FAKULTA STAVEBNÍ

ústav vodních staveb

BR51
Hydraulika a hydrologie

2. numerické cvičení

Program numerických cvičení

- Hydrostatika, Základy hydrodynamiky
- **Proudění vody v potrubí, Výtok otvorem, Přepad**
- Proudění vody v korytech, Hydrologie, Zápočet

Web cvičení: https://www.fce.vutbr.cz/VST/zubik.p/

Proudění vody v potrubí

- Při proudění skutečné kapaliny v potrubí dochází ke ztrátám mechanické energie.
- *Ztráty třením* – v důsledku tření kapaliny o stěny potrubí, stěny a dno koryta, …
- *Místní ztráty* – v důsledku deformace rychlostního pole:
  změna směru proudění,
  rozšíření a zúžení proudu,
  dělení a spojování proudu, …

Proudění vody v potrubí

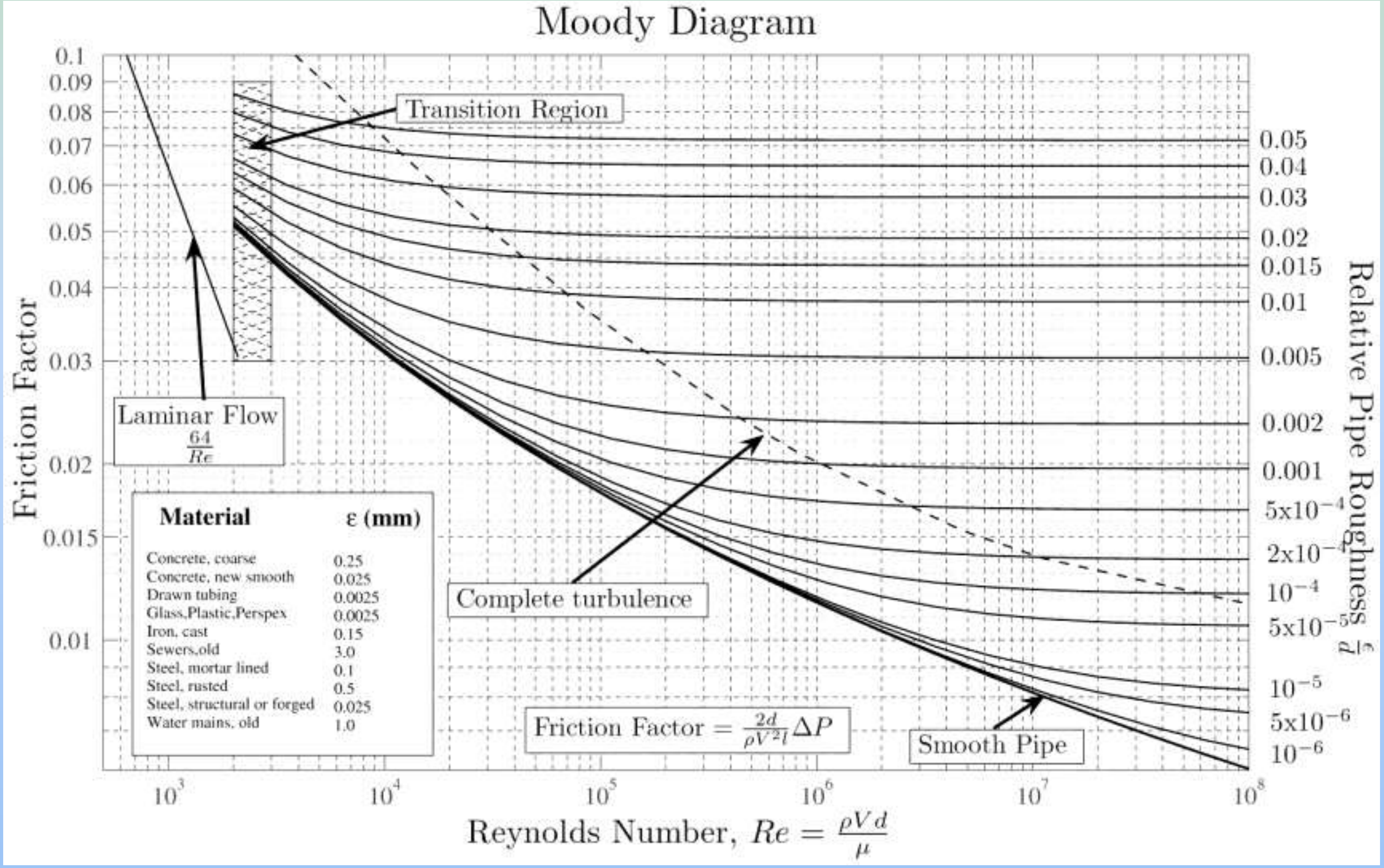
- *Ztráty třením [m]*

$$h_{zt} = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$$

- λ – součinitel tření (odporový součinitel) [-]
- *L* – délka příslušného úseku [m]
- *D* – průměr potrubí [m]
- *v* – střední průřezová rychlost [m/s]
- *g* – tíhové zrychlení (g = 9,81 m/s^2)

Proudění vody v potrubí

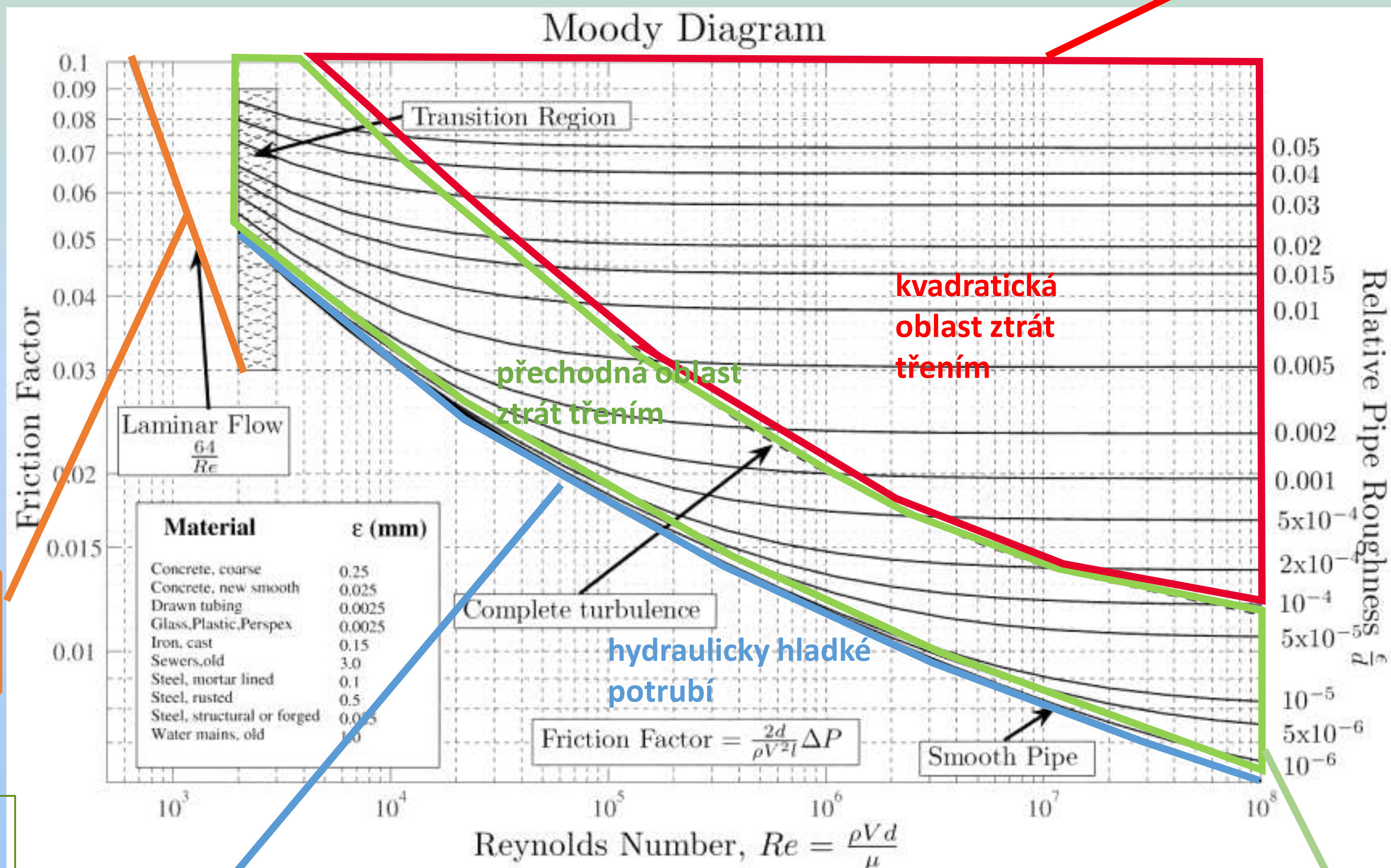
- *Ztráty třením [m] – určení λ*



Proudění vody v potrubí

- *Ztráty třením [m] – určení λ*

$$\lambda = f\left(\frac{\Delta}{D}\right)$$



$$\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}}$$

λ nezávisí na drsnosti povrchu

$$\lambda = \frac{0{,}3164}{\mathrm{Re}^{0.25}}$$

podle Blasiuse

relativní drsnost

$$\lambda = f\left(\mathrm{Re}, \frac{\Delta}{D}\right)$$

Proudění vody v potrubí

- *Ztráty třením [m] – určení λ*

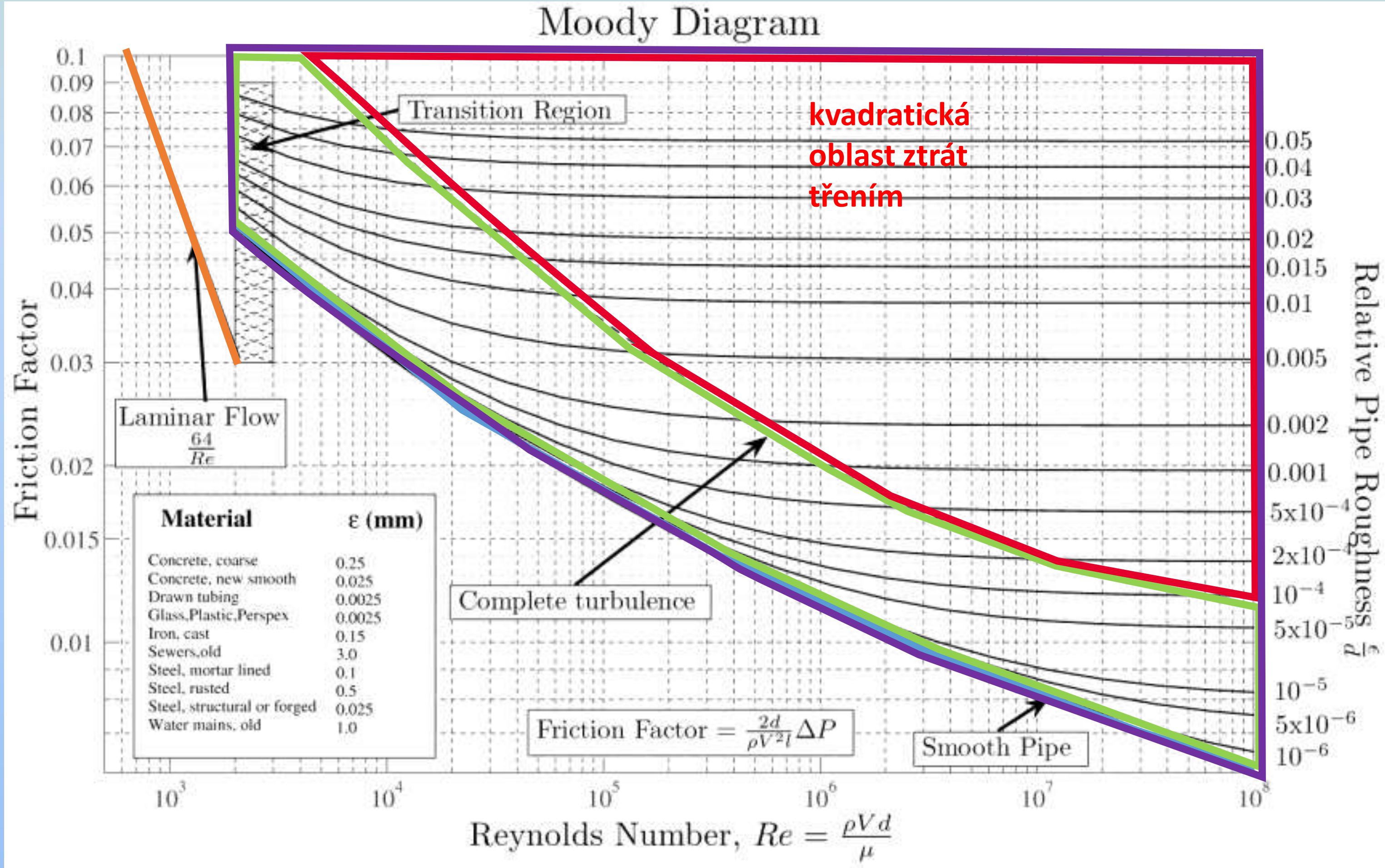
Při velkých hodnotách Re přejde do

Colebrook-Whiteova rovnice

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{2.51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}} + \frac{\Delta}{3{,}7D}\right)$$

$$\lambda = \frac{0{,}25}{\left(\log\frac{3{,}7D}{\Delta}\right)^2}$$

Nikuradsův vztah



Proudění vody v potrubí

- *Místní ztráty [m]*

$$h_{zm} = \xi \frac{v^2}{2g}$$

- ξ –součinitel místní ztráty [-]
- *v* – střední průřezová rychlost [m/s] (za singularitou)
- *g* – tíhové zrychlení (*g* = 9,81 m/s^2)

- *Celkové ztráty [m]*
- $h_z = h_{zt} + h_{zm}$

Příklad B.1

Vykreslete čáru tlaku a čáru energie při odtoku vody potrubím z nádrže a stanovte průtok. Ve výpočtu uvažujte $\alpha = 1{,}1$. Započítejte místní ztráty a ztráty třením.

$D_1 = 0{,}5$ [m]

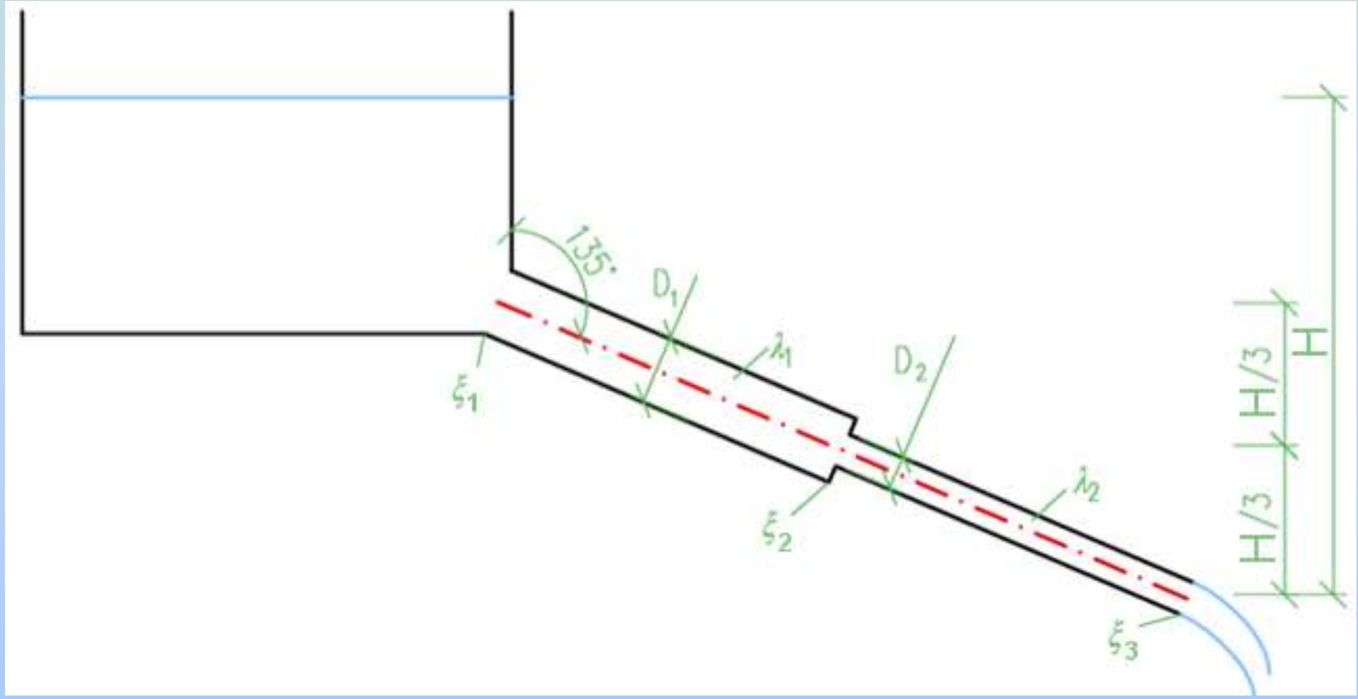
$D_2 = 0{,}2$ [m]

$H = 0{,}1(N+M)$ [m]

$\lambda_1 = \lambda_2 = 0{,}02$ [-]

$\xi_1 = 0{,}5$ [-]

$\xi_2 =$ výpočet



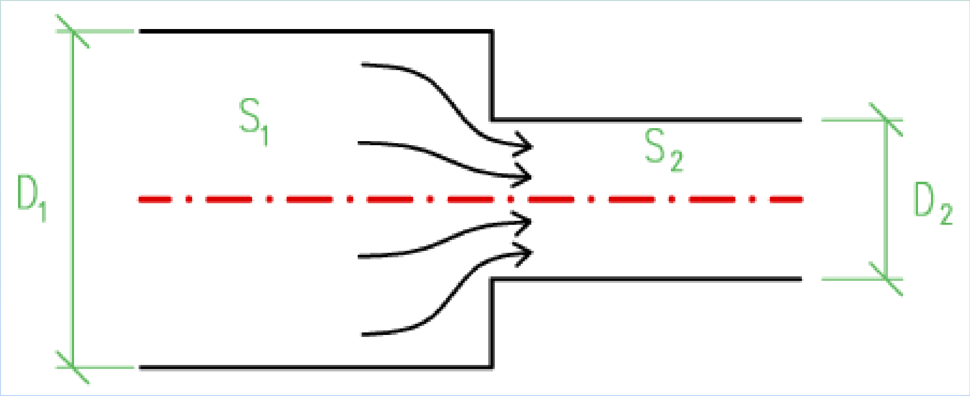
(S výtokovou ztrátou $\xi_3 = 1{,}1$ [-] by jsme počítali pokud by to byl výtok do další nádoby.)

Příklad B.1

Určení ξ_2 (vztaženo k rychlosti v_2 – tzn. za singularitou):

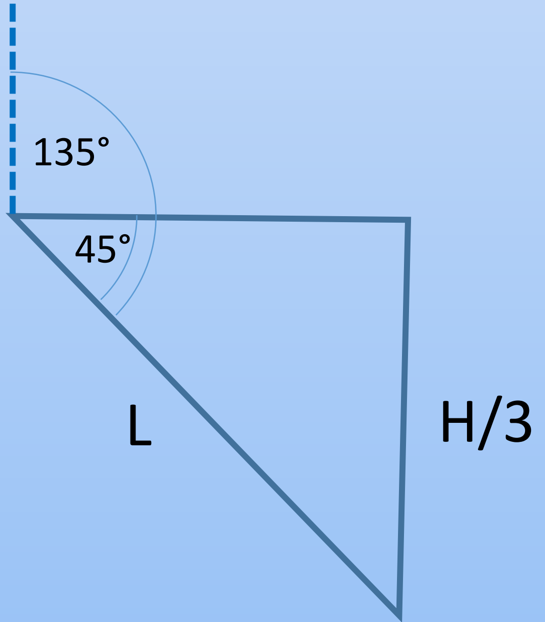
$$\xi_2 = \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right)^2 \text{ [-]}, \qquad \varepsilon = 0{,}57 + \frac{0{,}043}{1{,}1 - n} \text{ [-]},$$

$$n = \frac{S_2}{S_1} \text{ [-]},$$

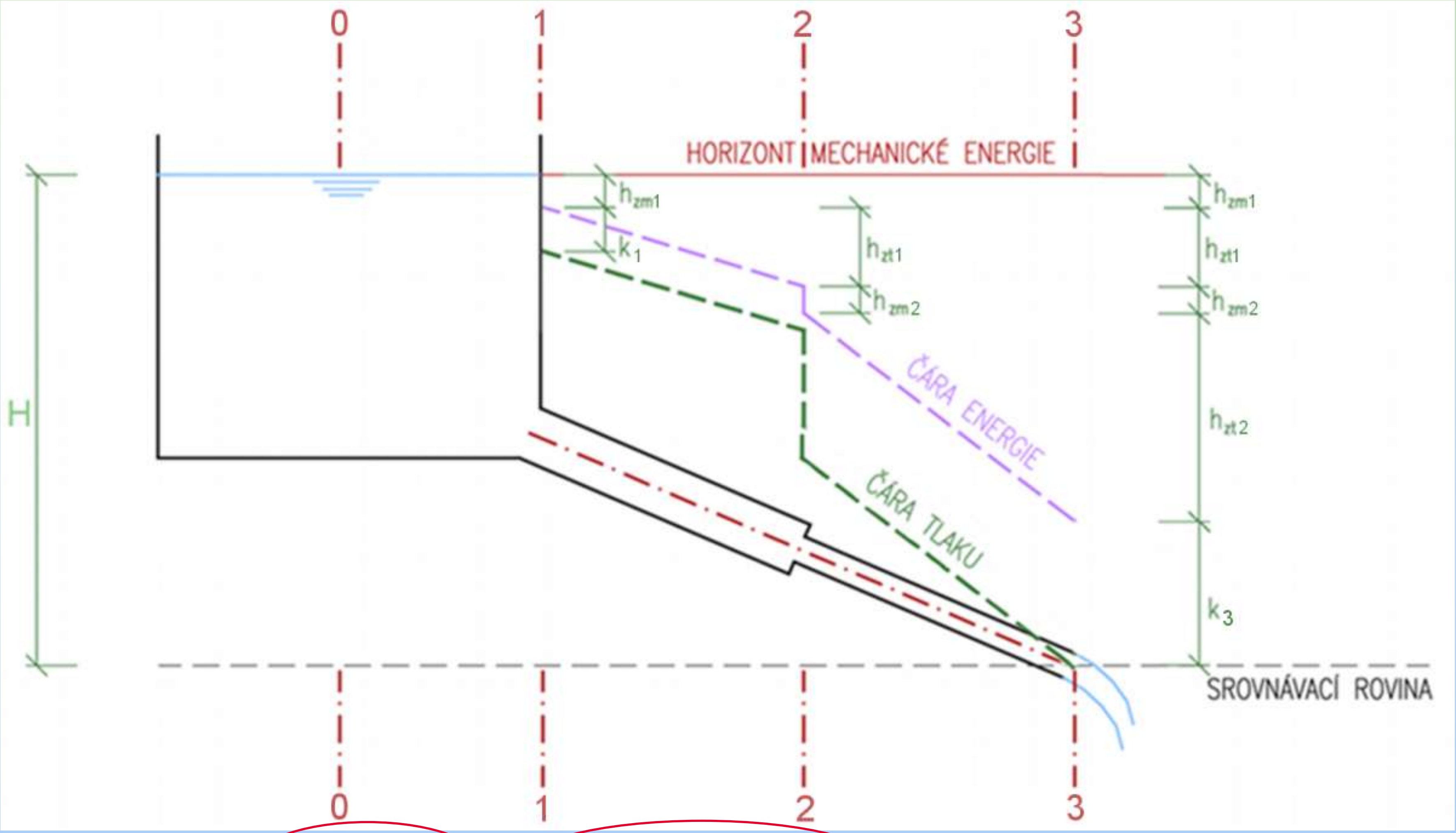


$\xi_2 = 0{,}389$

Pro určení délky potrubí lze v tomto případě použít Pitagorovu větu nebo goniometrickou funkci Sinus



Příklad B.1

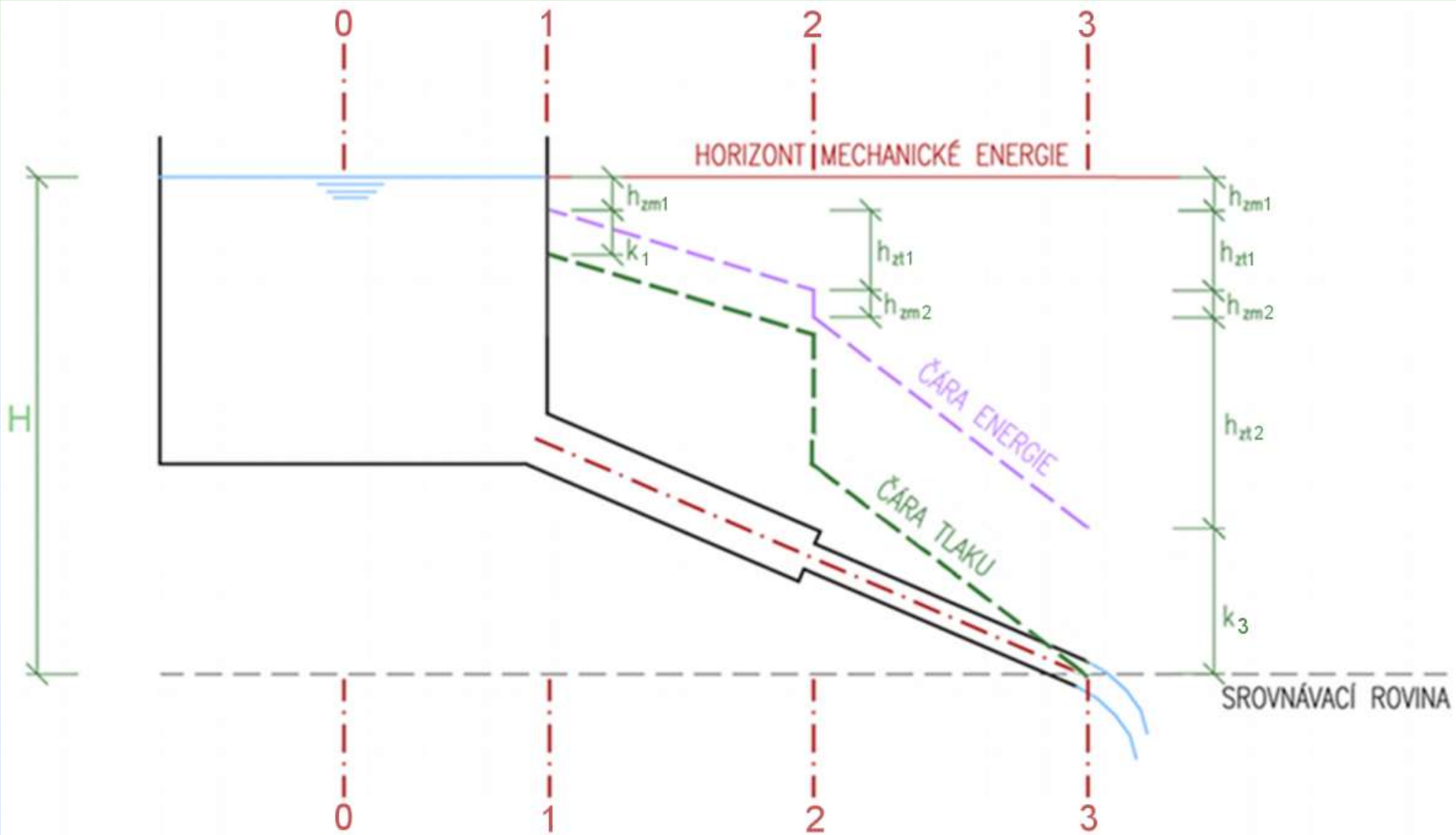


B.r. 0-3: $H = \underbrace{h_{zm1} + h_{zt1}}_{v_1} + \underbrace{h_{zm2} + h_{zt2} + k_3}_{v_2} \Rightarrow v_3 = v_2$

rychlost za

$$k_i = \frac{\alpha v_i^2}{2g}\,[\mathrm{m}], \qquad h_{zm,i} = \xi_i \frac{v_i^2}{2g}\,[\mathrm{m}], \qquad h_{zt,i} = \lambda_i \cdot \frac{L_i}{D_i} \cdot \frac{v_i^2}{2g}\,[\mathrm{m}]$$

Příklad B.1



$H = h_{zm1} + h_{zt1} + h_{zm2} + h_{zt2} + k_3 \Rightarrow v_2$ $\qquad v_1 \cdot S_1 = v_2 \cdot S_2 \Rightarrow v_1^2 = v_2^2 \cdot ?$

$v_1^2 = v_2^2 \cdot D_2^4 / D_1^4$

$$k_i = \frac{\alpha v_i^2}{2g}\ [\mathrm{m}], \qquad h_{zm,i} = \xi_i \frac{v_i^2}{2g}\ [\mathrm{m}], \qquad h_{zt,i} = \lambda_i \cdot \frac{L_i}{D_i} \cdot \frac{v_i^2}{2g}\ [\mathrm{m}]$$

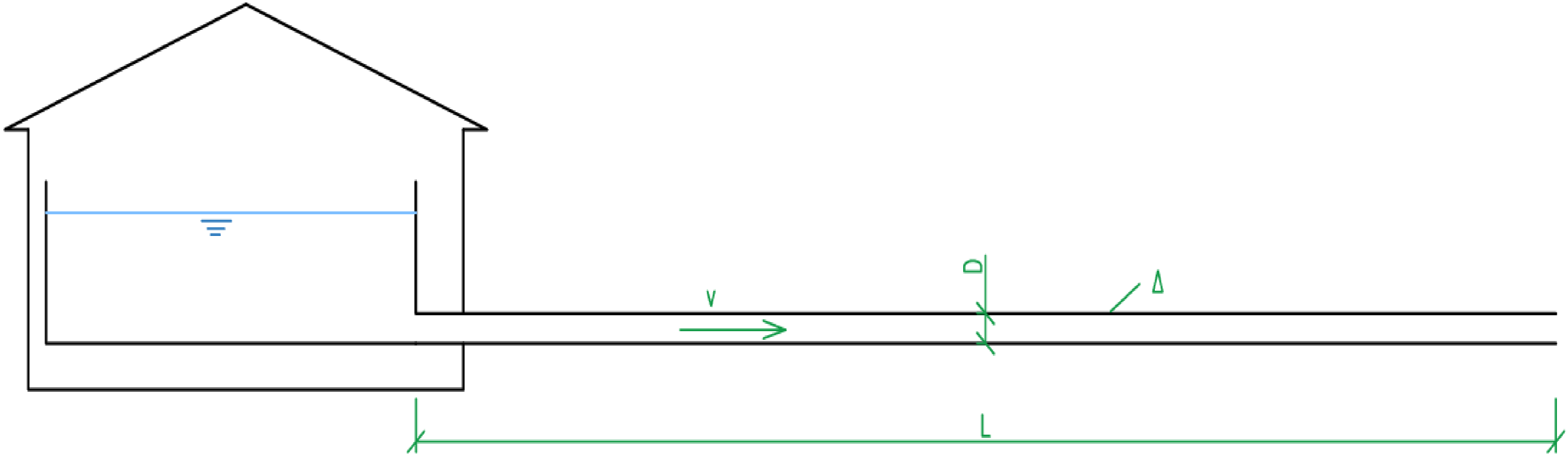
Příklad B.2

Vypočítejte ztrátu třením po délce ve vodovodním potrubí. Potrubí uvažujte hydraulicky dlouhé, tedy se zanedbáním místních ztrát. Součinitel tření λ vypočítejte pomocí Colebrook-Whitea (C-W).

L = 100(M+N) [m]; D = 0,1(M+N) [m]

Δ = 1 [mm] $\nu = 1.10^{-6}$ [m^2/s]

v = 1,2 [m/s] $h_{zt} =$? [m]



Příklad B.2

Postup:

$$Re = \frac{vD}{\nu} \text{ [-]},$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2log\left(\frac{2,51}{Re\sqrt{\lambda}} + \frac{\Delta}{3,7D}\right) \text{ [-]},$$

$$\lambda = \left[-2log\left(\frac{2,51}{Re\sqrt{\lambda}} + \frac{\Delta}{3,7D}\right)\right]^{-2}$$

$$h_{zt} = \lambda \frac{L}{D}\frac{v^2}{2g} \text{ [m]}$$

Výtok otvorem

- Obecně (r-ce kontinuity): $Q = vS$ [m³/s]
- V případě výtoku otvorem: $v = \varphi\sqrt{2g(H+k)}$, $S_c = \varepsilon S$

$\rightarrow$ $$Q = \mu S\sqrt{2g(H+k)},\ k = \frac{\alpha v_0^2}{2g}$$

- ε – součinitel kontrakce (zúžení) [-]

  $\varepsilon < 1$

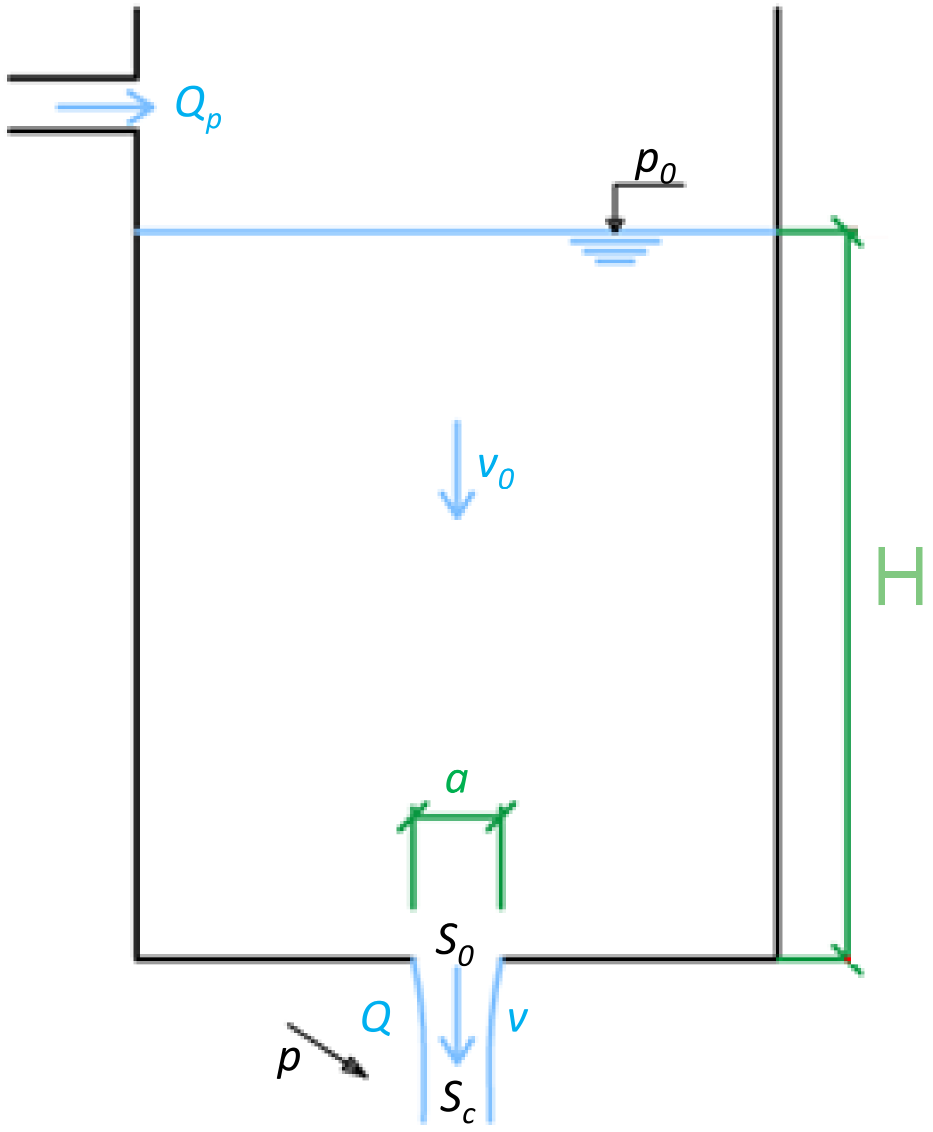
- φ – součinitel výtokové rychlosti [-]

  $\varphi < 1$

- μ – součinitel výtoku [-]

  $\mu = \varepsilon\varphi \quad < 1$

Výtok otvorem

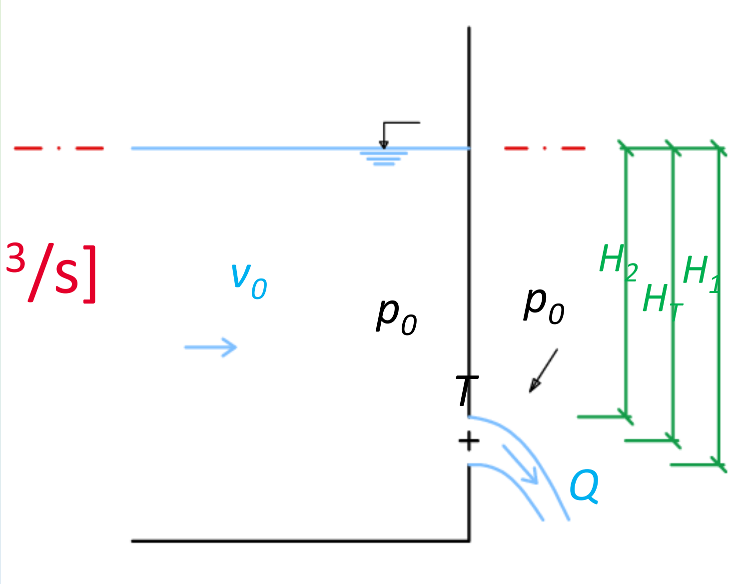


Výtok otvorem ve dně Q [m³/s]

$$Q = \mu S \sqrt{2g\left(H + \frac{\alpha v_0^2}{2g}\right)}$$

- μ – součinitel výtoku [-]
- S – plocha průřezu otvoru [m²]
- g – tíhové zrychlení (g = 9,81 m/s²)
- H – hloubka otvoru pod hladinou [m]

Výtok otvorem



Volný výtok otvorem ve svislé stěně Q [m³/s]

- Hydraulický malý/velký otvor:

$$e_{max} \leq 0{,}25 H_T$$

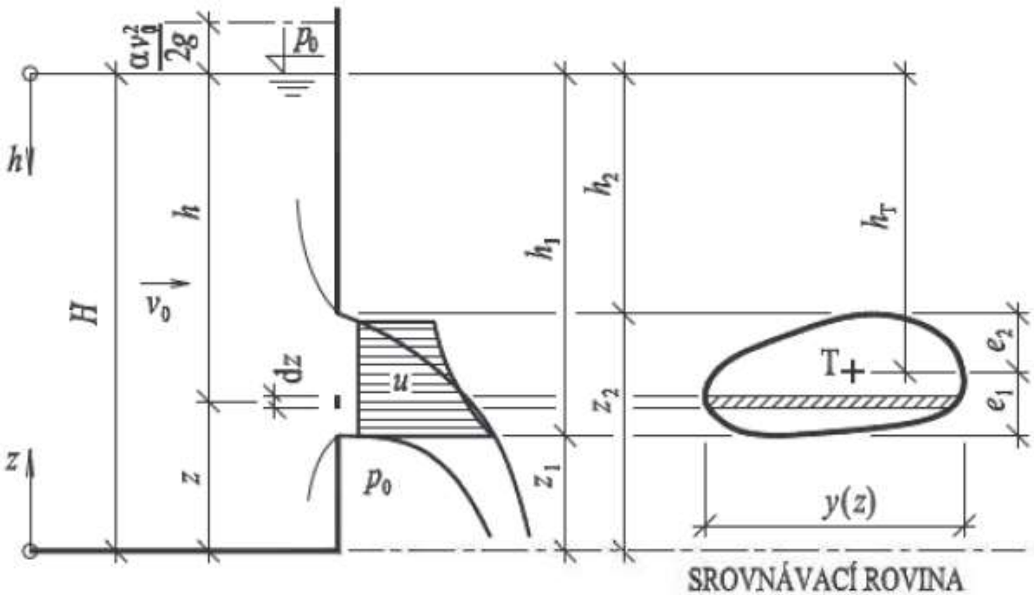
- Hydraulicky malý otvor

$$Q = \mu S \sqrt{2g\left(H_T + \frac{\alpha v_0^2}{2g}\right)}$$

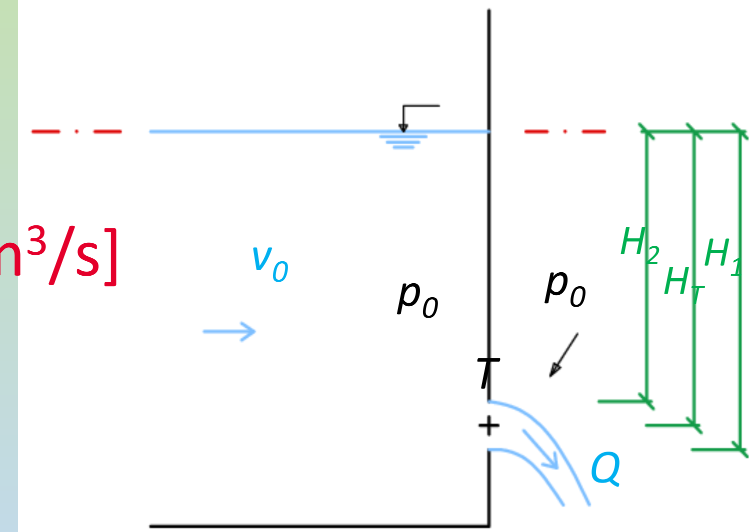
- Hydraulicky velký otvor

různé vzorce podle tvaru otvoru

- e – vzdálenost horního okraje otvoru od těžiště otvoru
- H_1 – hloubka dolní hrany otvoru [m]
- H_2 – hloubka horní hrany otvoru [m]
- T – těžiště otvoru
- H_T – hloubka těžiště otvoru pod hladinou [m]



Obr. 5.3 Výtok otvorem ve svislé stěně



[m³/s]

$$Q = \int_{z_1}^{z_2} \mu \sqrt{2g\left(H - z + \frac{\alpha v_0^2}{2g}\right)}\, y \,\mathrm{d}z\,, \qquad \text{kde} \quad y = y(z)$$

$$3/2 - \left(H_2 + \frac{\alpha v_0^2}{2g}\right)^{3/2}\Bigg]$$

$$Q = \mu \sqrt{2g} \int_{h_2}^{h_1} \left(h + \frac{\alpha v_0^2}{2g}\right)^{1/2} y \,\mathrm{d}h$$

kde h_1 je poloha (hloubka) dolní hrany otvoru pod hladinou a h_2 poloha (hloubka) horní hrany otvoru pod hladinou.

- H_1 – hloubka dolní h
- H_2 – hloubka horní h
- T – těžiště otvoru
- H_T – hloubka těžiště

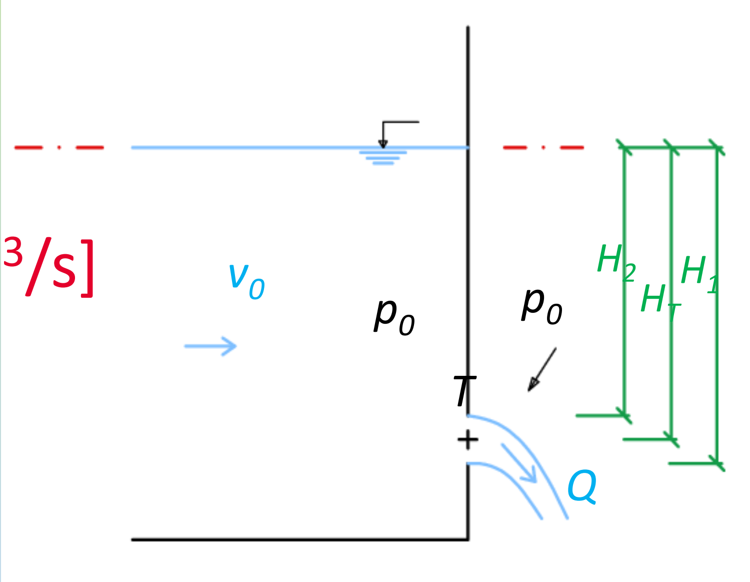
otvor obdélníkový

$$Q = \frac{2}{3}\mu b \sqrt{2g}\left[\left(h_1 + \frac{\alpha v_0^2}{2g}\right)^{3/2} - \left(h_2 + \frac{\alpha v_0^2}{2g}\right)^{3/2}\right].$$

kruhový otvor

$$Q = \mu\left[1 - \frac{1}{32}\left(\frac{r}{h_T}\right)^2 - \frac{5}{1024}\left(\frac{r}{h_T}\right)^4\right]\pi r^2 \sqrt{2g\,h_T}\,,$$

Výtok otvorem



Volný výtok otvorem ve svislé stěně Q [m³/s]

- Hydraulický malý/velký otvor:

$$e_{max} \leq 0{,}25 H_T$$

- Hydraulicky malý otvor

$$Q = \mu S \sqrt{2g\left(H_T + \frac{\alpha v_0^2}{2g}\right)}$$

- Hydraulicky velký obdélníkový otvor

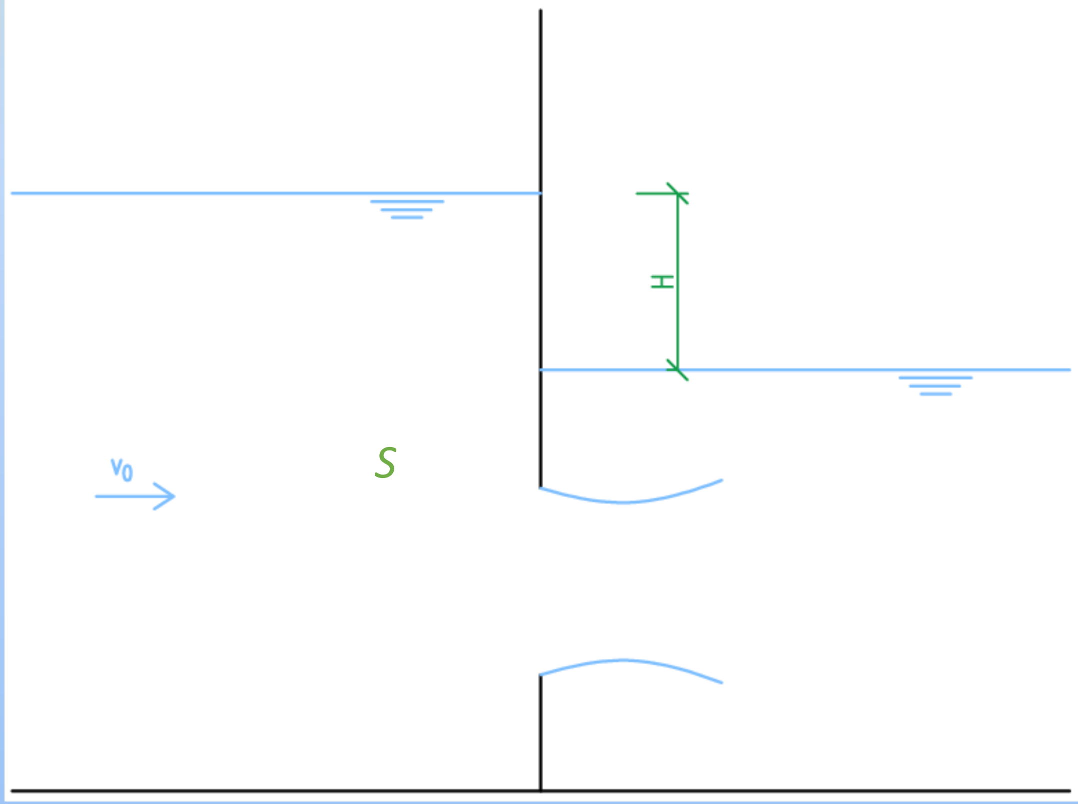
$$Q = \frac{2}{3}\mu b\sqrt{2g}\left[\left(H_1 + \frac{\alpha v_0^2}{2g}\right)^{3/2} - \left(H_2 + \frac{\alpha v_0^2}{2g}\right)^{3/2}\right]$$

- e – vzdálenost horního okraje otvoru od těžiště otvoru
- H_1 – hloubka dolní hrany otvoru [m]
- H_2 – hloubka horní hrany otvoru [m]
- T – těžiště otvoru
- H_T – hloubka těžiště otvoru pod hladinou [m]

Výtok otvorem

Výtok ponořeným otvorem ve svislé stěně Q [m³/s]

$$Q = \mu_P S \sqrt{2g\left(H + \frac{\alpha v_0^2}{2g}\right)}$$



- H – rozdíl hladin [m]

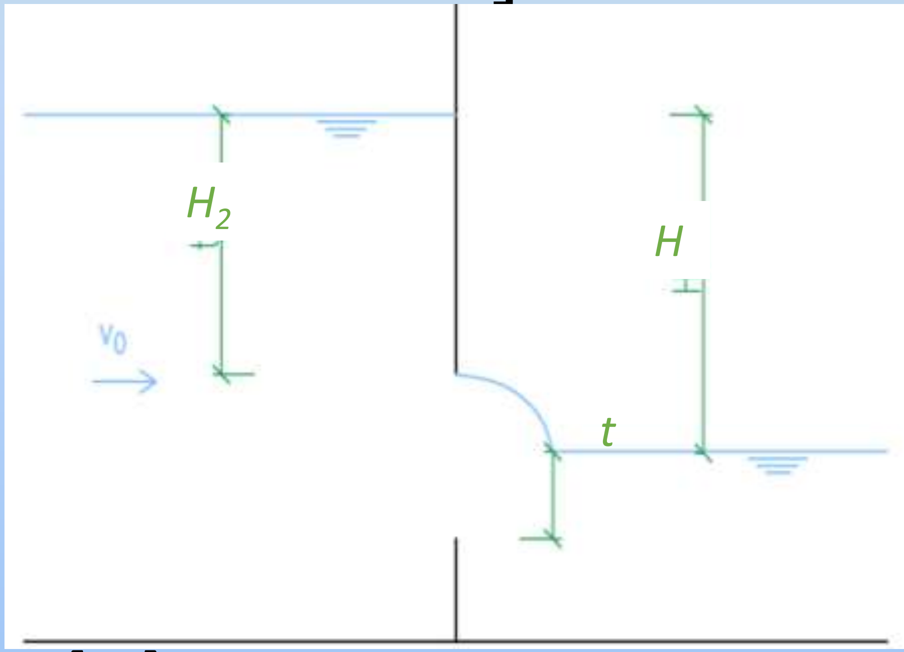
Výtok otvorem

Výtok částečně ponořeným otvorem ve svislé stěně Q [m^3/s]

Obdélníkový otvor:

$$Q = \frac{2}{3}\mu b\sqrt{2g}\left[\left(H + \frac{\alpha v_0^2}{2g}\right)^{3/2} - \left(H_2 + \frac{\alpha v_0^2}{2g}\right)^{3/2}\right] +$$

$$+\mu_P bt\sqrt{2g\left(H + \frac{\alpha v_0^2}{2g}\right)}$$



- b – šířka otvoru [m]
- H – rozdíl hladin [m]
- H_2 – hloubka horní hrany otvoru [m]
- t – výška zatopení otvoru dolní vodou [m]

Příklad B.3

Stanovte průtok *Q* v případě výtoku otvorem ve dně bez vlivu přítokové rychlosti.

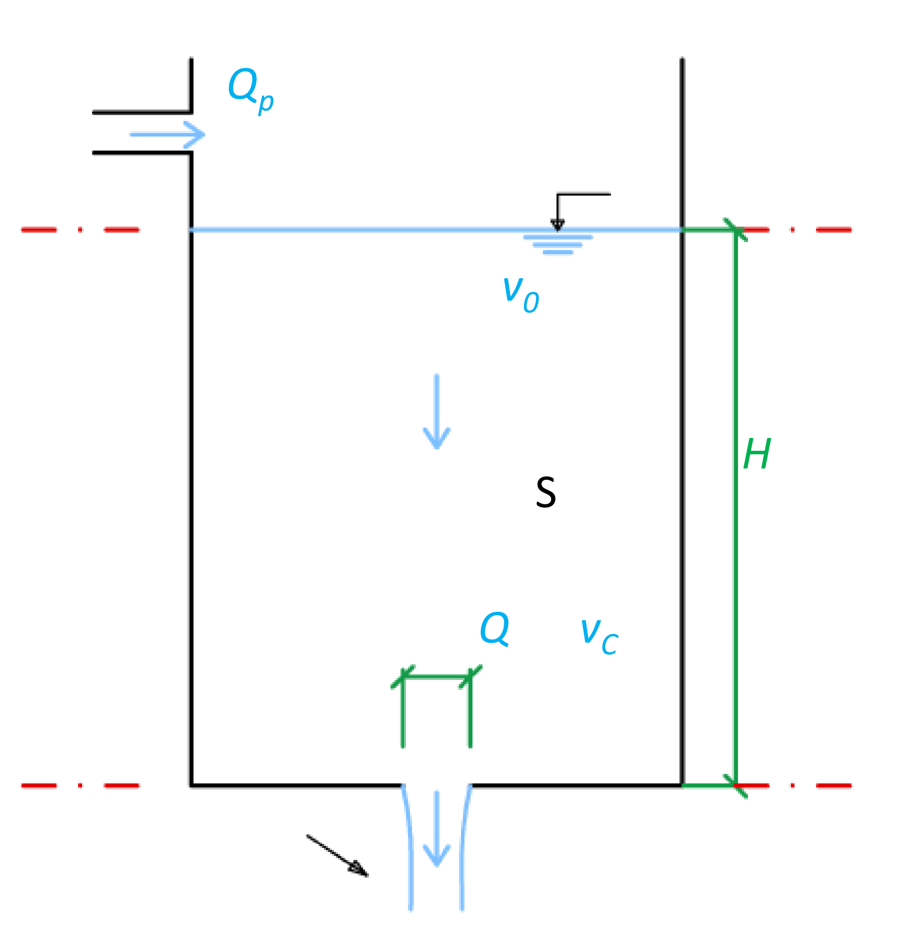
$\varepsilon = 0{,}9$

$\varphi = 0{,}97$

$H = 0{,}5N$ [m]

$S = 0{,}0002M$ [m^2]

$Q = ?$ [l/s]



Příklad B.3

Stanovte průtok Q v případě výtoku otvorem ve dně bez vlivu přítokové rychlosti.

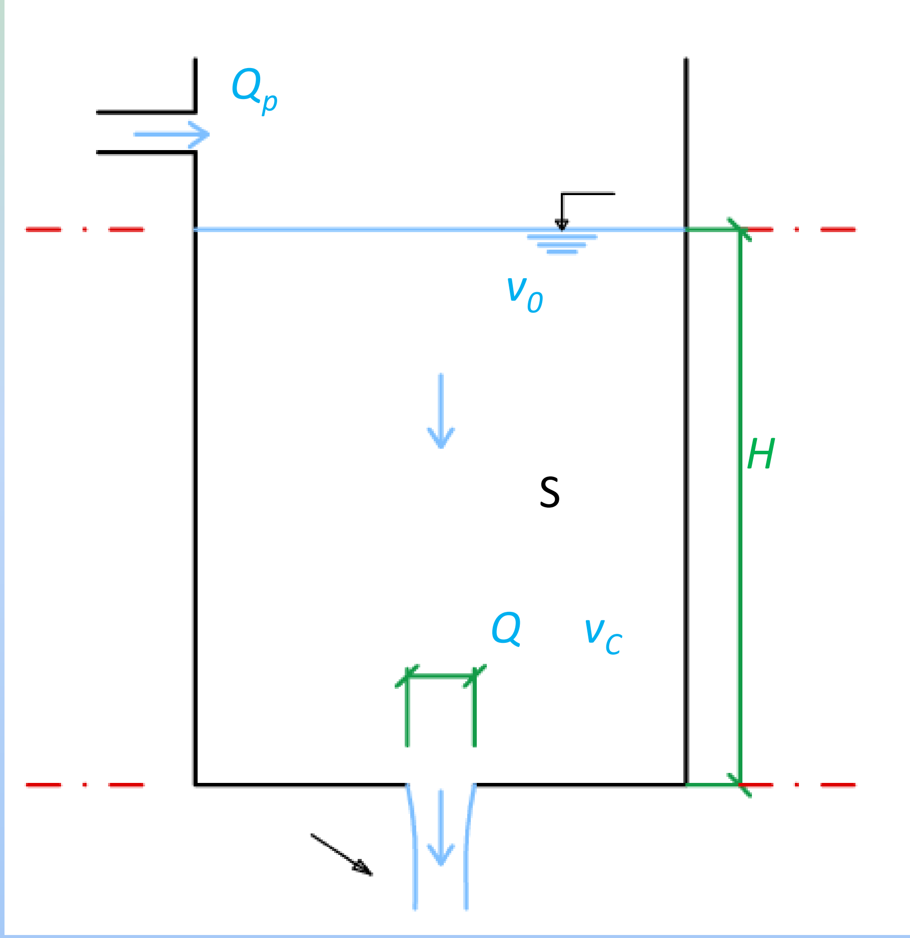
$\varepsilon = 0{,}9$

$\varphi = 0{,}97$

$H = 0{,}5N$ [m]

$S = 0{,}0002M$ [m²]

Q = ? [l/s]



$$Q = \mu S \sqrt{2g\left(H + \frac{\alpha v_0^2}{2g}\right)}$$

- $\mu = \varepsilon\varphi$ – součinitel výtoku [-]
- S – plocha průřezu otvoru [m²]
- g – tíhové zrychlení (g = 9,81 [m/s²])
- H – hloubka otvoru pod hladinou [m]

Příklad B.4

Vypočítejte průtok Q v případě částečně zatopeného otvoru ve stěně bez vlivu přítokové rychlosti.

b = 0,1 [m]

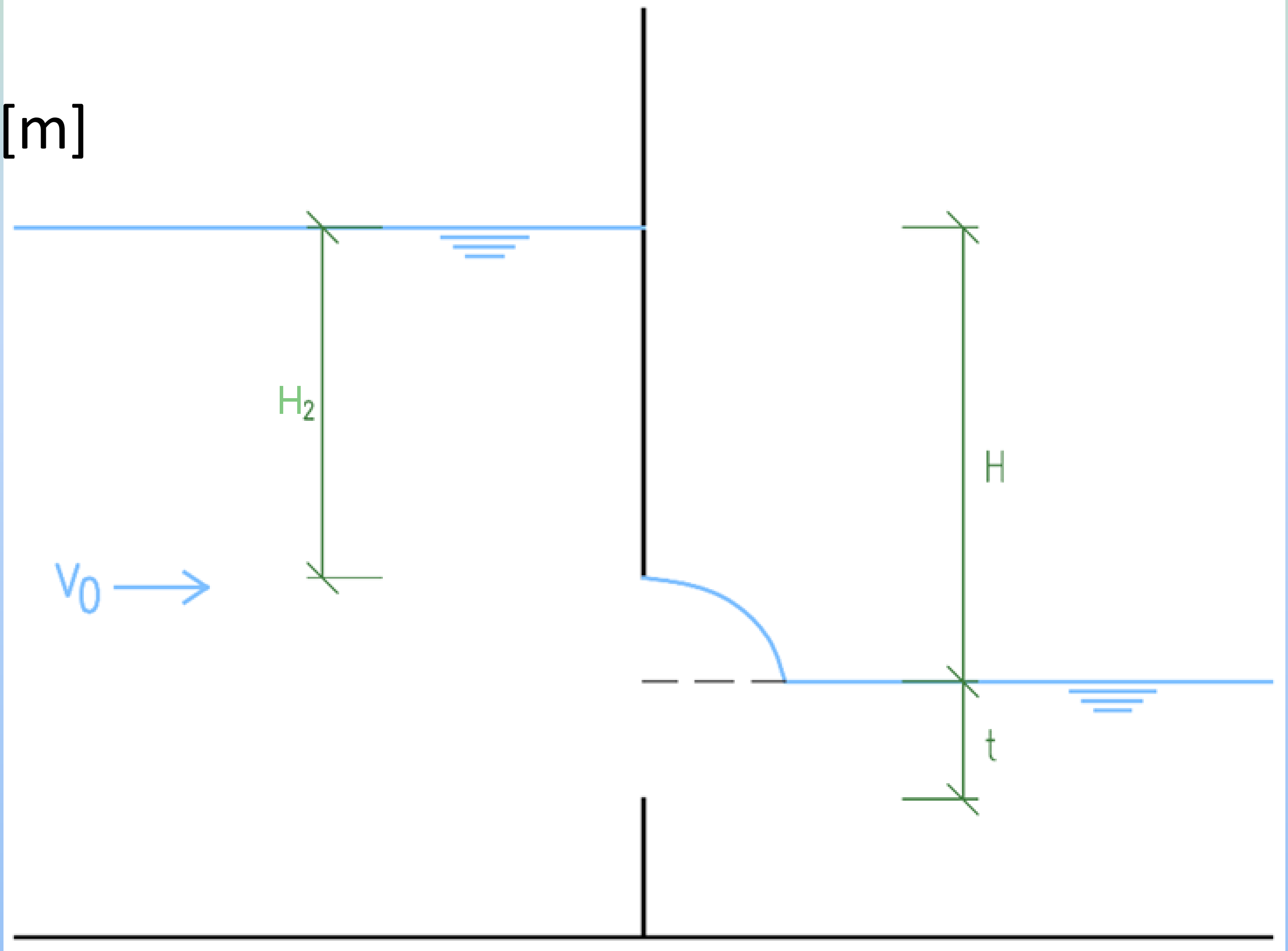
H = 0,1(N+M) [m]

H_2 = 0,1 [m]

t = H - 0,1 [m]

μ = 0,8 [-]

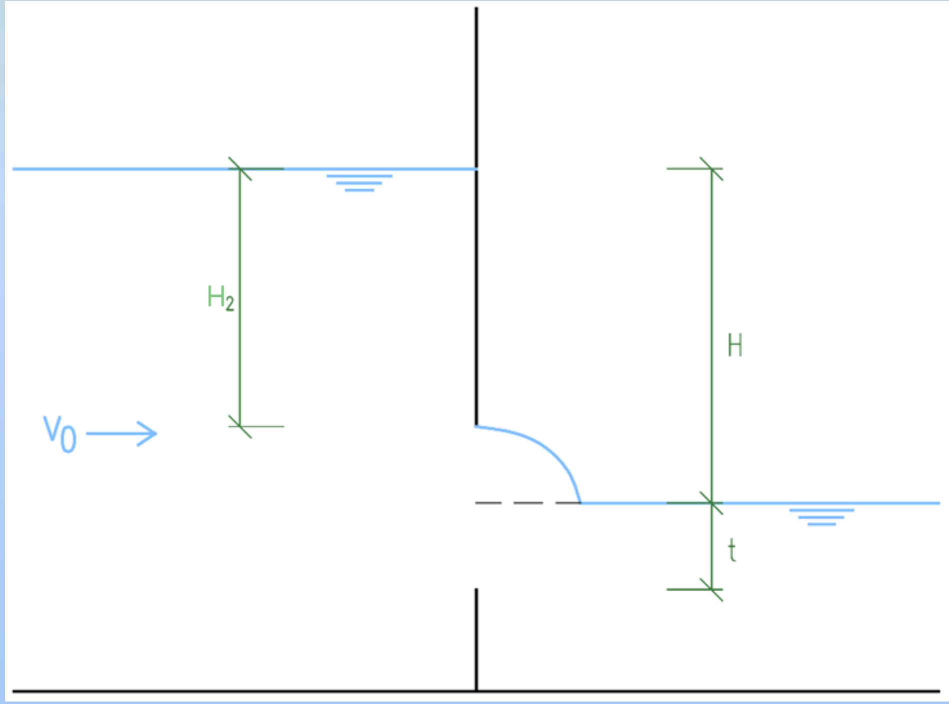
μ_p = 0,62 [-]



Příklad B.4

$$Q = \frac{2}{3}\mu b\sqrt{2g}\left[\left(H + \frac{\alpha v_0^2}{2g}\right)^{3/2} - \left(H_2 + \frac{\alpha v_0^2}{2g}\right)^{3/2}\right] +$$

$$+\mu_P bt\sqrt{2g\left(H + \frac{\alpha v_0^2}{2g}\right)}$$



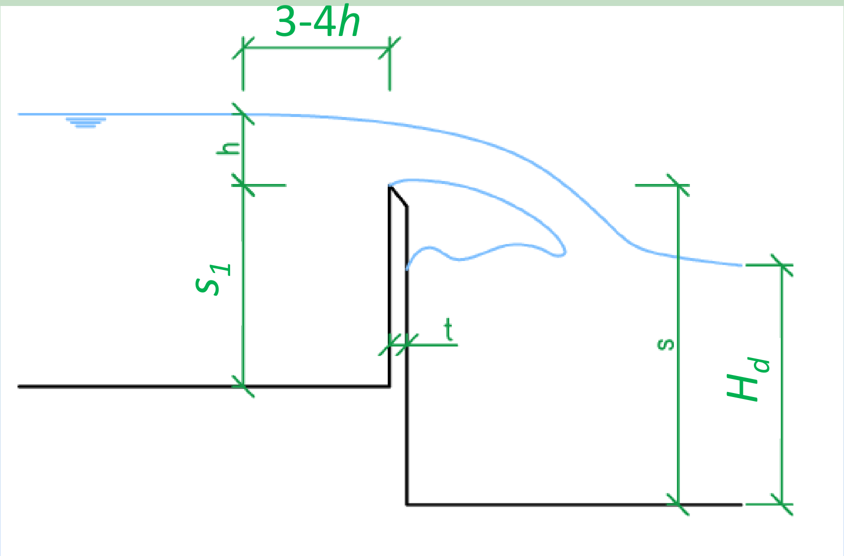
- *b* – šířka otvoru [m]
- *H* – rozdíl hladin [m]
- H_2 – hloubka horní hrany otvoru [m]
- *t* – výška zatopení otvoru dolní vodou [m]

Přepad

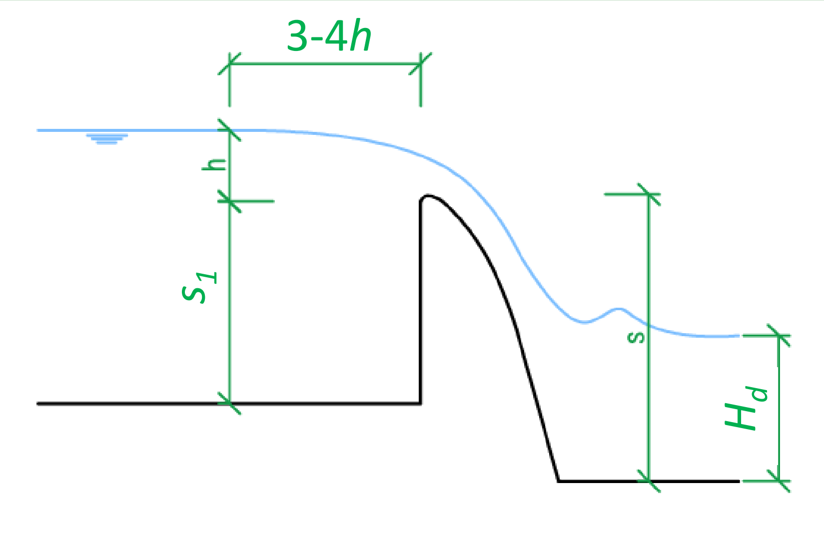
- Přeliv = konstrukce, přes kterou přepadá voda.
- Přepad = fyzikální jev.
- Přepadový paprsek = přepadající proud vody.
- Přelivná hrana – na vrcholu konstrukce

- Přepad dokonalý
- Přepad nedokonalý – ovlivněný hladinou dolní vody

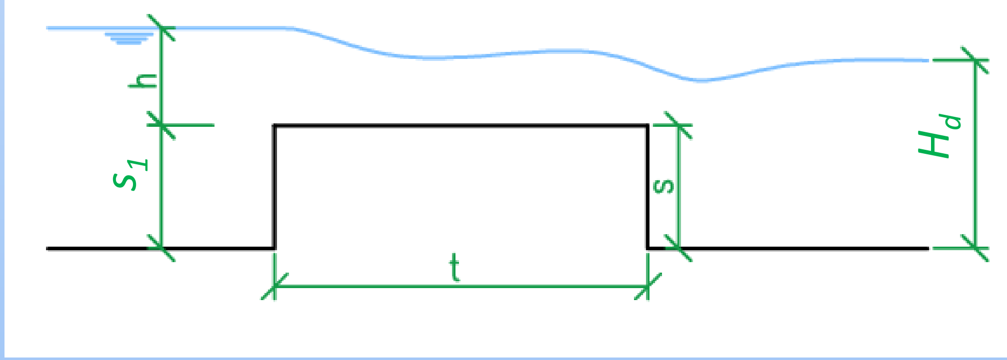
Přepad



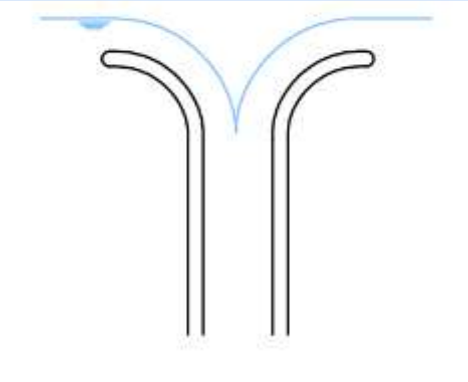
ostrohranný přeliv



jezový přeliv



přelivy se širokou korunou



zvláštní typy

Přepad

ostrohranný přeliv

jezový přeliv

přelivy se širokou korunou

zvláštní typy

Přepad

- Ostrohranný přeliv

$$Q = \sigma_z m b \sqrt{2g} h^{3/2}$$

  - v případě, že přelivná stěna není svislá:

$$Q = \sigma_z \sigma_{skl} m b \sqrt{2g} h^{3/2}$$

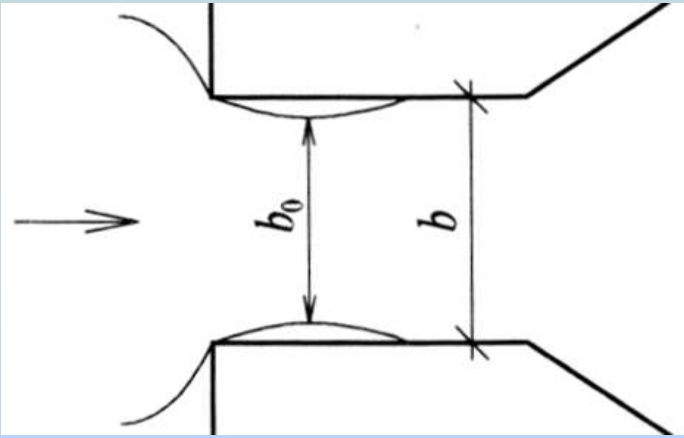
$$m = \left(0{,}405 + \frac{0{,}003}{h}\right)\left[1 + 0{,}55\left(\frac{h}{h + s_1}\right)^2\right]$$

  - σ_z – součinitel zatopení [-]
  - σ_{skl} – součinitel sklonu přelivné stěny [-]
  - *m* – Bazinův součinitel přepadu [-] (zahrnuje vliv přítokové rychlosti)
  - *b* – šířka přelivu [m]
  - *h* – přepadová výška [m]
  - s_1 – výška koruny přelivu nad horním dnem [m]

Přepad

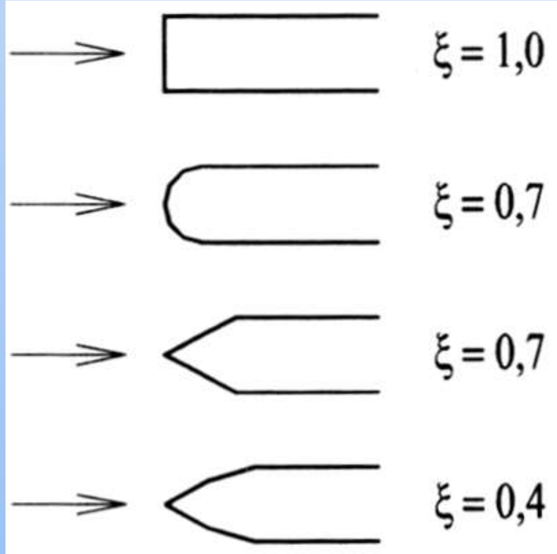
- Jezový (přehradní) přeliv

$$Q = \sigma_z \sigma_s m b_0 \sqrt{2g} {h_0}^{3/2}$$



$$h_0 = h + k, \qquad b_0 = b - 0{,}1 n \xi h_0$$

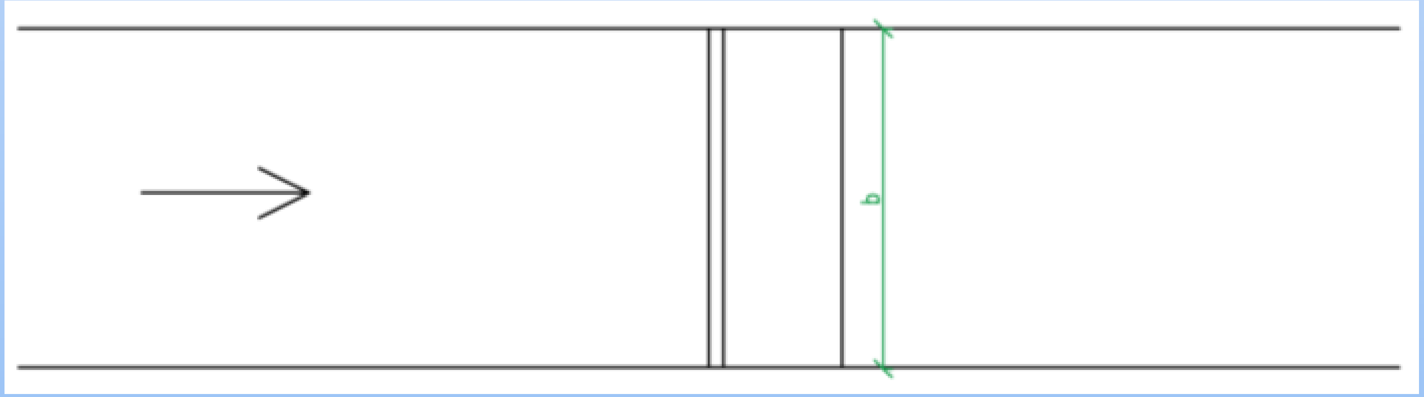
- σ_z – součinitel zatopení [-]
- σ_s – součinitel šikmosti [-]
- m – součinitel přepadu [-]
- b_0 – účinná šířka přelivu [m]
- h_0 – energetická přepadová výška [m]
- n – počet zúžení [-]
- ξ – součinitel tvaru pilíře [-]
- k – rychlostní výška [m]



Příklad B.5

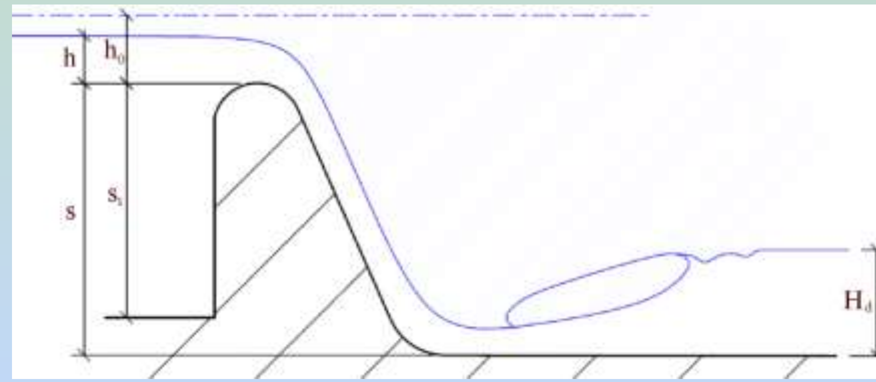
Určete průtok přes jednopolový jez o zadaných parametrech. Uvažujte dokonalý přepad. Počítejte s přítokovou rychlostí.

- $Q = ?$ [m³/s]
- $b = b_0 = N$ [m]
- $h = (0{,}1M + 0{,}5)$ [m]
- $m = 0{,}499$
- $s_1 = 1$ [m]
- $\alpha = 1{,}1$

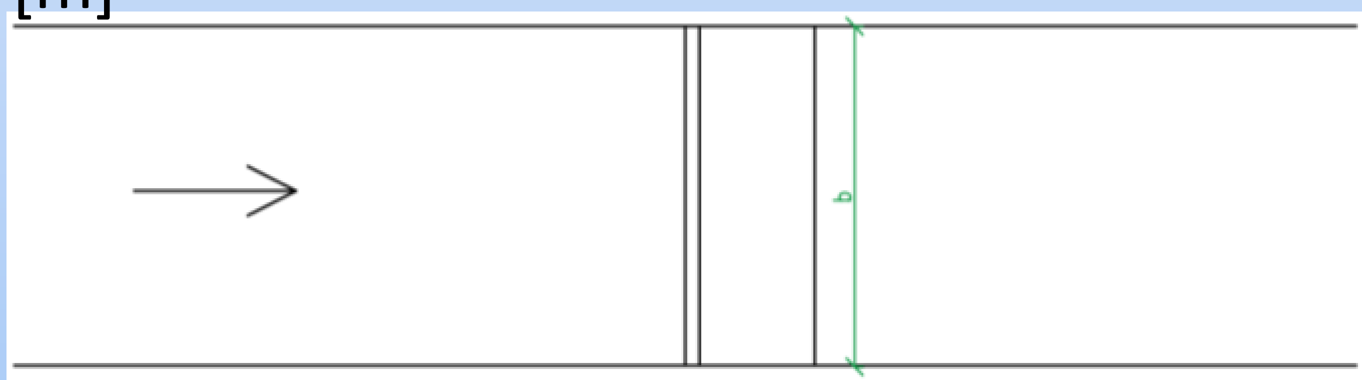


Příklad B.5

Určete průtok přes jednopolový jez o zadaných parametrech. Uvažujte dokonalý přepad. Počítejte s přítokovou rychlostí, výpočet proveďte iteračně.



- Q = ? [m³/s]
- $b = b_0 = N$ [m]
- $h = (0{,}1M + 0{,}5)$ [m]
- $m = 0{,}499$
- $s_1 = 1$ [m]
- $\alpha = 1{,}1$



$$Q = \sigma_z m b_0 \sqrt{2g} h_0^{3/2} \qquad h_0 = h + k$$

$$k = \frac{\alpha v^2}{2g} \text{ [m]}, \qquad v = \frac{Q}{S} \text{ [m/s]}, \qquad S = b(h + s_1) \text{ [m}^2\text{]}$$

Konec

Děkuji za pozornost