \leq C_{my} \cdot \left(1 + 0,8 \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rk}} \right) = 0,95 \cdot \left(1 + 0,8 \cdot \frac{100,00}{0,94 \cdot 1264,54} \right) = 1,01$$

$$k_{yz} = 0,6 \cdot k_{zz} = 0,6 \cdot 0,81 = 0,49$$

Tab. B.1

$$k_{zy} = \left[1 - \frac{0,1 \cdot \bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0,25)} \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk}} \right] = \left[1 - \frac{0,1 \cdot 1,59}{(0,95 - 0,25)} \cdot \frac{100,00}{0,31 \cdot 1264,54} \right] =$$

$$= 0,94 \leq \left[1 - \frac{0,1}{(C_{mLT} - 0,25)} \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk}} \right] = \left[1 - \frac{0,1}{(0,95 - 0,25)} \cdot \frac{100,00}{0,31 \cdot 1264,54} \right] =$$

Tab. B.1

$$= 0,96 \rightarrow k_{zy} = 0,96$$

$$k_{zz} = C_{mz} \cdot \left[\left(1 + (2 \cdot \bar{\lambda}_z - 0,6) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk}} \right) \right] =$$

$$= 0,60 \cdot \left[\left(1 + (2 \cdot 1,59 - 0,6) \cdot \frac{100,00}{0,31 \cdot 1264,54} \right) \right] =$$

$$= 0,99 \leq C_{mz} \cdot \left(1 + 1,4 \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk}} \right) = 0,60 \cdot \left(1 + 1,4 \cdot \frac{100,00}{0,31 \cdot 1264,54} \right) =$$

Tab. B.1

$$= 0,81 \rightarrow k_{zz} = 0,81$$

Posouzení dle metody 2

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{Rk}} + k_{yy} \cdot \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk}} + k_{yz} \cdot \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{M_{z,Rk}} \leq 1 \quad (6.61)$$

$$\frac{100,00}{0,94 \cdot 1264,54} + 0,96 \cdot \frac{56,25 + 0,00}{0,52 \cdot 147,67} + 0,49 \cdot \frac{0,00 + 0,00}{29,42} = 0,79 \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{Rk}} + k_{zy} \cdot \frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \cdot M_{y,Rk}} + k_{zz} \cdot \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{M_{z,Rk}} \leq 1 \quad (6.62)$$

$$\frac{100,00}{0,31 \cdot 1264,54} + 0,96 \cdot \frac{56,25 + 0,00}{0,52 \cdot 147,67} + 0,81 \cdot \frac{0,00 + 0,00}{29,42} = 0,95 \leq 1$$

Obě podmínky jsou splněny. Při použití metody 2 průřez vyhovuje, maximální využití je 95 %.

Použité zdroje

- [1] ČSN EN 1993-1-1 *Eurokód 3: Navrhování ocelových konstrukcí – Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby*. Praha: Český normalizační institut, 2006.
- [2] DA SILVA, L. S., SIMÕES, R., GERVÁSIO, H. *Design of Steel Structures*. Berlin: ECCS – European Convention for Constructional Steelwork, 2016. ISBN 978-92-9147-134-8.
- [3] ČSN EN 1993-1-3 *Eurokód 3: Navrhování ocelových konstrukcí – Část 1-3: Obecná pravidla – Doplnující pravidla pro tenkostěnné za studena tvarované prvky a plošné profily*. Praha: Český normalizační institut, 2008.