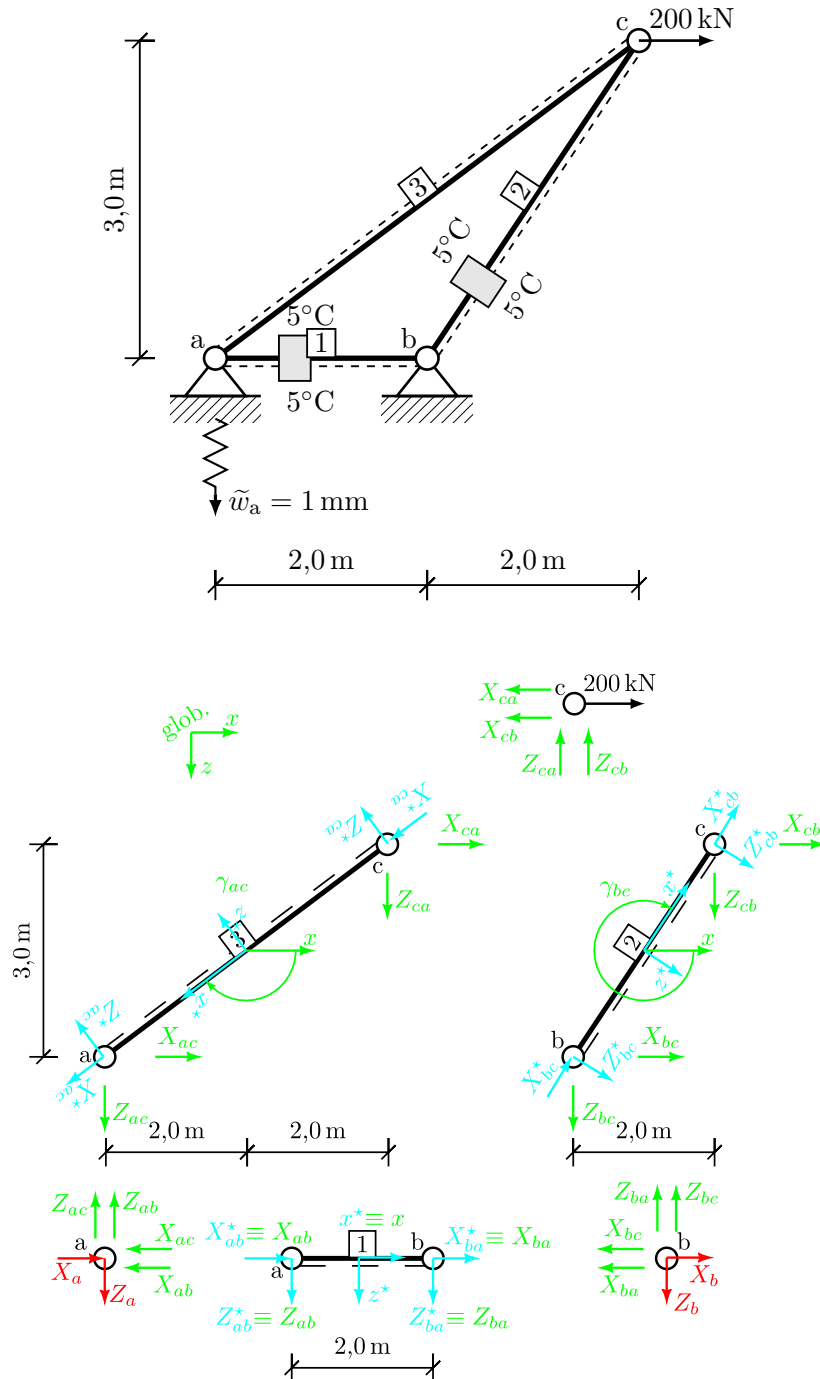


Řešte příhradovou konstrukci na obrázku. Konstrukce je zatížena silou ve styčnicku ©, vynuceným svislým posunem podpory ① $\tilde{w}_a = 1 \text{ mm}$ a teplotním zatížením na prutech a-b a b-c o hodnotě $\Delta T_0 = 5^\circ\text{C}$. Uvažujte, že všechny pruty jsou tvořeny čtvercovým průřezem o hraně $a = 100 \text{ mm}$, modul pružnosti materiálu je $E = 100 \text{ GPa}$ a součinitel teplotní roztažnosti je $\alpha_T = 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.



Obrázek 1: Rovnováha sil na prutech a ve styčnicích

prut a-b	prut b-c	prut c-a
$l_{ab} = 2 \text{ m}$	$l_{bc} = \sqrt{13} \text{ m}$	$l_{ca} = 5 \text{ m}$
$s_{ab} = 0$	$s_{bc} = -\frac{3}{\sqrt{13}}$	$s_{ca} = 0,6$
$c_{ab} = 1$	$c_{bc} = \frac{2}{\sqrt{13}}$	$c_{ca} = -0,8$

A. Řešení deformační metodou bez maticového zápisu:

1. definujeme neznámé kinematické veličiny (posuny)

$$u_c, w_c$$

2. sestavíme odpovídající rovnice rovnováhy ve styčnicích

- $u_c \rightarrow X_{ca} + X_{cb} - 200 \cdot 10^3 = 0$
- $w_c \rightarrow Z_{ca} + Z_{cb} = 0$

3. koncové síly vyjádříme pomocí kinematických proměnných a tuhostí

Přednáška 04 – Základní rovnice příhradového prutu:

- $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{u_b^* - u_a^*}{l} = \frac{(u_b - u_a) \cos \gamma + (w_b - w_a) \sin \gamma}{l}$
- $N = EA(\varepsilon - \hat{\varepsilon})$
- $X_{ab} = -Nc = -\frac{EA}{l} [c^2 (u_b - u_a) + cs (w_b - w_a)] + cEA\hat{\varepsilon}$
 $X_{ba} = -X_{ab} = Nc$
 $Z_{ab} = -Ns = -\frac{EA}{l} [cs (u_b - u_a) + s^2 (w_b - w_a)] + sEA\hat{\varepsilon}$
 $Z_{ba} = -Z_{ab} = Ns$

$$\begin{aligned} X_{ca} &= -N_3 c_{ca} = -\frac{EA}{l_{ca}} [c_{ca} (u_a - u_c) + s_{ca} (w_a - w_c)] c_{ca} \\ &= -\frac{EA}{5} \cdot [-0,8 \cdot (0 - u_c) + 0,6 \cdot (1 \cdot 10^{-3} - w_c)] \cdot (-0,8) \\ &= \frac{EA}{5} \cdot [0,64u_c - 0,48w_c] + \frac{EA}{5} \cdot [0,48 \cdot 10^{-3}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{ca} &= -N_3 s_{ca} = -\frac{EA}{l_{ca}} [c_{ca} (u_a - u_c) + s_{ca} (w_a - w_c)] s_{ca} \\ &= -\frac{EA}{5} \cdot [-0,8 \cdot (0 - u_c) + 0,6 \cdot (1 \cdot 10^{-3} - w_c)] \cdot 0,6 \\ &= \frac{EA}{5} \cdot [-0,48u_c + 0,36w_c] - \frac{EA}{5} \cdot [0,36 \cdot 10^{-3}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_{cb} &= N_2 c_{bc} = \frac{EA}{l_{bc}} [c_{bc} (u_c - u_b) + s_{bc} (w_c - w_b)] c_{bc} - EA\alpha_T \Delta T c_{bc} \\ &= \frac{EA}{\sqrt{13}} \cdot \left[\frac{2}{\sqrt{13}} \cdot (u_c - 0) - \frac{3}{\sqrt{13}} \cdot (w_c - 0) \right] \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} - EA \cdot 1 \cdot 10^{-5} \cdot 5 \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} \\ &= \frac{EA}{\sqrt{13}} \cdot \left[\frac{4}{13} u_c - \frac{6}{13} w_c \right] - \frac{EA}{\sqrt{13}} \cdot 0,1 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{cb} &= N_2 s_{bc} = \frac{EA}{l_{bc}} [c_{bc} (u_c - u_b) + s_{bc} (w_c - w_b)] s_{bc} - EA\alpha_T \Delta T s_{bc} \\ &= \frac{EA}{\sqrt{13}} \cdot \left[\frac{2}{\sqrt{13}} \cdot (u_c - 0) - \frac{3}{\sqrt{13}} \cdot (w_c - 0) \right] \cdot \left(-\frac{3}{\sqrt{13}} \right) - EA \cdot 1 \cdot 10^{-5} \cdot 5 \cdot \frac{(-3)}{\sqrt{13}} \\ &= \frac{EA}{\sqrt{13}} \cdot \left[-\frac{6}{13} u_c + \frac{9}{13} w_c \right] + \frac{EA}{\sqrt{13}} \cdot 0,15 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

4. dosadíme do rovnic rovnováhy

$$\begin{aligned} \bullet \quad u_c &\rightarrow \frac{EA}{5\sqrt{13}} \cdot [3,84601 u_c - 4,03836 w_c] = 200 \cdot 10^3 - \frac{EA}{5\sqrt{13}} \cdot 1,23066 \cdot 10^{-3} \\ \bullet \quad w_c &\rightarrow \frac{EA}{5\sqrt{13}} \cdot [-4,03836 u_c + 4,75954 w_c] = \frac{EA}{5\sqrt{13}} \cdot 0,547998 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

→ po úpravě a dosazení $EA = 100 \cdot 10^9 \cdot 10\,000 \cdot 10^{-6} = 10^9 \text{ N}$:

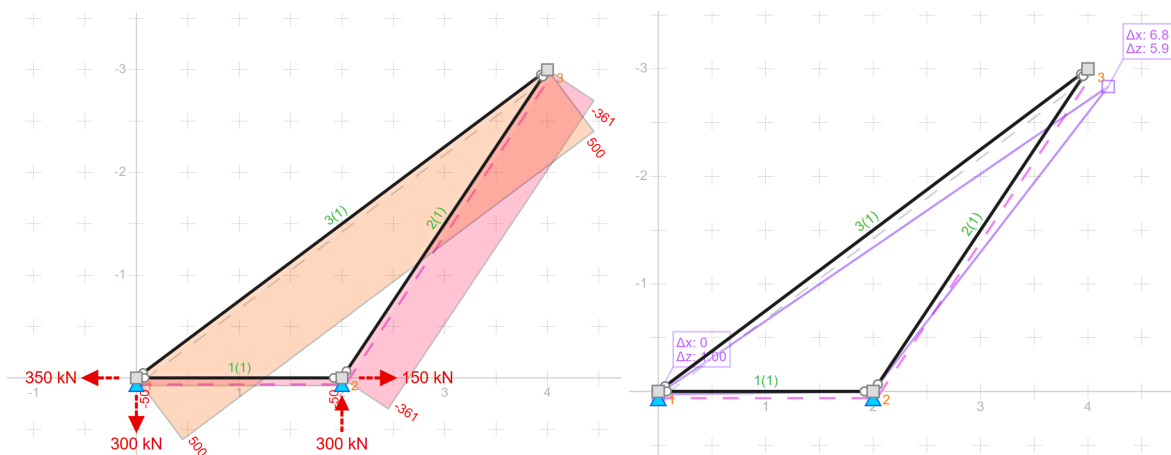
$$\begin{aligned} 213,338 \cdot 10^6 u_c - 224,008 \cdot 10^6 w_c &= 200 \cdot 10^3 - 68,2647 \cdot 10^3 \\ -224,008 \cdot 10^6 u_c + 264,012 \cdot 10^6 w_c &= 30,3975 \cdot 10^3 \\ \hline 213,338 \cdot 10^6 u_c - 224,008 \cdot 10^6 w_c &= 131,735 \cdot 10^3 \\ -224,008 \cdot 10^6 u_c + 264,012 \cdot 10^6 w_c &= 30,3975 \cdot 10^3 \end{aligned}$$

5. vyřešíme soustavu rovnic (neznámé kinematické veličiny)

$$\begin{aligned} \bullet \quad u_c &= 6,76873 \cdot 10^{-3} \text{ m} \\ \bullet \quad w_c &= 5,85825 \cdot 10^{-3} \text{ m} \end{aligned}$$

6. z koncových sil vypočteme normálové síly v prutech (neznámé statické veličiny)

$$\begin{aligned} X_{ca} \text{ nebo } Z_{ca} &\rightarrow -N_3 = -\frac{EA}{l_{ca}} [c_{ca}(u_a - u_c) + s_{ca}(w_a - w_c)] \\ N_3 &= \frac{10^9}{5} \cdot [-0,8 \cdot (0 - 6,76873 \cdot 10^{-3}) + 0,6 \cdot (1 \cdot 10^{-3} - 5,85825 \cdot 10^{-3})] \\ &= 500\,000 \text{ N (tah)} \\ X_{cb} \text{ nebo } Z_{cb} &\rightarrow N_2 = \frac{EA}{l_{bc}} \cdot [c_{bc}(u_c - u_b) + s_{bc}(w_c - w_b)] - EA\alpha_T \Delta T \\ N_2 &= \frac{10^9}{\sqrt{13}} \left[\frac{2}{\sqrt{13}} \cdot (6,76873 \cdot 10^{-3} - 0) - \frac{3}{\sqrt{13}} \cdot (5,85825 \cdot 10^{-3} - 0) \right] - 10^4 \cdot 5 \\ &\doteq -360\,561 \text{ N (tlak)} \\ X_{ba} \text{ nebo } X_{ab} &\rightarrow N_1 = \frac{EA}{l_{ab}} [c_{ab}(u_b - u_a) + s_{ab}(w_b - w_a)] - EA\alpha_T \Delta T \\ N_1 &= \frac{10^9}{2} \cdot [1 \cdot (0 - 0) + 0 \cdot (0 - 1 \cdot 10^{-3})] - 10^9 \cdot 10^{-5} \cdot 5 \\ &= -50\,000 \text{ N (tlak)} \end{aligned}$$



Obrázek 2: STRIAN – průběhy normálových sil (vlevo), deformovaná konstrukce (vpravo)

B. Řešení deformační metodou se statickou kondenzací – v maticové formě:

1. globální vektor parametrů deformace $\{\mathbf{r}\}$ a globální vektor uzlového zatížení $\{\mathbf{S}\}$

$$\{\mathbf{r}\} = \begin{Bmatrix} u_c \\ w_c \end{Bmatrix} \quad \text{transpozice: } \{\mathbf{r}\} = \{u_c, w_c\}^T$$

$$\{\mathbf{S}\} = \begin{Bmatrix} X_c \\ Z_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 200 \\ 0 \end{Bmatrix} \cdot 10^3 \quad \text{transpozice: } \{\mathbf{S}\} = \{X_c, Z_c\}^T = \{200 \cdot 10^3, 0\}^T$$

2. analýza prutů: matice tuhosti prutu $[\mathbf{k}_{ab}]$, primární vektor koncových sil $\{\bar{\mathbf{R}}_{ab}\}$, vyvolaný primární vektor koncových sil $\{\tilde{\mathbf{R}}_{ab}\}$

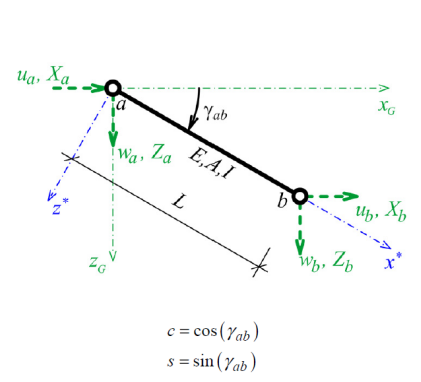
POZN.: Působí-li na konstrukci pouze silové zatížení umístěné ve styčnicích, primární vektory koncových sil $\{\bar{\mathbf{R}}_{ab}\}$ jsou nulové

Přednáška 05 – Transformace:

- transformační matice:

$$[\mathbf{T}_{ab}] = \begin{bmatrix} c_{ab} & s_{ab} & 0 & 0 \\ -s_{ab} & c_{ab} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{ab} & s_{ab} \\ 0 & 0 & -s_{ab} & c_{ab} \end{bmatrix}$$

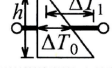
- transformace matice tuhosti: $[\mathbf{k}_{ab}] = [\mathbf{T}_{ab}]^T [\mathbf{k}_{ab}^*] [\mathbf{T}_{ab}]$
- transformace vektoru do GSS: $\{\bar{\mathbf{R}}_{ab}\} = [\mathbf{T}_{ab}]^T \{\mathbf{R}_{ab}^*\}$
- transformace vektoru do LSS: $\{\mathbf{R}_{ab}^*\} = [\mathbf{T}_{ab}] \{\bar{\mathbf{R}}_{ab}\}$

 $c = \cos(\gamma_{ab})$ $s = \sin(\gamma_{ab})$	Globální matice tuhosti	$[\mathbf{K}_{a,b}] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} c^2 & \frac{EA}{L} cs & 0 & -\frac{EA}{L} c^2 & -\frac{EA}{L} cs & 0 \\ \frac{EA}{L} cs & \frac{EA}{L} s^2 & 0 & -\frac{EA}{L} cs & -\frac{EA}{L} s^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{EA}{L} c^2 & -\frac{EA}{L} cs & 0 & \frac{EA}{L} c^2 & \frac{EA}{L} cs & 0 \\ -\frac{EA}{L} cs & -\frac{EA}{L} s^2 & 0 & \frac{EA}{L} cs & \frac{EA}{L} s^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} X_a \\ Z_a \\ M_a \\ X_b \\ Z_b \\ M_b \end{matrix}$
---	-------------------------	--

$$\rightarrow EA = 100 \cdot 10^9 \cdot 10\,000 \cdot 10^{-6} = 1 \cdot 10^9 \text{ N}$$

- prut a-b:

(8.1d/10)



$$\begin{Bmatrix} EA\alpha_T\Delta T_0 \\ 0 \\ 0 \\ -EA\alpha_T\Delta T_0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\rightarrow [\mathbf{k}_{ab}] = \begin{bmatrix} u_a & w_a & u_b & w_b \\ 500 & 0 & -500 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -500 & 0 & 500 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{X}_{ab} \\ \hat{Z}_{ab} \\ \hat{X}_{ba} \\ \hat{Z}_{ba} \end{Bmatrix} \cdot 10^6$$

$$\{\bar{\mathbf{R}}_{ab}^*\} = \begin{Bmatrix} EA\alpha_T\Delta T_0 \\ 0 \\ -EA\alpha_T\Delta T_0 \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{X}_{ab}^* \\ \bar{Z}_{ab}^* \\ \bar{X}_{ba}^* \\ \bar{Z}_{ba}^* \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 50 \\ 0 \\ -50 \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{X}_{ab}^* \\ \bar{Z}_{ab}^* \\ \bar{X}_{ba}^* \\ \bar{Z}_{ba}^* \end{Bmatrix} \cdot 10^3$$

$$\rightarrow \{\bar{\mathbf{R}}_{ab}\} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{[\mathbf{T}_{ab}^T]} \{\bar{\mathbf{R}}_{ab}^*\} = \begin{Bmatrix} 50 \\ 0 \\ -50 \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{X}_{ab} \\ \bar{Z}_{ab} \\ \bar{X}_{ba} \\ \bar{Z}_{ba} \end{Bmatrix} \cdot 10^3$$

$$\{\tilde{\mathbf{r}}_{ab}\} = \{\tilde{u}_a, \tilde{w}_a, \tilde{u}_b, \tilde{w}_b\}^T = \{0, 1 \cdot 10^{-3}, 0, 0\}$$

$$\rightarrow \{\tilde{\mathbf{R}}_{ab}\} = [\mathbf{k}_{ab}] \{\tilde{\mathbf{r}}_{ab}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{X}_{ab} \\ \tilde{Z}_{ab} \\ \tilde{X}_{ba} \\ \tilde{Z}_{ba} \end{Bmatrix} \cdot 10^3$$

- prut b-c:

(8.1d/10)



$$\begin{Bmatrix} EA\alpha_T\Delta T_0 \\ 0 \\ 0 \\ -EA\alpha_T\Delta T_0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\rightarrow [\mathbf{k}_{bc}] = \begin{bmatrix} u_b & w_b & u_c & w_c \\ 85,3385 & -128,008 & -85,3385 & 128,008 \\ -128,008 & 192,012 & 128,008 & -192,012 \\ -85,3385 & 128,008 & 85,3385 & -128,008 \\ 128,008 & -192,012 & -128,008 & 192,012 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{X}_{bc} \\ \hat{Z}_{bc} \\ \hat{X}_{cb} \\ \hat{Z}_{cb} \end{Bmatrix} \cdot 10^6$$

$$\{\bar{\mathbf{R}}_{bc}^*\} = \begin{Bmatrix} EA\alpha_T\Delta T_0 \\ 0 \\ -EA\alpha_T\Delta T_0 \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{X}_{bc}^* \\ \bar{Z}_{bc}^* \\ \bar{X}_{cb}^* \\ \bar{Z}_{cb}^* \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 50 \\ 0 \\ -50 \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{X}_{bc}^* \\ \bar{Z}_{bc}^* \\ \bar{X}_{cb}^* \\ \bar{Z}_{cb}^* \end{Bmatrix} \cdot 10^3$$

$$\rightarrow \{\bar{\mathbf{R}}_{bc}\} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{13}} & \frac{3}{\sqrt{13}} & 0 & 0 \\ -\frac{3}{\sqrt{13}} & \frac{2}{\sqrt{13}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{\sqrt{13}} & \frac{3}{\sqrt{13}} \\ 0 & 0 & -\frac{2}{\sqrt{13}} & \frac{2}{\sqrt{13}} \end{bmatrix}}_{[\mathbf{T}_{bc}^T]} \{\bar{\mathbf{R}}_{bc}^*\} = \begin{Bmatrix} 27,7350 \\ -41,6025 \\ -27,7350 \\ 41,6025 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{X}_{bc} \\ \bar{Z}_{bc} \\ \bar{X}_{cb} \\ \bar{Z}_{cb} \end{Bmatrix} \cdot 10^3$$

- prut c-a:

$$\rightarrow [\mathbf{k}_{ca}] = \begin{bmatrix} \overset{u_c}{128} & \overset{w_c}{-96} & -128 & 96 \\ -96 & 72 & 96 & -72 \\ -128 & 96 & 128 & -96 \\ 96 & -72 & -96 & 72 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{X}_{ca} \\ \hat{Z}_{ca} \\ \hat{X}_{ac} \\ \hat{Z}_{ac} \end{Bmatrix} \cdot 10^6$$

$$\{\bar{\mathbf{R}}_{ca}\} = \{\bar{\mathbf{R}}_{ca}^*\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{X}_{ca} \\ \bar{Z}_{ca} \\ \bar{X}_{ac} \\ \bar{Z}_{ac} \end{Bmatrix}$$

$$\{\tilde{\mathbf{r}}_{ca}\} = \{\tilde{u}_c, \tilde{w}_c, \tilde{u}_a, \tilde{w}_a\}^T = \{0, 0, 0, 1 \cdot 10^{-3}\}$$

$$\rightarrow \{\tilde{\mathbf{R}}_{ca}\} = [\mathbf{k}_{ca}] \{\tilde{\mathbf{r}}_{ca}\} = \begin{Bmatrix} 96 \\ -72 \\ -96 \\ 72 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{X}_{ca} \\ \tilde{Z}_{ca} \\ \tilde{X}_{ac} \\ \tilde{Z}_{ac} \end{Bmatrix} \cdot 10^3$$

3. matice tuhosti konstrukce $[\mathbf{K}]$, vektory primárních koncových sil $\{\bar{\mathbf{R}}\}$ a $\{\tilde{\mathbf{R}}\}$

$$[\mathbf{K}] = \begin{bmatrix} \overset{u_c}{213,338} & \overset{w_c}{-224,008} \\ -224,008 & 264,012 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{X}_c \\ \hat{Z}_c \end{Bmatrix} \cdot 10^6; \quad \{\bar{\mathbf{R}}\} = \begin{Bmatrix} -27,7350 \\ 41,6025 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{X}_c \\ \bar{Z}_c \end{Bmatrix} \cdot 10^3; \quad \{\tilde{\mathbf{R}}\} = \begin{Bmatrix} 96 \\ -72 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{X}_c \\ \tilde{Z}_c \end{Bmatrix} \cdot 10^3$$

4. řešení rovnice $[\mathbf{K}]\{\mathbf{r}\} = \{\mathbf{S}\} - \{\bar{\mathbf{R}}\} - \{\tilde{\mathbf{R}}\}$

→ podmínky rovnováhy vyjádřené pomocí uzlových posunů – viz Cvičení 06:

$$\begin{aligned} 213,338 \cdot 10^6 u_c - 224,008 \cdot 10^6 w_c &= 131,735 \cdot 10^3 \\ -224,008 \cdot 10^6 u_c + 264,012 \cdot 10^6 w_c &= 30,3975 \cdot 10^3 \end{aligned}$$

→ v maticové formě $[\mathbf{K}]\{\mathbf{r}\} = \{\mathbf{S}\} - \{\bar{\mathbf{R}}\} - \{\tilde{\mathbf{R}}\}$:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 213,338 & -224,008 \\ -224,008 & 264,012 \end{bmatrix}}_{[\mathbf{K}]} \cdot 10^6 \cdot \underbrace{\begin{Bmatrix} u_c \\ w_c \end{Bmatrix}}_{\{\mathbf{r}\}} = \underbrace{\begin{Bmatrix} 200 + 27,7350 - 96 \\ 0 - 41,6025 + 72 \end{Bmatrix}}_{\{\mathbf{S}\} - \{\bar{\mathbf{R}}\} - \{\tilde{\mathbf{R}}\} = \{\mathbf{F}\}} \cdot 10^3$$

→ $\{\mathbf{r}\} = [\mathbf{K}]^{-1}\{\mathbf{F}\}$:

$$\{\mathbf{r}\} = \begin{Bmatrix} u_c \\ w_c \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 42,9692 & 36,4584 \\ 36,4584 & 34,7218 \end{bmatrix} \cdot 10^{-9} \cdot \begin{Bmatrix} 131,735 \\ 30,3975 \end{Bmatrix} \cdot 10^3 = \begin{Bmatrix} 6,76879 \\ 5,85829 \end{Bmatrix} \cdot 10^{-3} [\text{m}]$$

5. koncové síly v globálním souřadnicovém systému (součet primárních $\{\bar{\mathbf{R}}_{ab}\}$ a sekundárních $\{\hat{\mathbf{R}}_{ab}\}$ účinků) a transformace sil do lokálního systému prutu

$$\{\mathbf{R}_{ab}\} = \{\bar{\mathbf{R}}_{ab}\} + \{\hat{\mathbf{R}}_{ab}\} = \{\bar{\mathbf{R}}_{ab}\} + [\mathbf{k}_{ab}]\{\mathbf{r}_{ab}\}$$

- prut a-b:

$$\begin{aligned} \{\mathbf{R}_{ab}\} &= \begin{Bmatrix} 50 \\ 0 \\ -50 \\ 0 \end{Bmatrix} \cdot 10^3 + \begin{bmatrix} 500 & 0 & -500 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -500 & 0 & 500 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \cdot 10^3 \\ &= \begin{Bmatrix} 50 \\ 0 \\ -50 \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{matrix} X_{ab} \\ Z_{ab} \\ X_{ba} \\ Z_{ba} \end{matrix} \cdot 10^3 [\text{N}] \\ \rightarrow \quad \{\mathbf{R}_{ab}^*\} &= \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{[\mathbf{T}_{ab}]} \{\mathbf{R}_{ab}\} = \begin{Bmatrix} 50 \\ 0 \\ -50 \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{matrix} X_{ab}^* \\ Z_{ab}^* \\ X_{ba}^* \\ Z_{ba}^* \end{matrix} \cdot 10^3 [\text{N}] \end{aligned}$$

- prut b-c:

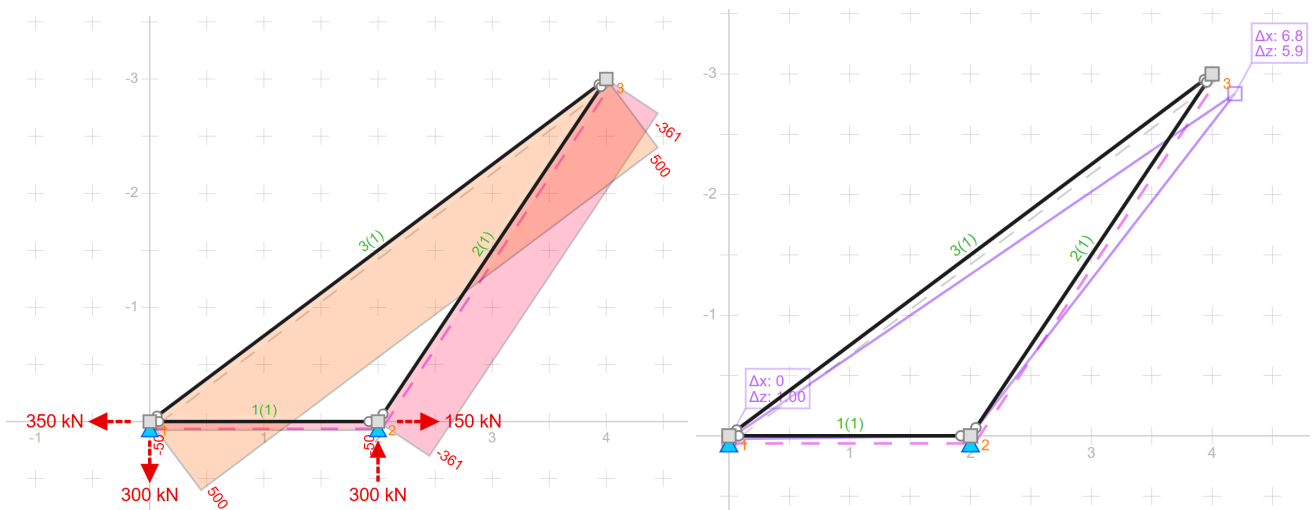
$$\begin{aligned} \{\mathbf{R}_{bc}\} &= \begin{Bmatrix} 27,7350 \\ -41,6025 \\ -27,7350 \\ 41,6025 \end{Bmatrix} \cdot 10^3 + \begin{bmatrix} 85,3385 & -128,008 & -85,3385 & 128,008 \\ -128,008 & 192,012 & 128,008 & -192,012 \\ -85,3385 & 128,008 & 85,3385 & -128,008 \\ 128,008 & -192,012 & -128,008 & 192,012 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 6,76879 \\ 5,85829 \end{Bmatrix} \cdot 10^3 \\ &= \begin{Bmatrix} 200 \\ -300 \\ -200 \\ 300 \end{Bmatrix} \begin{matrix} X_{bc} \\ Z_{bc} \\ X_{cb} \\ Z_{cb} \end{matrix} \cdot 10^3 [\text{N}] \\ \rightarrow \quad \{\mathbf{R}_{bc}^*\} &= \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{2}{\sqrt{13}} & -\frac{3}{\sqrt{13}} & 0 & 0 \\ \frac{3}{\sqrt{13}} & \frac{2}{\sqrt{13}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{\sqrt{13}} & -\frac{3}{\sqrt{13}} \\ 0 & 0 & \frac{3}{\sqrt{13}} & \frac{2}{\sqrt{13}} \end{bmatrix}}_{[\mathbf{T}_{bc}]} \{\mathbf{R}_{bc}\} = \begin{Bmatrix} 360,555 \\ 0 \\ -360,555 \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{matrix} X_{bc}^* \\ Z_{bc}^* \\ X_{cb}^* \\ Z_{cb}^* \end{matrix} \cdot 10^3 [\text{N}] \end{aligned}$$

- prut c-a:

$$\begin{aligned}
 \{\mathbf{R}_{ca}\} &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \cdot 10^3 + \begin{bmatrix} 128 & -96 & -128 & 96 \\ -96 & 72 & 96 & -72 \\ -128 & 96 & 128 & -96 \\ 96 & -72 & -96 & 72 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 6,76879 \\ 5,85829 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \cdot 10^3 \\
 &= \begin{Bmatrix} 400 \\ -300 \\ -400 \\ 300 \end{Bmatrix} \begin{matrix} X_{ca} \\ Z_{ca} \\ X_{ac} \\ Z_{ac} \end{matrix} \cdot 10^3 \text{ [N]} \\
 \rightarrow \{\mathbf{R}_{ca}^*\} &= \underbrace{\begin{bmatrix} -0,8 & 0,6 & 0 & 0 \\ -0,6 & -0,8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,8 & 0,6 \\ 0 & 0 & -0,6 & -0,8 \end{bmatrix}}_{[\mathbf{T}_{ca}]} \{\mathbf{R}_{ca}\} = \begin{Bmatrix} -500 \\ 0 \\ 500 \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{matrix} X_{ca}^* \\ Z_{ca}^* \\ X_{ac}^* \\ Z_{ac}^* \end{matrix} \cdot 10^3 \text{ [N]}
 \end{aligned}$$

6. kontrola rovnováhy na prutech a ve styčnicích, dopočet vnitřních sil a reakcí:

- $N_1 = -50 \text{ kN}$ (tlak)
- $N_2 = -360,555 \text{ kN}$ (tlak),
- $N_3 = 500 \text{ kN}$ (tah),
- $X_a = R_{ax} = -350 \text{ kN}$ (v GSS)
- $Z_a = R_{az} = 300 \text{ kN}$ (v GSS)
- $X_b = R_{bx} = 150 \text{ kN}$ (v GSS)
- $Z_b = R_{bz} = -300 \text{ kN}$ (v GSS)



Obrázek 3: STRIAN – průběhy normálových sil (vlevo), deformovaná konstrukce (vpravo)