



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Středoevropské centrum pro vytváření a realizaci inovovaných
technicko-ekonomických studijních programů
Registrační číslo: CZ.1.07/2.2.00/28.0301

CT 07 - Termomechanika

VUT, FAST, ústav Technických zařízení budov

Kap. 1 Základní úlohy z problematiky vodní páry

Příklady demonstrují jen vybrané základní úlohy z oblasti vodní páry. Jejich řešení vyžaduje teoretické znalosti předmětu CT 07. Základní pomůckou pro řešení úloh jsou tabulky stavových veličin vodní páry, např. [1].

Př. 1 Mokrý pára o tlaku p má suchost x . Určete její měrný objem v , měrnou entalpii i , měrnou entropii s a měrnou vnitřní energii u .

1. *Podstata řešení:* Aplikace základních formulí k vyčíslení stavových veličin vodní páry.

2. *Vstupní hodnoty*

$p = 300$ kPa, další hodnoty se určí pomocí parních tabulek či regresních funkcí

$$v' = 0,0010733 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}, \quad v'' = 0,6057 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1},$$

$$i' = 56,1 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}, \quad i'' = 2725 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}, \quad s' = 1,672 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}, \quad s'' = 6,992 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

3. *Řešení*

a. *Měrný objem*

$$v = v' + x \cdot (v'' - v') = 0,0010733 + 0,8 \cdot (0,607 - 0,0010733) = 0,485815 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$$

b. *Měrná entalpie*

$$i = i' + x \cdot (i'' - i') = 56,1 + 0,8 \cdot (2725 - 56,1) = 2292,3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

c. *Měrná entropie*

$$s = s' + x \cdot (s'' - s') = 1,672 + 0,8 \cdot (6,992 - 1,672) = 5,928 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

d. *Měrná vnitřní energie*

$$u = i - p \cdot v = 2292,3 - 300 \cdot 0,485815 = 2146,55 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Př. 2 Parní kotel o objemu V_k je ze dvou třetin naplněn vodou. Tlak páry v kotli je p . Určete suchost páry x , hmotnost vody m_w a páry m_p v kotli.

1. *Podstata řešení:* Aplikace základních formulí k vyčíslení stavových veličin vodní páry a jejich mezí.

2. *Vstupní hodnoty*

$p = 1500$ kPa, $V = 21 \text{ m}^3$, z tabulek vodní páry či pomocí regresních funkcí \Rightarrow

$$v' = 0,0011539 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}, \quad v'' = 0,1317 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1},$$

3. Řešení

a. Hmotnost vody

$$m_v = V_v \cdot \rho_v = \frac{V_v}{v'} = \frac{0,67 \cdot 21}{0,0011539} = 12132,8 \text{ kg}$$

b. Hmotnost páry

$$m_p = V_p \cdot \rho_p = \frac{V_p}{v''} = \frac{0,33 \cdot 21}{0,1317} = 53,15 \text{ kg}$$

c. Suchost páry

$$x = \frac{m_p}{m_v - m_p} = \frac{53,15}{12132,8 - 53,15} = 0,00436 \Rightarrow 0,44\%$$

Př. 3 Pro účely technologie se má na kondenzátoru vysrážet za hodinu m_p tun páry o tlaku p a vlhkosti y chladicí vodou o vstupní teplotě t_{v1} . Výstupní teplota této vody bude t_{v2} . Předpokládá se teplota kondenzátu t_k . Úkolem je určení objemového průtoku V_v chladicí vody.

1. Podstata řešení

Úloha je základem řešení výměníků a vychází z tepelných bilancí. Exaktní řešení vyžaduje metodu iterace. Zásadním krokem řešení reálných případů je analýza vstupních a výstupních teplot.

2. Vstupní hodnoty

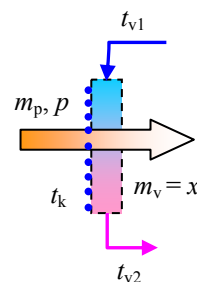
$$m_p = 1500 \text{ kg} \cdot \text{h}^{-1} = 0,4167 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}, p = 20 \text{ kPa},$$

$$y = 0,1 \text{ kg} \cdot \text{kg}^{-1} \Rightarrow x = 0,9 \text{ kg} \cdot \text{kg}^{-1},$$

$$t_k = 40 \text{ }^\circ\text{C}, t_{v1} = 10 \text{ }^\circ\text{C}, t_{v2} = 30 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow \text{reálný případ},$$

$$\text{pro } t_{v2} \text{ z parních tabulek} \Rightarrow i' = 251,4 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}, l = 2358 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1},$$

$$\text{předpoklad – měrná tepelná kapacita vody} \quad c_v = 4,19 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}.$$



3. Výpočet

$$a. \text{ Entalpie chladicí vody} \quad i_{v1} = c_v \cdot t_{v1} = 4,19 \cdot 10 = 41,9 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1},$$

$$i_{v2} = c_v \cdot t_{v2} = 4,19 \cdot 30 = 125,7 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1},$$

$$b. \text{ Entalpie kondenzátu} \quad i_k = c_v \cdot t_k = 4,19 \cdot 40 = 167,6 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$c. \text{ Entalpie 1 kg syté páry} \quad i = i' + x \cdot l = 251,4 + 0,9 \cdot 2358 = 2373,6 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$d. \text{ Průtok chladicí vody} - \text{ vyplývá z rovnice tepelné bilance } m_p \cdot (i - i_k) = m_v \cdot (i_{v2} - i_{v1}) \Rightarrow$$

$$m_v = \frac{m_p \cdot (i - i_k)}{i_{v2} - i_{v1}} = \frac{0,4167 \cdot (2373,6 - 167,6)}{125,7 - 41,9} = 10,97 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

4. Závěr

Příklad tvoří elementární část komplexního řešení výměníku. Zásadní pro aplikaci algoritmu je analýza vstupních teplot vyžadující splnění relace $t_k > t_{v2} > t_{v1}$.

Př. 4 Ve směšovací kondenzátoru má zkondenzovat za hodinu m_p tuny páry o tlaku p a vlhkosti y chladicí vodou t_{v1} . Odtékající voda tvořená směsí chladicí vody a kondenzátu má teplotu t_{v2} . Kolik chladicí vody m_v bude potřeba pro kondenzaci páry?

1. Podstata řešení

Úloha spadá do řešení tepelné problematiky výměníků vycházející z tepelných bilancí. Exaktní řešení výměníků vyžaduje metodu iterace. Zásadním krokem řešení reálných případů je analýza vstupních a výstupních teplot.

2. *Vstupní hodnoty*

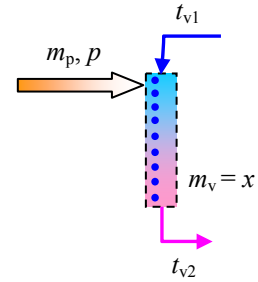
$$m_p = 1500 \text{ kg.h}^{-1} = 0,4167 \text{ kg.s}^{-1}, p = 20 \text{ kPa},$$

$$y = 0,1 \text{ kg.kg}^{-1} \Rightarrow x = 0,9 \text{ kg.kg}^{-1},$$

$$t_{v1} = 10 \text{ }^\circ\text{C}, t_{v2} = 30 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow \text{reálný případ},$$

$$\text{pro } t_{v2} \text{ z parních tabulek} \Rightarrow i' = 251,4 \text{ kJ.kg}^{-1}, l = 2358 \text{ kJ.kg}^{-1},$$

$$\text{předpoklad - měrná tepelná kapacita vody } c_v = 4,19 \text{ kJ.kg}^{-1}.$$



3. *Výpočet*

a. *Entalpie přitékající chladicí vody* $i_{v1} = c_v \cdot t_{v1} = 4,19 \cdot 10 = 41,9 \text{ kJ.kg}^{-1}$

b. *Entalpie odtékající směsi vody* $i_{v2} = c_v \cdot t_{v2} = 4,19 \cdot 30 = 125,7 \text{ kJ.kg}^{-1}$

c. *Entalpie 1 kg syté páry* $i = i' + x \cdot l = 251,4 + 0,9 \cdot 2358 = 2373,6 \text{ kJ.kg}^{-1}$

d. *Průtok vody – vyplývá z tepelné bilance* $m_p \cdot (i - i_{v2}) = m_v \cdot (i_{v2} - i_{v1}) \Rightarrow$

$$m_v = \frac{m_p \cdot (i - i_{v2})}{i_{v2} - i_{v1}} = \frac{0,4167 \cdot (2373,6 - 125,7)}{125,7 - 41,9} = 11,18 \text{ kg.s}^{-1}$$

4. *Zhodnocení*

Příklad tvoří elementární část komplexního řešení výměníku. Zásadní pro aplikaci algoritmu je analýza vstupních teplot vyžadující splnění relace $t_{v2} > t_{v1}$.

Př. 5 Přeřátá pára o objemu V_u , tlaku p_u a teplotě t_u se smísí s objemem V_s syté páry o tlaku p_s a měrné vlhkosti x . Určete stav páry po smíšení uvedených složek.

1. *Podstata řešení:* Podstatou úlohy je hmotnostní bilance vyjádřená směřovací rovnicí.

2. *Vstupní hodnoty*

$$V_u = 1 \text{ m}^3, p_u = 800 \text{ kPa}, t_u = 229,6 \text{ }^\circ\text{C}, p_s = 800 \text{ kPa}, x = 0,6 \text{ kg.kg}^{-1}, c_{pm} = 2,38 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

3. *Výpočet*

a. Přeřátá pára

a₁. *Stavové veličiny* – určí se z tabulek vodní páry či pomocí regresních funkcí pro t_u

$$i'' = 2769 \text{ kJ.kg}^{-1}, i' = 251,4 \text{ kJ.kg}^{-1}, v'' = 0,2403 \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}, l = 2358 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

a₂. *Měrný objem* – výchozí pro výpočet je Lindeho vztah

$$v_u = \frac{480,2 \cdot T_u}{p_u} - i = \frac{480,2 \cdot 502,6}{800 \cdot 1000} - 0,016 = 0,2857 \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}$$

a₃. *Hmotnost páry* $m_u = \frac{V_u}{v_u} = \frac{1}{0,2857} = 3,5 \text{ kg}$

a₄. *Měrná entalpie* $i_u = i'' + c_{pm} \cdot (t_u - t_s) = 2769 + 2,38 \cdot (229,6 - 170,42) = 2909,8 \text{ kJ.kg}^{-1}$

b. Mokrá pára

b₁ *Stavové veličiny* \Rightarrow tabulky vodní páry či regresí pro p_s

$$t_s = 170,42 \text{ }^\circ\text{C}, v' = 0,00111 \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}, i' = 720,9 \text{ kJ.kg}^{-1}, l = 2048 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

b₃. *Měrný objem* $v_s = v' + x \cdot (v'' - v') = 0,00111 + 0,6 \cdot (0,2403 - 0,00111) = 0,1446 \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}$

$$b_4. \text{ Hmotnost} \quad m_s = \frac{V_s}{v_s} = \frac{1}{0,1446} = 6,914 \text{ kg}$$

$$b_5. \text{ Měrná entalpie} \quad i_s = i' + x \cdot l = 720,9 + 0,6 \cdot 2048 = 1949,7 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

c. Směs páry

c₁. Měrná entalpie \Rightarrow směšovací rovnice $(m_u + m_s) \cdot i_2 = m_u \cdot i_u + m_s \cdot i_s$

$$i_2 = \frac{m_u \cdot i_u + m_s \cdot i_s}{m_u + m_s} = \frac{3,5 \cdot 2909,8 + 6,914 \cdot 1949,7}{3,5 + 6,914} = 2272 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

$$i_2 = 2272 < i'' = 2769 \text{ kJ.kg}^{-1} \quad \Rightarrow \quad \text{směs je mokrá pára}$$

c₂. Suchost páry

$$x_2 = \frac{i_2 - i'}{l} = \frac{2272 - 720,9}{2048} = 0,7575 \text{ kg.kg}^{-1}$$

Př. 6 Určete hmotnost vody m_v s teplotou t_v , která se musí vstříknout do páry o tlaku p_1 pro snížení její teploty t_{p1} na teplotu t_{p2} .

1. *Podstata řešení:* Podstatou úlohy je hmotnostní bilance vyjádřená směšovací rovnicí.

2. *Vstupní hodnoty*

množství páry	$m_p = 1000 \text{ kg}$,	tlak páry	$p_1 = 1 \text{ MPa}$
teplota páry počáteční	$t_{p1} = 300 \text{ }^\circ\text{C}$,	požadovaná	$t_{p2} = 250 \text{ }^\circ\text{C}$
teplota vody	$t_v = 110 \text{ }^\circ\text{C}$		

stavové veličiny pro p_1 a t_{p1} se určí z tabulek přehřáté vodní páry event. regresí

$$i_1 = 3048 \text{ kJ.kg}^{-1} \quad i_2 = 2940 \text{ kJ.kg}^{-1} \quad i_v = 464,6 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

3. *Řešení*

Výchozí je tepelná bilance dílčích složek

$$m_v \cdot i_v + (m_p + m_v) \cdot i_1 = m_p \cdot i_2 \quad \Rightarrow$$

$$m_v = m_p \cdot \frac{i_1 - i_2}{i_1 - i_v} = 1000 \cdot \frac{3048 - 2940}{3048 - 464,6} = 41,8 \text{ kg}$$

Př. 7 Určete teplotu páry t_p po škrcení z tlaku p_1 na tlak p_2 a snížení její teploty t_1 rozprašováním vody.

1. *Podstata řešení:* Podstatou úlohy je tepelně látková bilance pro tlakové změny.

2. *Vstupní hodnoty*

Hmotnost páry	$m_p = 1000 \text{ kg}$,	počáteční tlak	$p_1 = 1 \text{ MPa}$
teplota páry vstupní	$t_1 = 300 \text{ }^\circ\text{C}$,	redukovaný tlak	$p_2 = 250 \text{ kPa}$
teplota vody	$t_v = 110 \text{ }^\circ\text{C}$		
hmotnost vody	$m_v = 100 \text{ kg}$		

3. *Řešení*

a. *Výchozí - bilanční rovnice*

$$m_p \cdot i_1 + m_v \cdot i_v = (m_p + m_v) \cdot i_2$$

b. *Měrná entalpie páry a vody*

hodnoty se určí z parních tabulek či regresí pro tlak p_1

$$i_1 = 3048 \text{ kJ.kg}^{-1} \quad i_v = 464,6 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

c. Měrná entalpie páry o tlaku p_2

$$i_2 = \frac{m_p \cdot i_1 + m_v \cdot i_v}{m_p + m_v} = \frac{1000 \cdot 3048 + 100 \cdot 464,6}{1000 + 100} = 2813,14 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

d. Teplota páry t_p

Teplota se určí z parních tabulek či pomocí regresních funkcí
pro $p_2 = 250 \text{ kPa}$ a $i_2 = 2813,14 \text{ kJ.kg}^{-1} \Rightarrow t_p = 174 \text{ °C}$.

[1] Ražnjevič K.: Termodynamické tabulky. Alfa 1984

[2] Internet

20.11.013