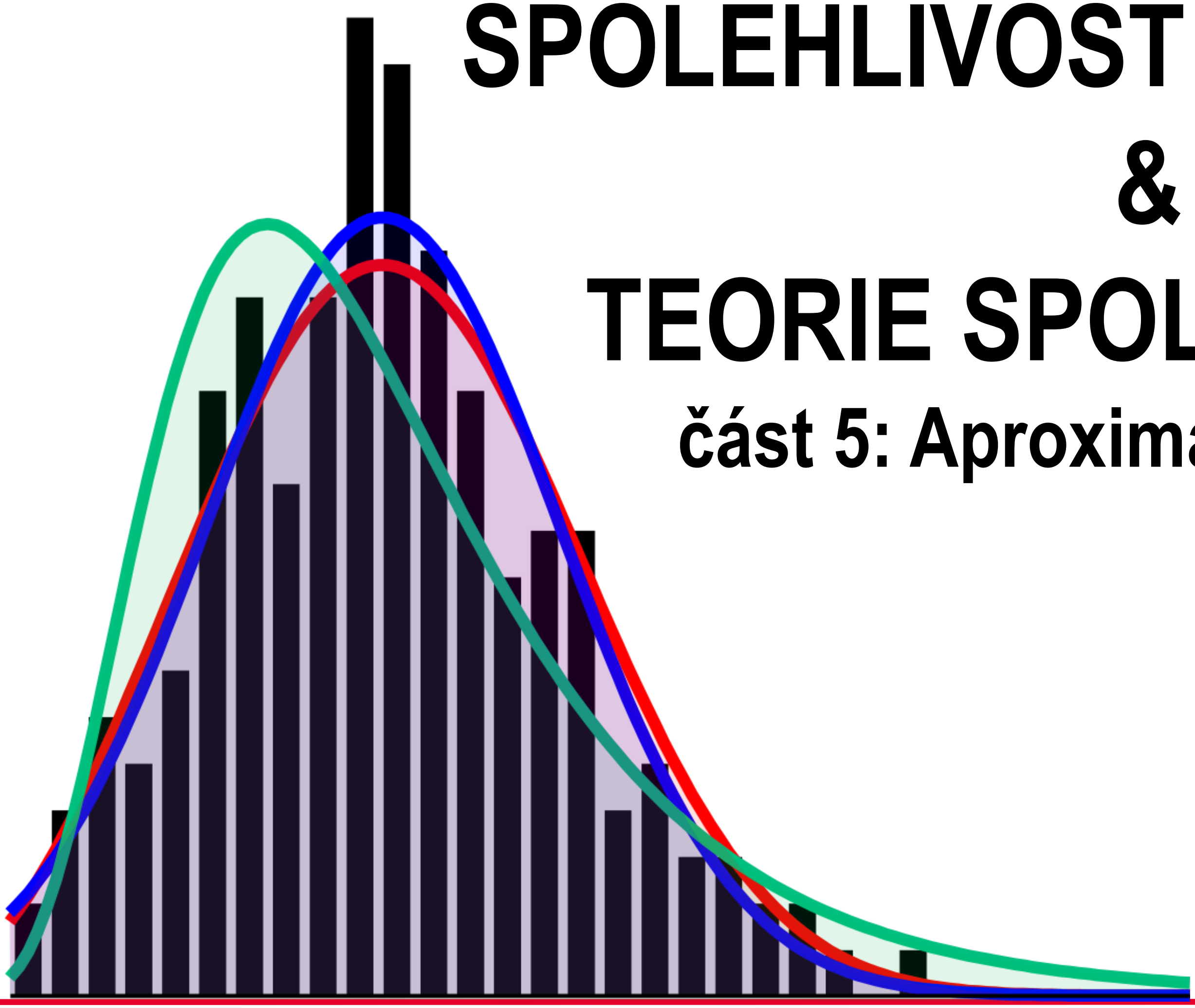
SPOLEHLIVOST KONSTRUKCÍ
&
TEORIE SPOLEHLIVOSTI
část 5: Aproximační techniky



Drahomír Novák
Jan Eliáš

část 5
Aproximační techniky

Odhad rozdělení

–simulace metodou MC vrací statistickou množinu hodnot rezervy spolehlivosti

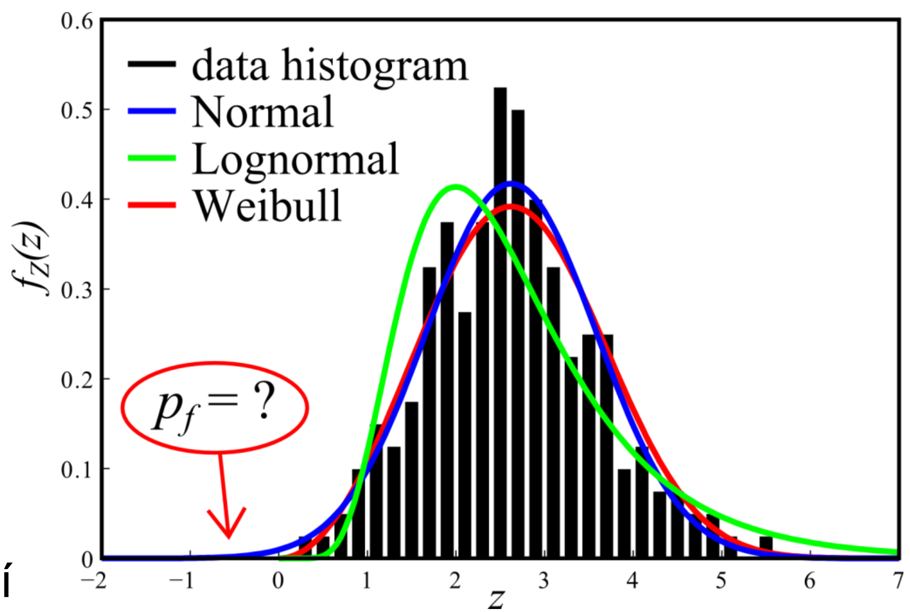
–často potřebujeme stanovit nejvhodnější typ pdf

–statistické testy: Kolmogorov Smirnov, Chi-square test

–fungují celkem dobře pro rozdělení zvonovitého tvaru

–problémy: nedostatečná databáze typů rozdělení, pdf nezvonovitého tvaru!

$$\boxed{p_f = \Phi_{fitted}(0)}$$

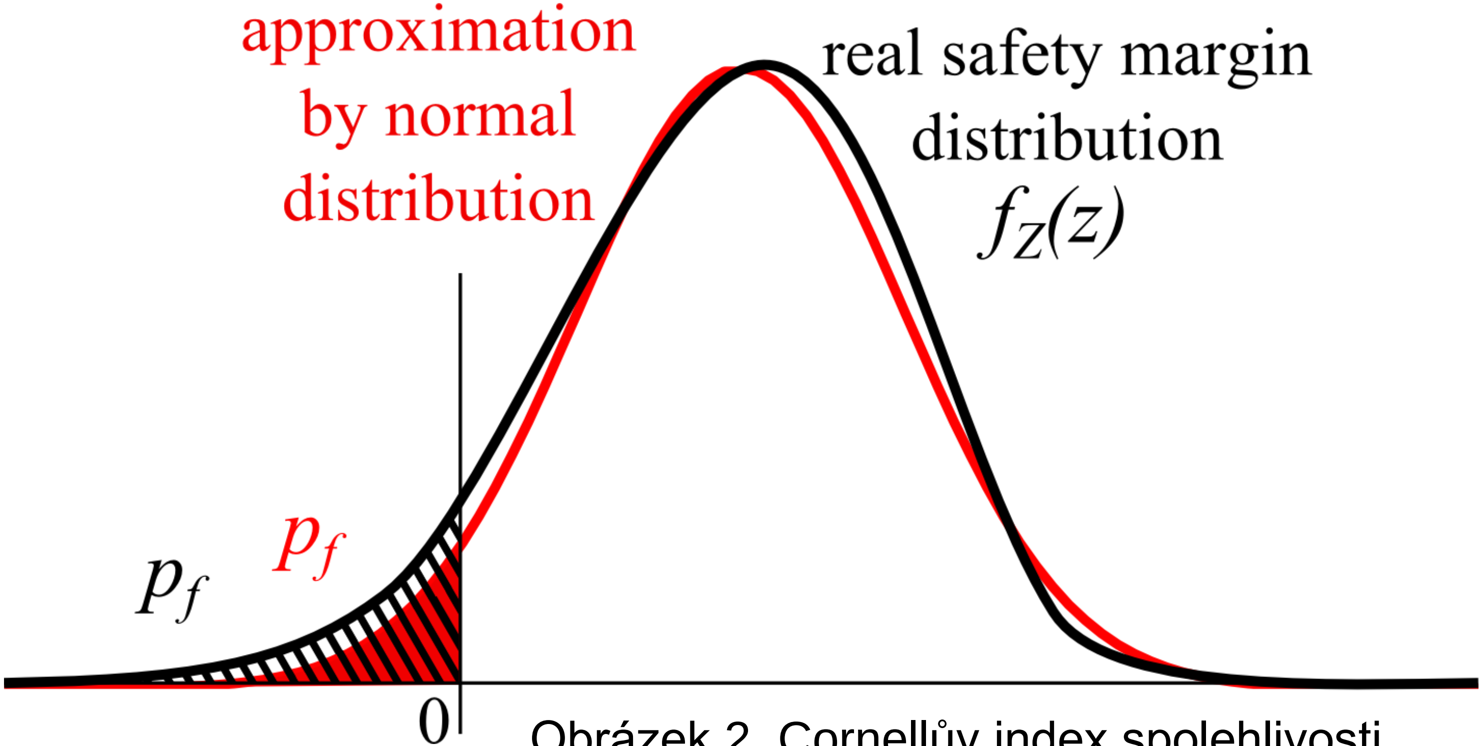


Obrázek 1. Odhad rozdělení

Cornellův index spolehlivosti

–aproximace je založena na předpokladu, že rezerva spolehlivosti Z je normálně rozdělena

–potřebujeme střední hodnotu μ_Z a směrodatnou odchylku σ_Z rezervy spolehlivosti



Obrázek 2. Cornellův index spolehlivosti

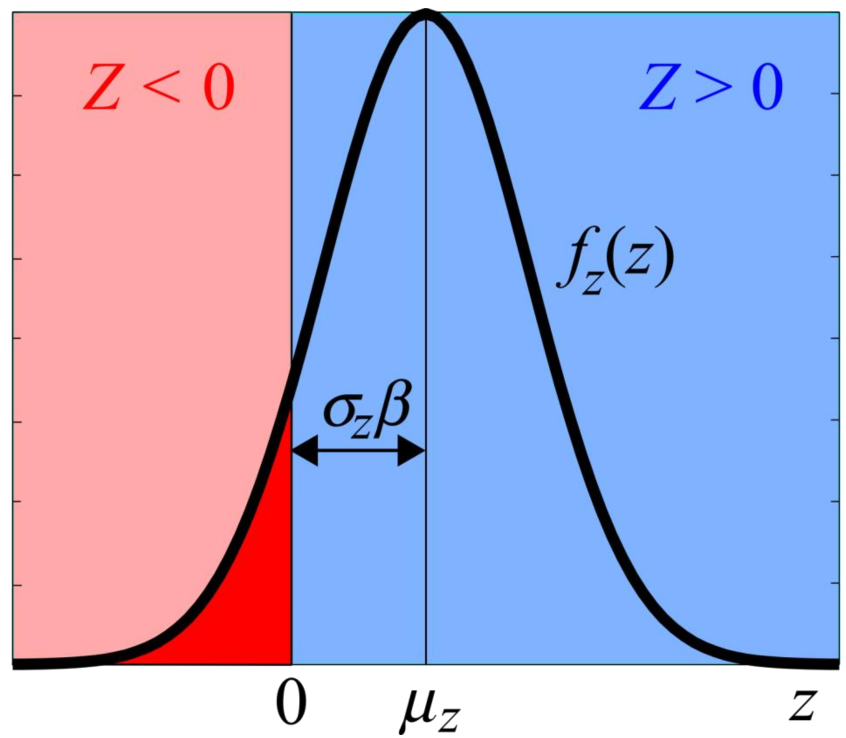
Cornellův index spolehlivosti

–index samotný je vzdálenost (se znaménkem) střední hodnoty μ_Z od nuly v jednotkách směrodatné odchylky σ_Z

$$\boxed{\beta_c = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z}}$$

– pravděpodobnost poruchy je pak aproximována (za před-pokladu normálně rozdělené rezervy spolehlivosti) jako

$$\boxed{p_f = \Phi(-\beta_c)}$$



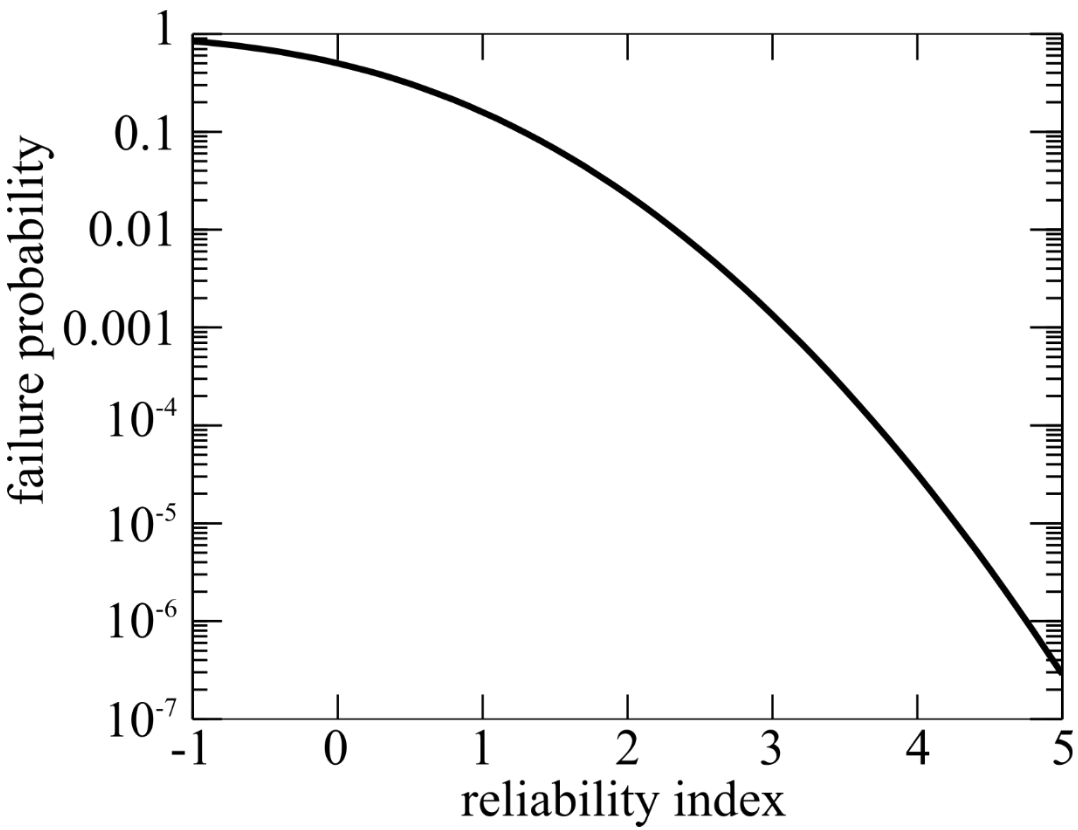
Obrázek 3. Cornellův index spolehlivosti

Proč index spolehlivosti?

–jednoduše zapamatovatelný, méně chyb při čtení desetinných míst, obsažen v normách …

Tabulka 1. Pravděpodobnosti poruchy odpovídající indexům spolehlivosti

β_c	p_f
1	0.159
2	0.0228
3	0.0013
4	0.000032
5	0.00000029



Obrázek 4. Index spolehlivosti vs. pravděpodobnost poruchy

Nevýhody Cornellova indexu

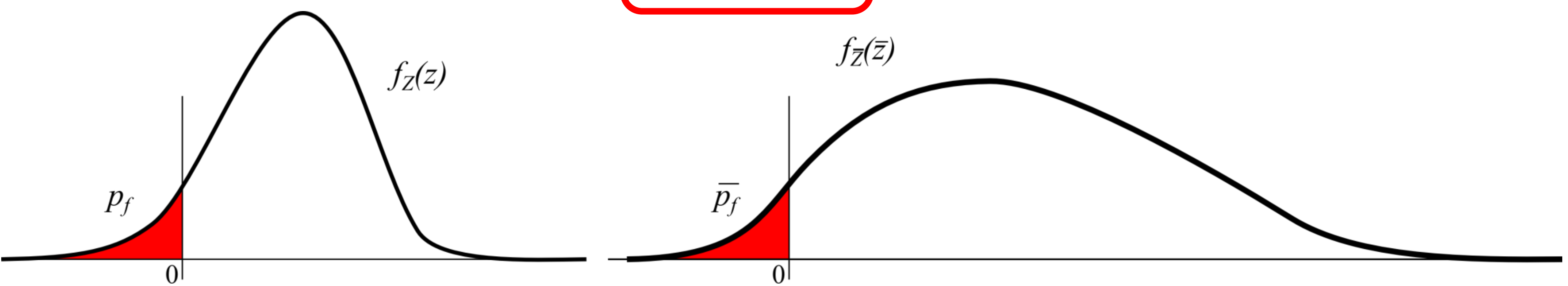
–velké chyby pokud je rozdělení rezervy spolehlivosti velmi odlišné od normálního rozdělení

–výsledek závislý na volbě formulace rezervy spolehlivosti

$$Z = R - E < 0 \Leftrightarrow \overline{Z} = 1 - \frac{R}{E} < 0$$

$$p_f = \overline{p_f}$$

$$\boxed{\beta_c \neq \overline{\beta_c}}$$



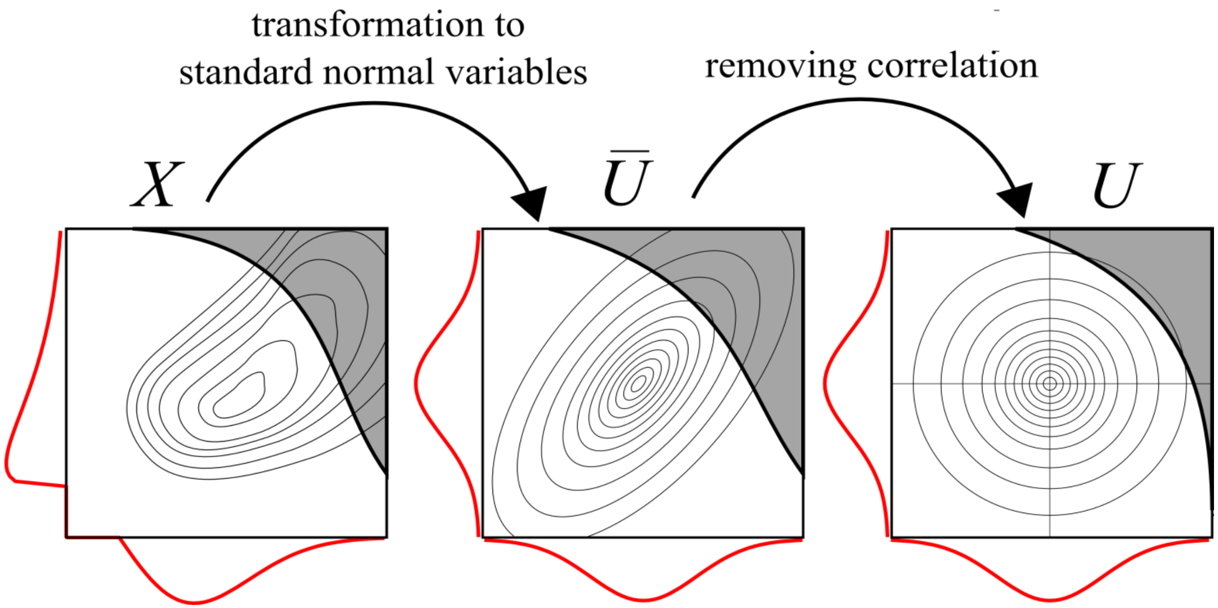
Obrázek 5. rozdíl v Cornellových indexech spolehlivosti

Hasofer-Lind index (FORM)

– odstraňuje nevýhody Cornellova indexu (ale má jiné)

– obsahuje tři kroky

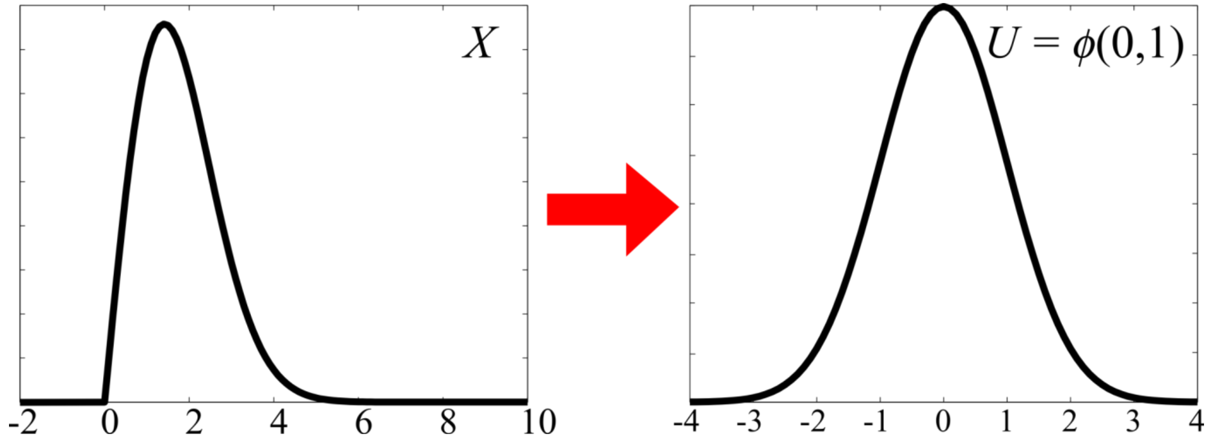
- transformace všech veličin na standardní normální veličiny
- odstranění korelace
- hledání návrhového bodu a aproximace hranice poruchy těčnou v návrhovém bodě



Obrázek 6. kroky metody FORM

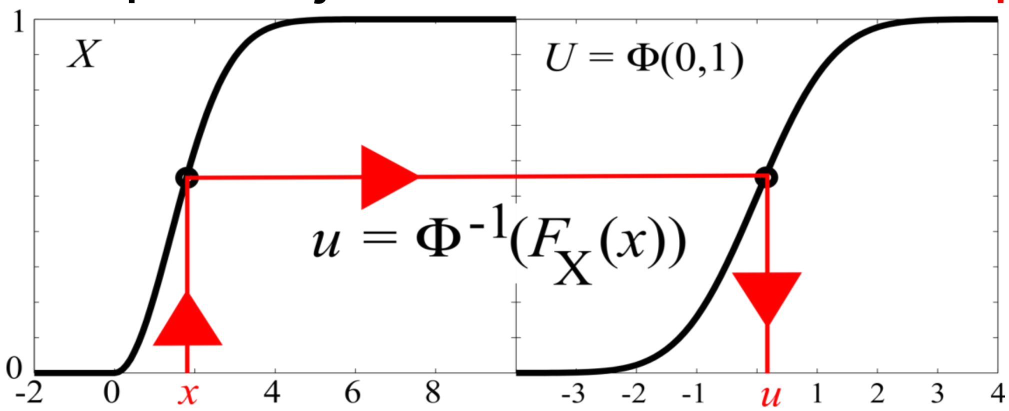
Pravděpodobnostní tranformace

– obecně existuje nekonečně mnoho bijektivních transformací



Obrázek 7. Transformace $\boldsymbol{X}$ na standardní normální veličinu $\boldsymbol{U}$

– avšak pouze jedna, která zachovává pravděpodobnost

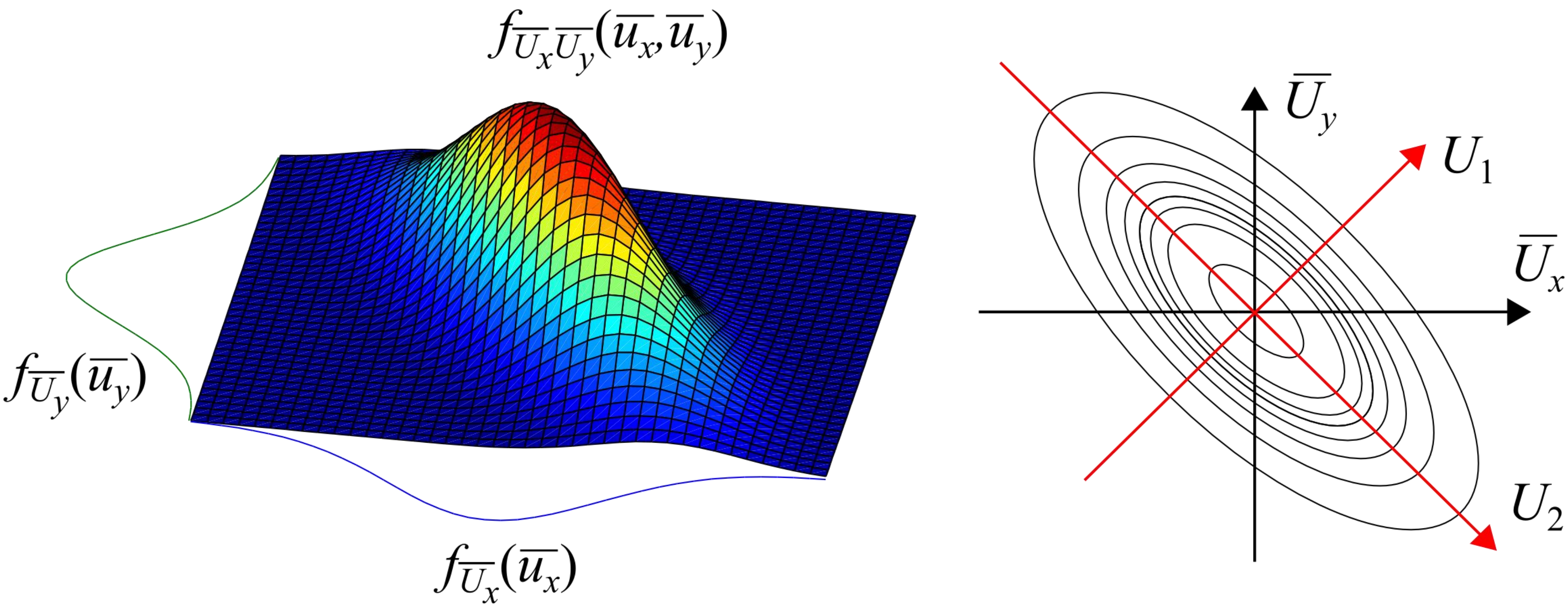


Obrázek 8. Iso-pravděpodobnostní transformace $\boldsymbol{X}$ na standardní normální veličinu $\boldsymbol{U}$

Odstranění korelace

–například rozkladem korelační matice do vlastních vektorů

–nezávislé veličiny jsou pak ve směrech vlastních vektorů

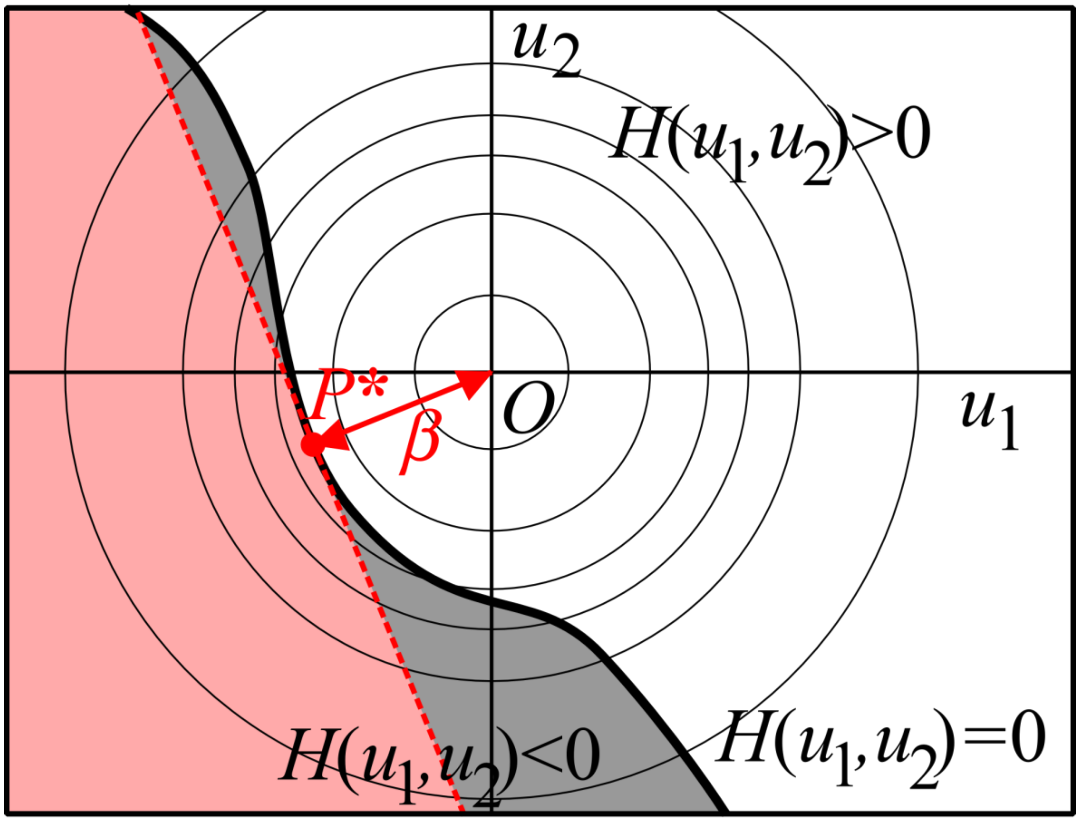


Obrázek 9. Rozklad korelovaných veličin na nekorelované

FORM: Návrhový bod a tečna

–transformace $\mathbf{X} \rightarrow \boldsymbol{U}$ & transformace $G(\boldsymbol{X})$ na $H(\boldsymbol{U})$

–návrhový bod P^* je bod na hranici poruchy $H(\boldsymbol{U}) = 0$ s nejkratší vzdáleností β k počástku soustavy souřadnic



Obrázek 10. FORM

– hranice poruchy je pak nahrazena tečnou v návrhovém bodě

– a spolehlivostní integrál vede na

$$\boxed{p_f = \Phi(-\beta)}$$

FORM

–Index spolehlivosti – nejkratší spojnice z hranice poruchy k počátku

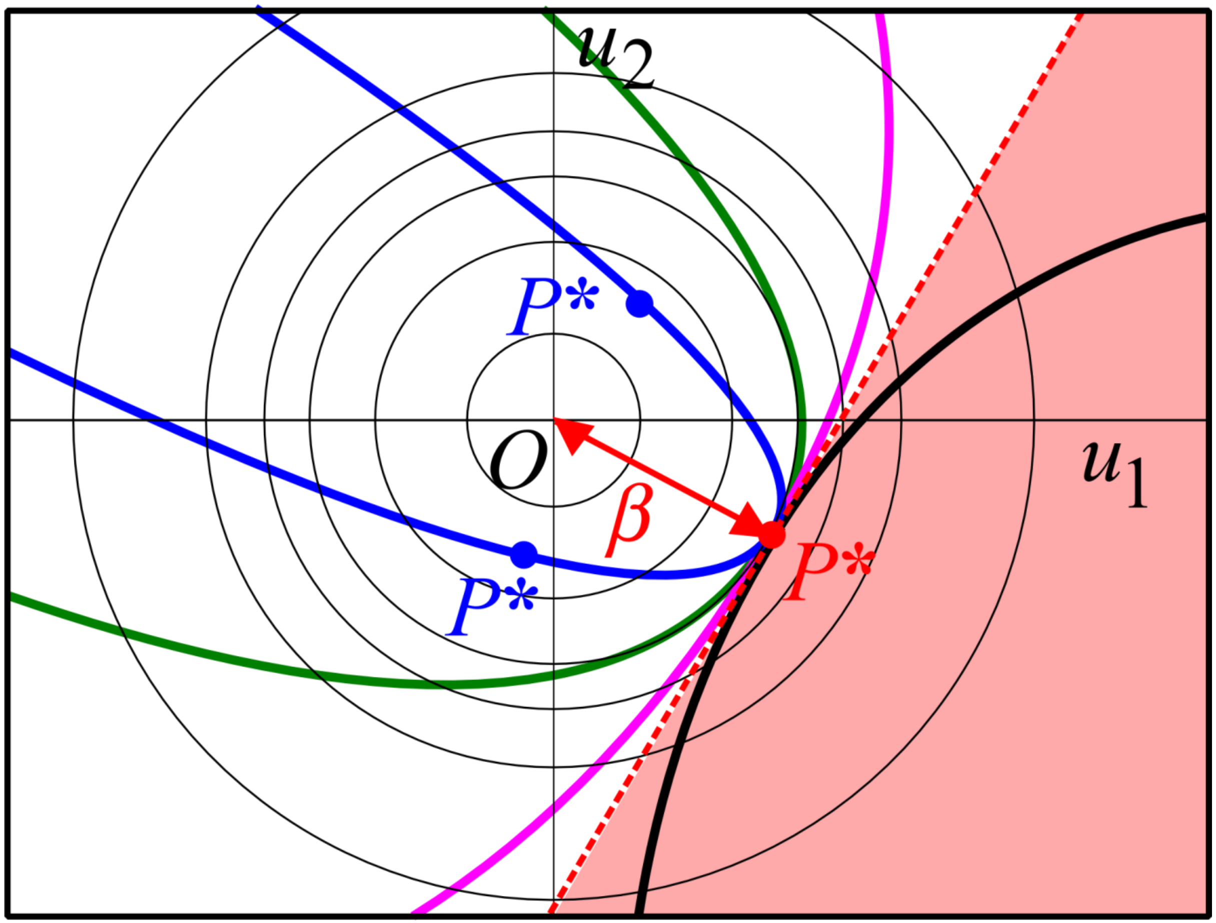
–nejprve je nutné najít návrhový bod P^*

–optimalizační problém: optimalizace v mnohodimenzionálním prostoru náhodných veličin, lokální a globální minimum, nelinearita, ...

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{minimalizace } \beta = \sqrt{u^T u} \\ \text{za podmínky } g(u) = 0,\end{array}}$$

FORM nevýhody

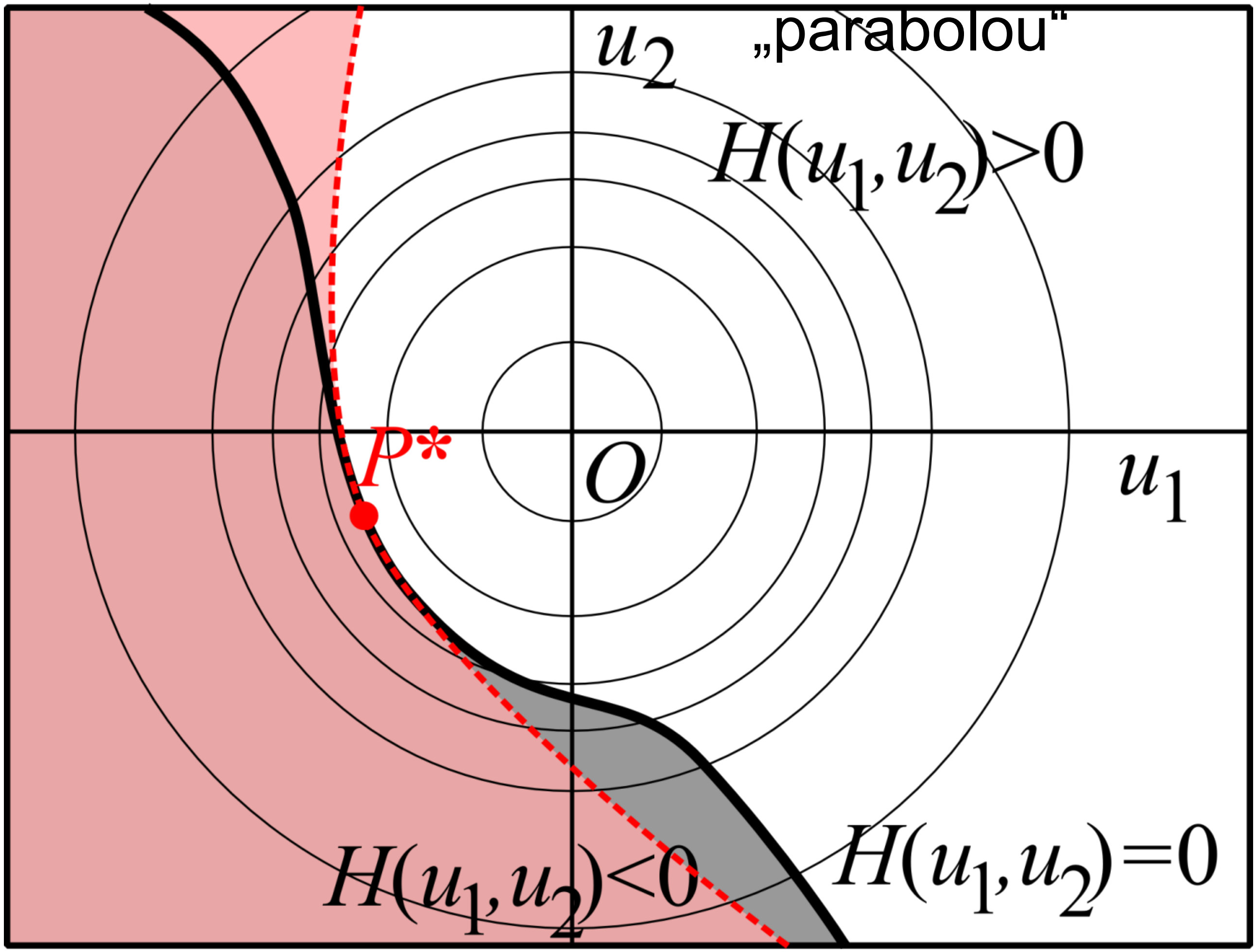
– vysoká křivost hranice poruchy, více návrhových bodů, …



Obrázek 11. FORM nevýhody

Spolehlivostní metoda druhého řádu

–SORM = nahrazení hranice poruchy v návrhovém bodě „parabolou"

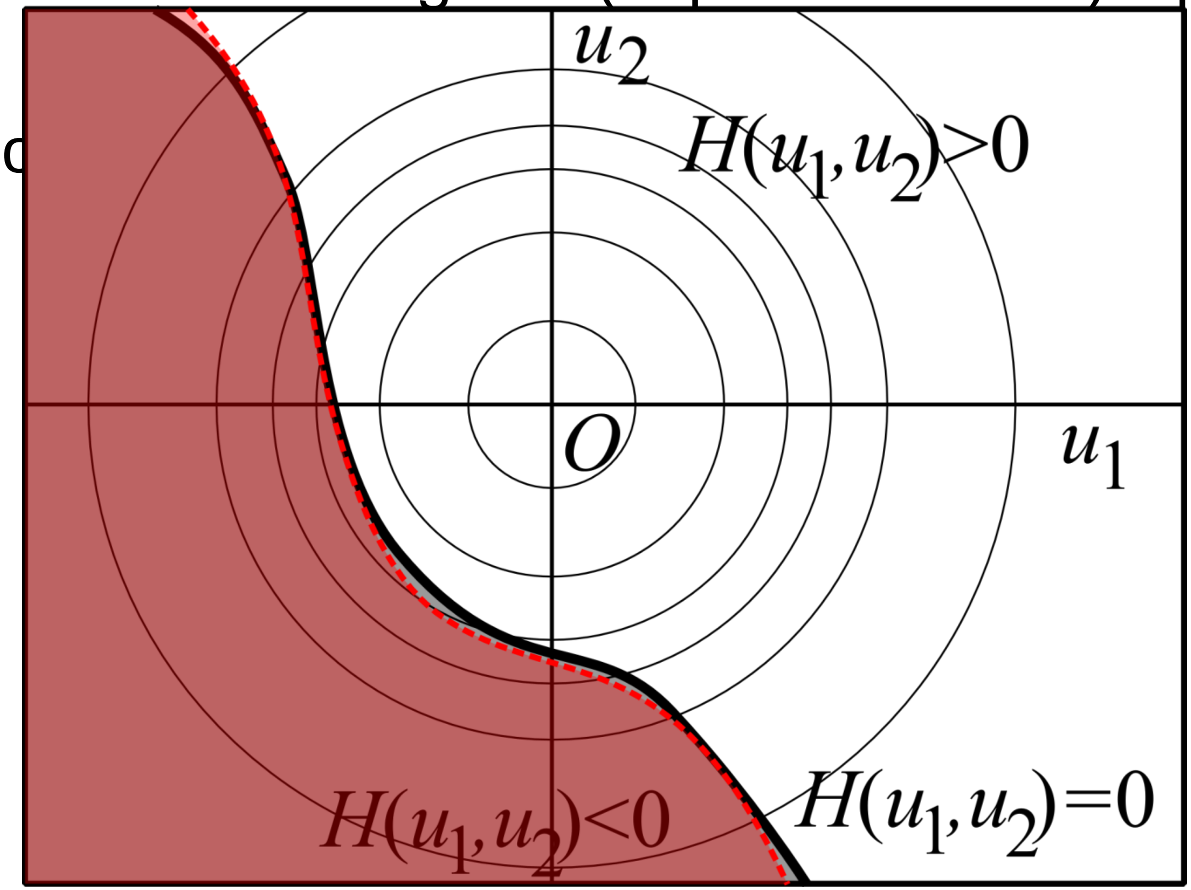


Obrázek 12. SORM

Metoda plochy odezvy

–aproximace hranice poruchy pomocí např. polynomu

–numerická integrace (např. MC či LHS) s použitím přibližné hranice po



Obrázek 13. Metoda plochy odezvy

Metoda plochy odezvy

$$g(X) \longrightarrow \boxed{\bar{g}(Y) = a_0 + \sum_{i=1}^{n} b_i Y_i + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij} Y_i Y_j}$$

$$Y_i = (X_i - x_{ci}) / \sigma_{xi} \qquad a_0 = g(x_c)$$

- aproximace funkce rezervy spolehlivosti (polynomiální, pomocí neuronové sítě, …)
- aplikace simulačních technik typu MC
- počet vyčíslení funkce mezního stavu, regrese $N = (n-1)(n-2)/2 - 1$
- volba interpolačních bodů v $g(X) = 0$