VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
FAKULTA STAVEBNÍ

Pružnost a pevnost

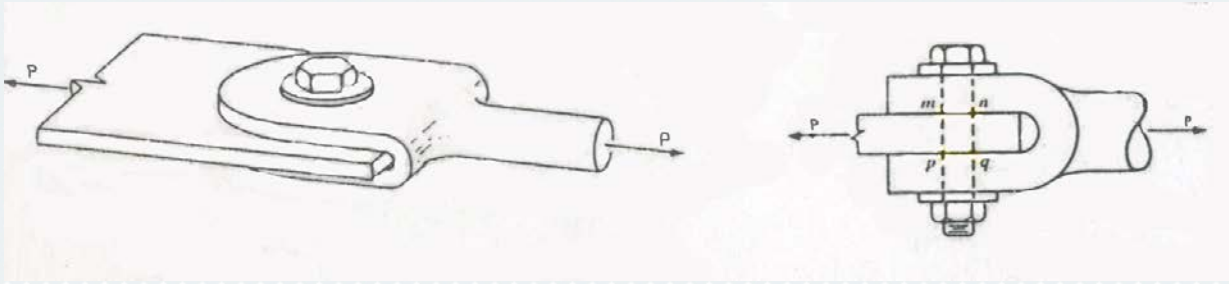
Přednášející: Doc. Ing. Lukáš Novák, Ph.D.

Autoři: Drahomír Novák, Lukáš Novák

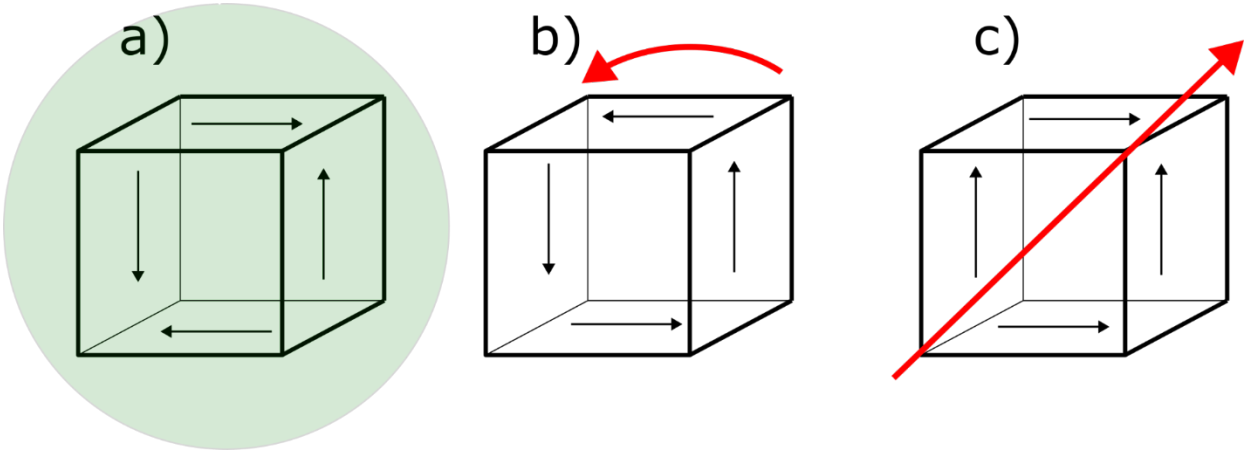
Ústav stavební mechaniky

Prostý smyk

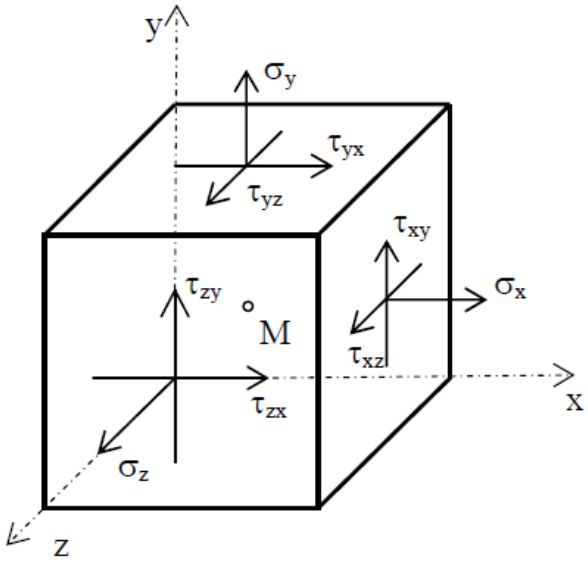
- prostému smyku odpovídá stav, kdy v každém průřezu působí **jen posouvající síla** a ostatní složky jsou nulové
- takový stav **prakticky neexistuje**, vždy spolu se smykem je nosník namáhán na ohyb – tzv. **smyk za ohybu**
- technické výpočty – za prostý smyk označujeme takové případy namáhání, při nichž výrazně převažuje vliv smyku nad tahem či ohybem
- k porušení dojde vzájemným **usmyknutím (ustřihnutím)** v určité ploše



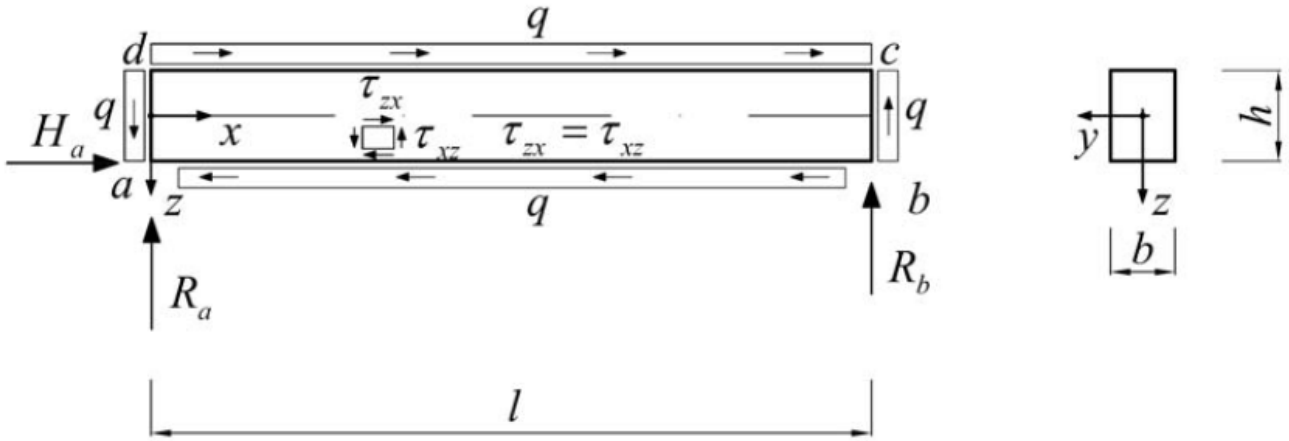
Opakování: tenzor napětí



$$[A_\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$



Prostý smyk



v každém bodě tělesa existuje taková napjatost, že jedinými nenulovými složkami tenzoru napětí jsou smykové napětí

$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \tau$ konstantní v celém tělese

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} 0 & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{yx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & 0 \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

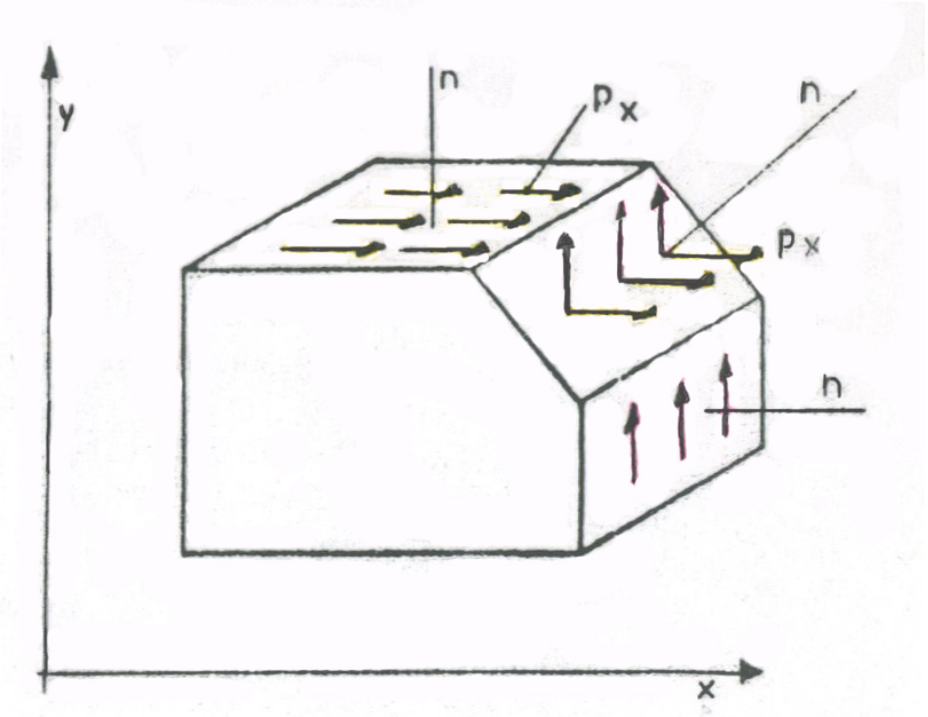
Prostý smyk

Vzhledem k tomu, že složky tenzoru napětí a deformace jsou konstantní, pak jsou splněny diferenciální rovnice rovnováhy a rovnice kompatibility, takže uvedený stav v tělese je teoreticky možný, když na jeho povrchu působí zatížení.

$$\{p\} = [\sigma]^T\{n\}$$
$$p_x = \tau_{yx}\cos(n,y)$$
$$p_y = \tau_{xy}\cos(n,x)$$

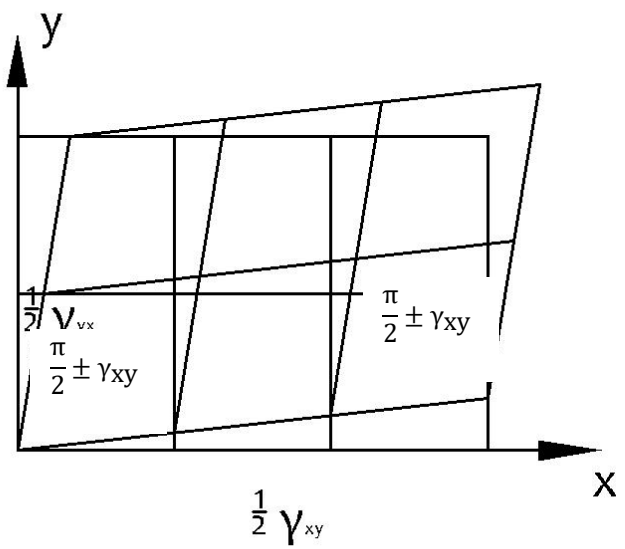
Analogicky případy prostého smyku pro

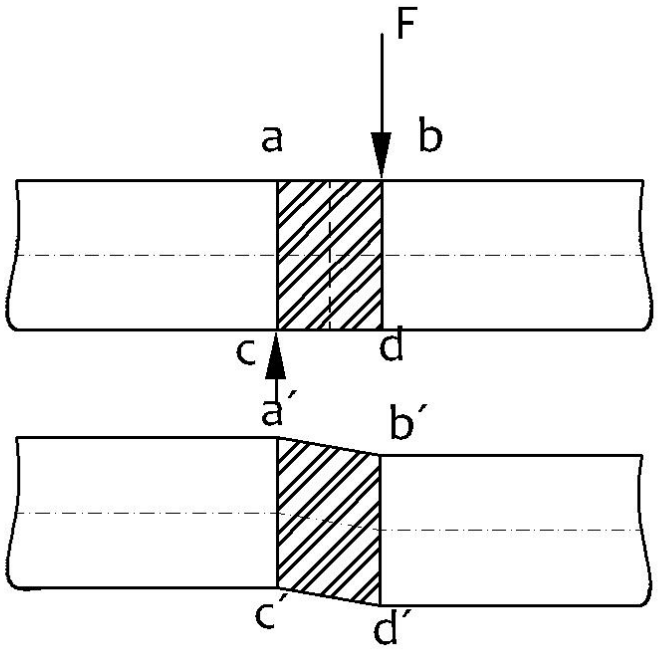
$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \text{const.}$$
$$\tau_{zx} = \tau_{xz} \neq \text{const.}$$



Přemístění bodů tělesa při prostém smyku

1. body ležící v libovolné rovině z= const. zůstanou i po deformaci v této rovině
2. všechny roviny x = const., které byly původně kolmé zůstanou i po deformaci rovinami a svírají mezi sebou úhly





Výpočet smykového napětí

- Deformace, která předchází střihu, spočívá v tom, že se skosí původně pravé úhly elementárního obdélníku.
- Přibližně platí, že skos všech elementů je stejný, proto i smykové napětí $\tau = G \cdot \gamma$ je v celém průřezu konstantní.

$$\tau = \frac{T}{A}$$

T=F je posouvající síla (v příčných průřezech skosené oblasti)

A je plocha, v níž by muselo dojít k usmyknutí.

- **POZOR: Vztah nevyjadřuje skutečné rozdělení napětí v pružném stavu!!**

Výpočet smykového napětí

- Odpovídá spíše **meznímu stavu prvku v okamžiku porušení,** kdy dojde k určitému vyrovnání napětí.
- Tento přibližný způsob lze připustit, neboť napětí se srovnává s hodnotami výpočtového namáhání – odvozeno za týchž předpokladů ze zkoušek.

$$\tau = \frac{T}{A}$$

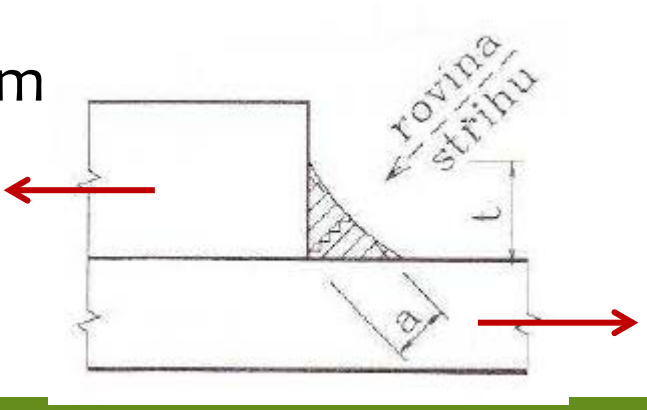
Namáhání v otlačení

- při výpočtu spojovacích prostředků
- v těch polohách, kde části na sebe dosedají a kde by mohlo dojít k nadměrné deformaci **(spěchování)**, jež spoj znehodnocuje
- zjednodušeně – **rovnoměrně** rozdělené normálové napětí v otlačení

$$\sigma_0 = \frac{T}{A_0}$$

A_0…přitlačovaná plocha

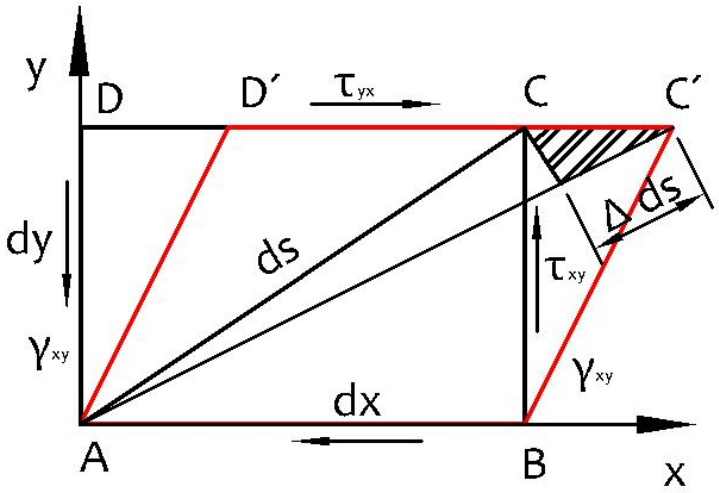
- napětí působí vzájemně mezi spojovacím prvkem a spojovanou částí konstrukce
- praktické užití: nýtové spoje, svařené plechy koutovými svary

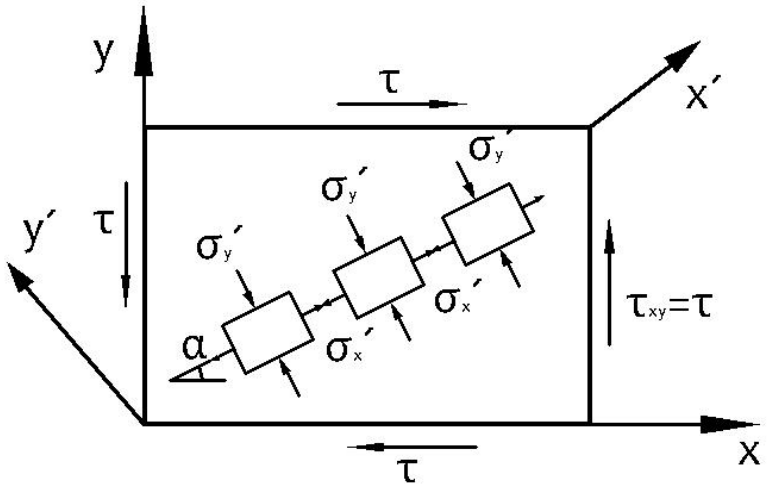


Vztah mezi E, μ a G

Modul pružnosti ve smyku **G** je možné určit **experimentálně** jako podíl zvoleného smykového napětí a jím způsobeného skosení. Pro izotropní látky i **teoreticky.**

Element dx, dy, dz





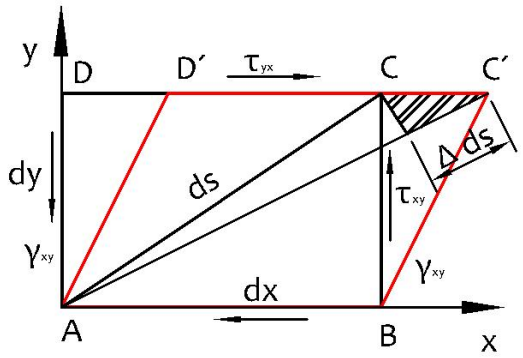
Vztah mezi E, μ a G

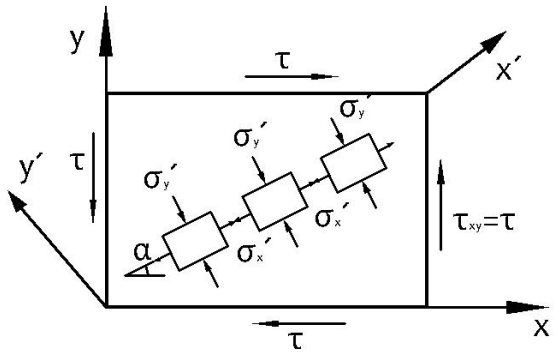
úhel skosení $\gamma = \overline{cc'}/dy$

modul pružnosti ve smyku $G = \tau/\gamma = \frac{\tau dy}{\overline{cc'}}$

posunutí $\overline{cc'} = \frac{\Delta ds}{\cos\alpha}$

poměrná změna délky úhlopříčky $\varepsilon'_x = \frac{\Delta ds}{ds} = \frac{1}{E}\left(\sigma_{x'} - \mu\sigma_{y'}\right)$





Vztah mezi E, μ a G

$\sigma_{x'}$, $\sigma_{y'}$ vyjádříme pomocí τ

$$\sigma_{x'} = \tau \cdot \sin 2\alpha \quad \sigma_{y'} = -\tau \cdot \sin 2\alpha$$

$$\frac{\Delta ds}{ds} = \frac{\tau}{E}(\sin 2\alpha + \mu \sin 2\alpha) = \frac{\tau}{E}(1+\mu) \cdot \sin 2\alpha$$

$$G = \frac{\tau \; dy \cdot \cos\alpha}{\Delta ds} = \frac{E\tau dy \cdot \cos\alpha}{ds \cdot \tau(1+\mu) \cdot \sin 2\alpha}$$

$$dy = ds \cdot \sin\alpha \quad \Rightarrow$$

$$\sin 2\alpha = 2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$\boxed{G = \frac{E}{2(1+\mu)}}$$

Spoje namáhané na střih

Nýtové a šroubové spoje

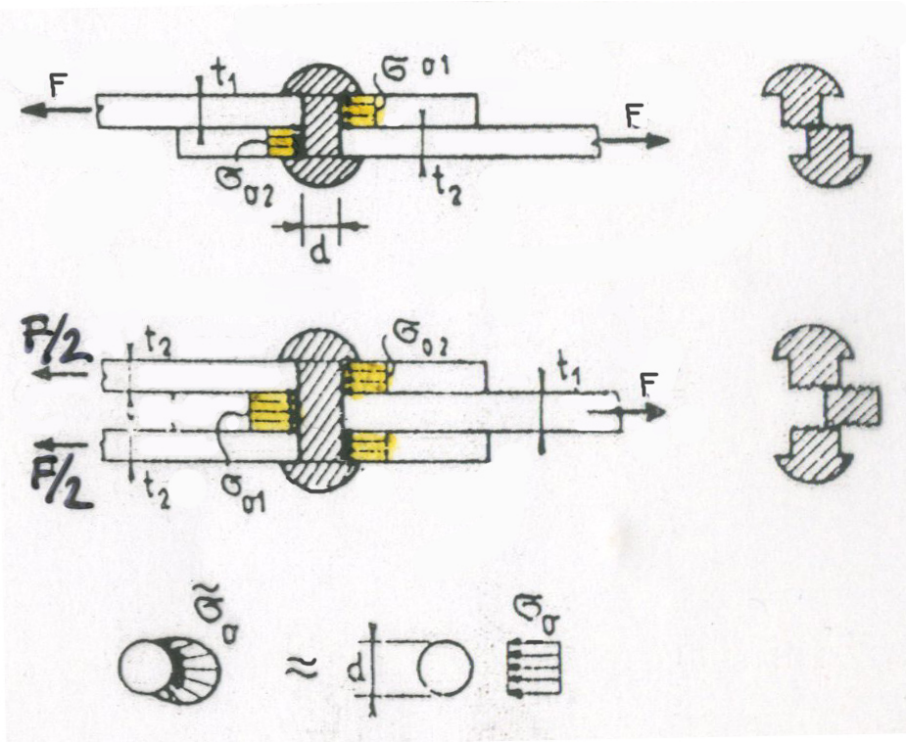
Podle počtu ploch, v nichž by se musel nýt ustřihnout:

jednoststřižné

dvojstřižné

obecně i-střižné

Únosnost jednoho i-střižného nýtu na smyk



$$N_s = i \cdot A \cdot R_s$$

R_s ... výpočtové namáhání nýtu ve smyku

Spoje namáhané na střih

Únosnost jednoho nýtu v otlačení

$$N_0 = d \sum t \cdot R_0$$

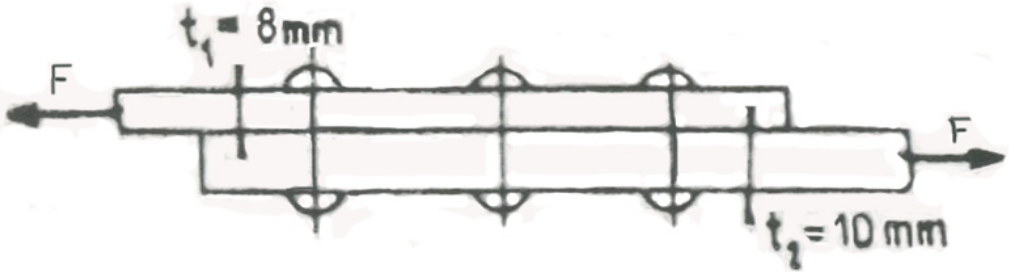
U tažených spojů se tahová síla rozděluje na jednotlivé síly přibližně rovnoměrně

n... počet nýtů

$$n \cdot N_s \geq F \quad n \cdot N_0 \geq F$$

Příklad – Posouzení spojení přeplátováním dvou plechů

$F = 160\text{kN}$ 3nýty Ø21 mm
$R_s = 16\text{kN/cm}^2$ $R_0 = 38\text{kN/cm}^2$

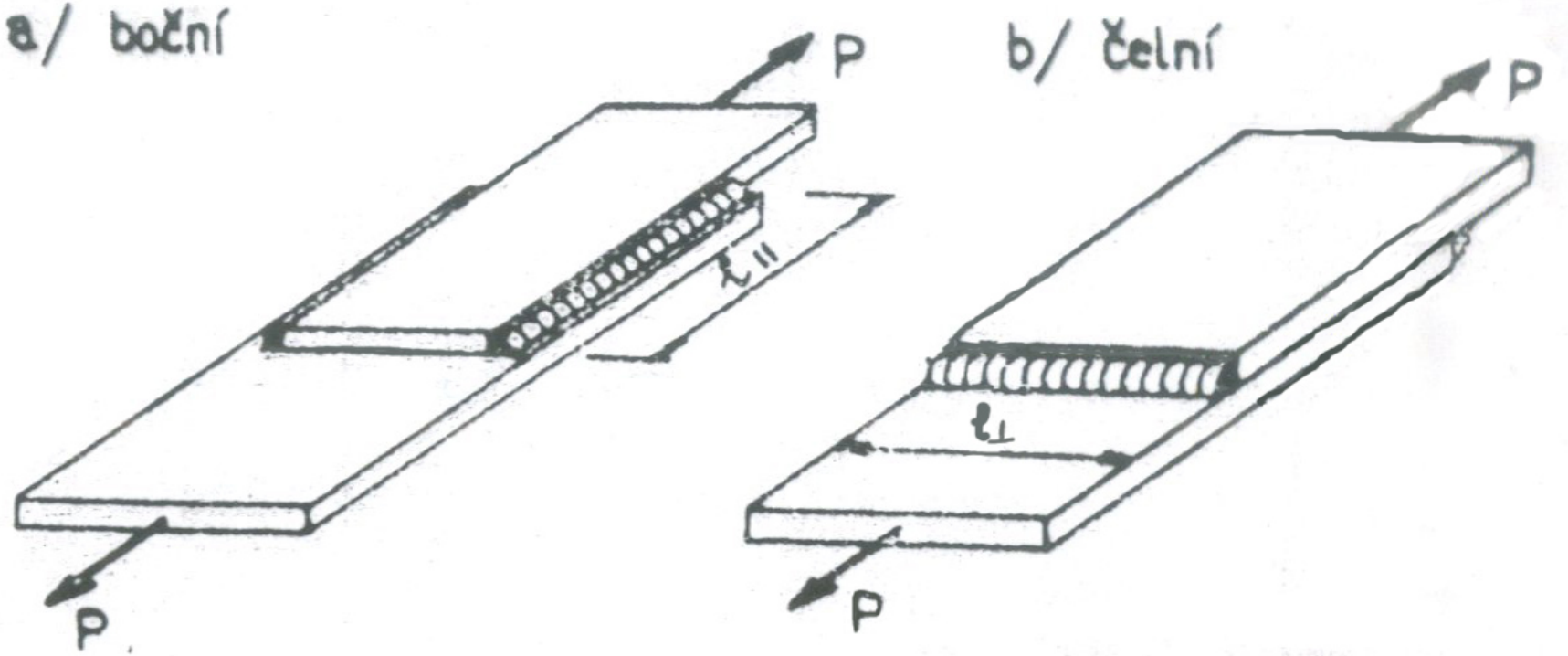


$$N_s = i\frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot R_s = 1\frac{\pi \cdot 2{,}1^2}{4}16 = 55{,}4\text{kN}$$

$$\sum t = t_{min} = 0{,}8\text{cm} \quad N_0 = d\sum t \cdot R_0 = 2{,}1 \cdot 0{,}8 \cdot 38 = 63{,}8\text{kN}$$

$$n \cdot N_s = 3 \cdot 55{,}4 = 165{,}9\text{kN} > 160\text{kN}$$

Koutové svary



Koutové svary

výpočtová namáhání rozdílná pro boční a čelní svary

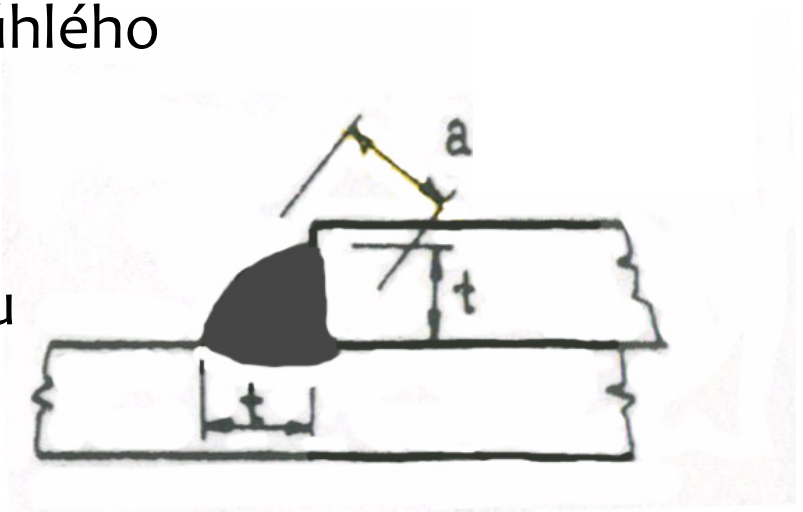
$$R_{S,180^\circ} = 0{,}65R_s \quad R_{S,90^\circ} = 0{,}75R_s$$

kde R_s je základní výpočtové namáhání.

Účinná plocha A_s na níž dojde k porušení: součin délky svaru a **tzv. účinného rozměru a=(0,7- 1)t**

t... tloušťka svaru, tj. odvěsna pravoúhlého rovnoramenného trojúhelníka vepsaného do řezu svarem

a... závisí na technologickém postupu svařování



Koutové svary

Únosnost svaru

$$N_{180^\circ} = A_{s,180^\circ} \cdot R_{s,180^\circ} = \sum l_{180^\circ} \cdot 0{,}7t \cdot R_{s,180^\circ}$$

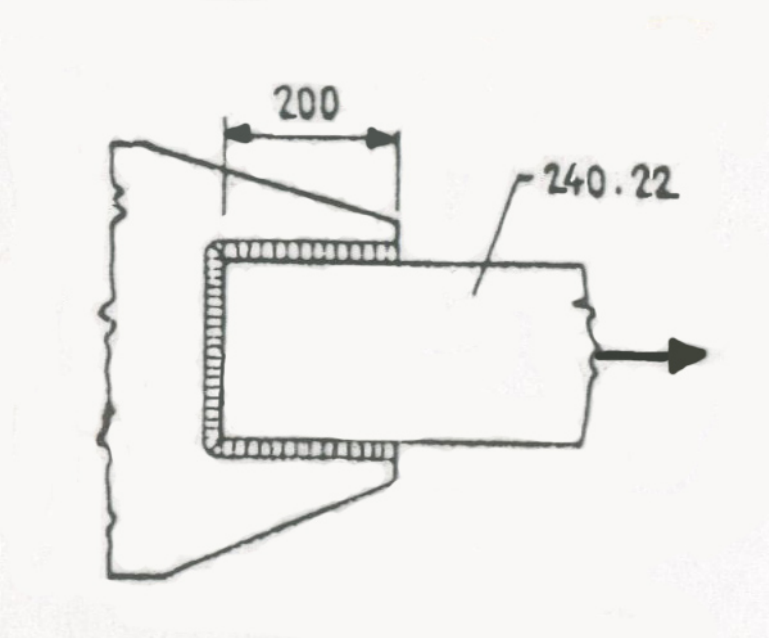
$$N_{90^\circ} = A_{s,90^\circ} \cdot R_{s,90^\circ} = \sum l_{90^\circ} \cdot 0{,}7t \cdot R_{s,90^\circ}$$

Celková únosnost přípoje, kde je jak svar boční tak svar čelní

$$N = N_{180^\circ} + N_{90^\circ}$$

Norma pro navrhování ocelových konstrukcí

Příklad – Přivaření koutovým svarem



$t = 1{,}6\ \text{cm} \quad R_{s,180^\circ} = 13{,}5 \quad \text{kN/cm}^2$

$F = 1000\ \text{kN} \quad R_{s,90^\circ} = 16{,}0 \quad \text{kN/cm}^2$

$$N_{180^\circ} = \sum l_{180^\circ} \cdot\ 0{,}7t\ \cdot R_{s,180^\circ} =$$

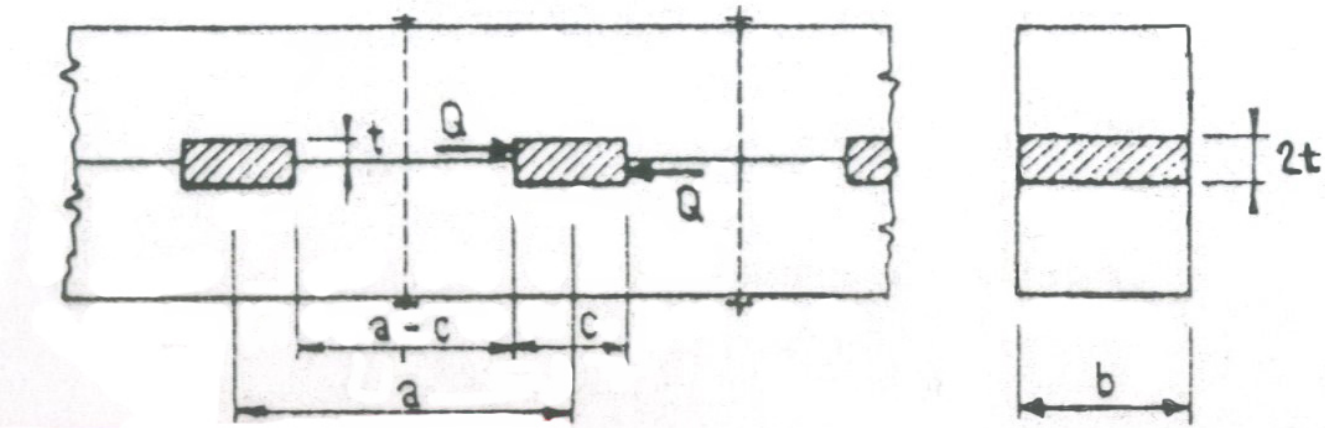
$$= 2 \cdot 20 \cdot 0{,}7 \cdot 1{,}6 \cdot 13{,}5 = 605\ \text{kN}$$

$$N_{90^\circ} = \sum l_{90^\circ} \cdot\ 0{,}7t\ \cdot R_{s,90^\circ} =$$

$$= 24 \cdot 0{,}7 \cdot 1{,}6 \cdot 16 = 430\ \text{kN}$$

$$N = N_{180^\circ} + N_{90^\circ} = 605 + 430 = 1035 \geq 1000\ \text{kN}$$

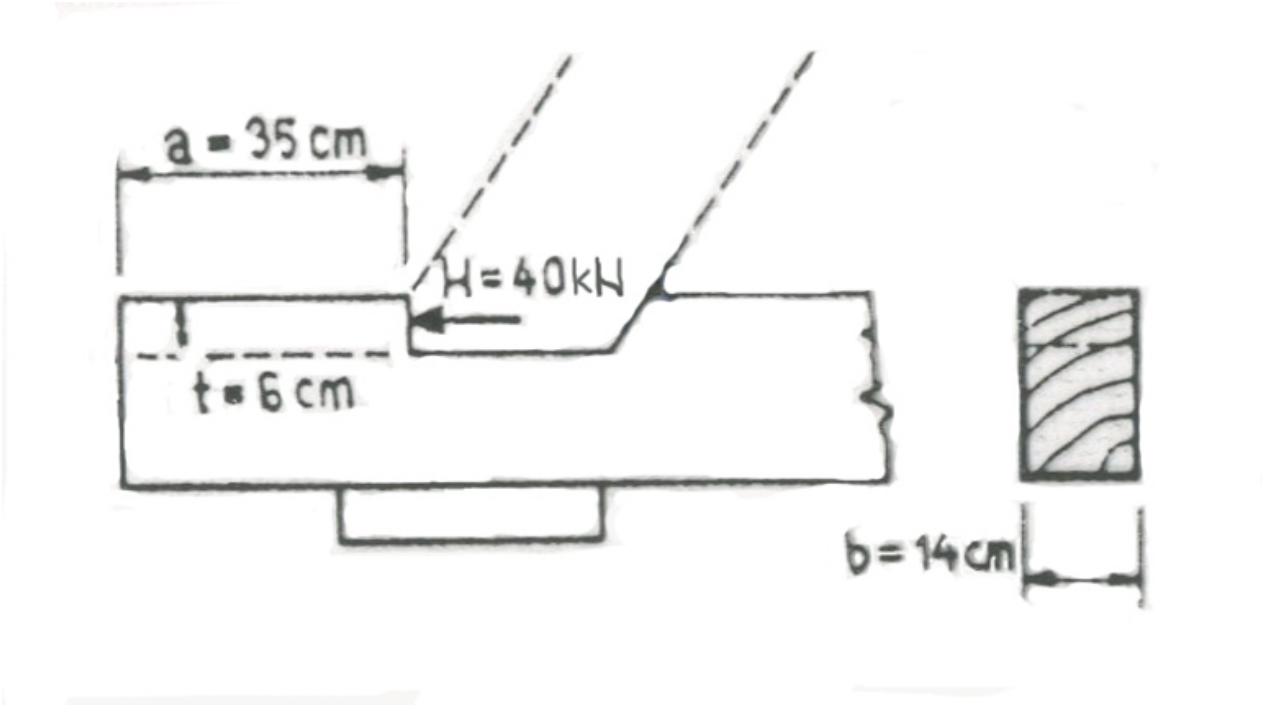
Spoje dřevěných konstrukcí namáhané prostým smykem



$$\tau = \frac{Q}{A_s} = \frac{Q}{b \cdot c}$$

$$\sigma_0 = \frac{Q}{A_0} = \frac{Q}{b \cdot t}$$

Příklad – Zhlaví vodorovného trámu



$$H = 40 \text{ kN}$$

$$\tau = \frac{H}{a \cdot b} = \frac{40}{35 \cdot 14} = 0{,}082 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_0 = \frac{H}{b \cdot t} = \frac{40}{14 \cdot 6} = 0{,}477 \text{ kN/cm}^2$$