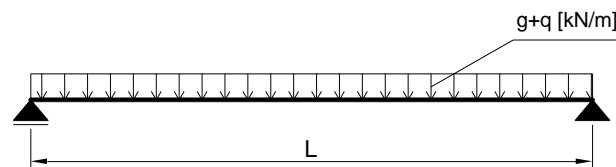


Úvod

Cílem práce je ověření spolehlivosti daného nosného prvku pomocí plně pravděpodobnostní analýzy s využitím numerických simulačních metod typu Monte Carlo (MC) a Latine Hypercube Sampling (LHS). Ze stanovené hustoty pravděpodobnosti odolnosti R se odhadne dolní 5-ti % kvantil a kvantil odpovídající pravděpodobnosti $p_f \approx 1.10^{-3}$. Za předpokladu přibližné znalosti rozdělení pravděpodobnosti účinku zatížení E se následně stanoví rezerva odolnosti Z , příslušný index spolehlivosti β a pravděpodobnosti poruchy.

Stručný popis prvku

Analyzovaným nosným prvkem je ŽB průvlak T průřezu, který je součástí skeletového systému výrobní haly firmy DD&H a.s. Daný průvlak působí jako prostý nosník o efektivní délce $L = 15$ m, který je zatížen vlastní tíhou, konstrukcí střechy a užitným zatížením v podobě sněhu. Detail příčného řezu a způsob vyztužení je uveden v PŘÍLOZE A.



Obr. 1 Statické schéma

Při návrhu prvku bylo postupováno v souladu s ČSN EN 1992-1-1. Ohybový moment na mezi únosnosti byl stanoven pro beton třídy C40/50 a výztuž R 10 505 (B500) na hodnotu $M_{Rd} = 724,2$ kNm.

Řešení

Ověření spolehlivosti ŽB průvlaku je provedeno pro případ ohybového namáhání. Samotný výpočet je proveden pomocí programu FREET, který je určen pro řešení pravděpodobnostních úloh numerickými simulacemi typu MC.

Postup výpočtu:

- definice základních veličin uvažovaných ve výpočtech odolnosti R a rezervy odolnosti Z daného prvku
- stanovení hustoty pravděpodobnosti odolnosti R , odhad kvantilů
- stanovení hustoty pravděpodobnosti rezervy odolnosti Z , odhad indexu spolehlivosti a pravděpodobnosti poruchy

Náhodné veličiny a jejich pravděpodobnostní modely

Jako náhodné veličiny jsou uvažovány materiálové parametry betonu f_c , betonářské výztuže f_y viz. PŘÍLOHA B, účinná výška betonového průřezu d , efektivní délka průvlaku L , celkové zatížení působící na prvek, modelové nejistoty účinku zatížení ξ_E a odolnosti konstrukce ξ_R dle doporučení JCSS. Šířka tlačené části betonového průřezu b a plocha hlavní betonářské výztuže A_s se předpokládají jako deterministické veličiny.

i	Veličina		$\varphi(x_i)$	μ	σ	v
1	Tlak. pevnost betonu f_c	[MPa]	Beta	49,9	5,22	0,11
2	Mez kluzu výztuže f_y	[MPa]	LN (3 par.)	566,5	19,20	0,03
3	Účinná výška d	[mm]	N	725	14,50	0,02
4	Šířka b	[mm]	DET	500	-	-
5	Teoretické rozpětí prvku L	[m]	N	12,0	0,12	0,01
6	Plocha výztuže A_s	[mm ²]	DET	2454	-	-
7	Model. nejistoty odolnosti ξ_R	[-]	LN (2 par.)	1,2	0,15	0,125
8	Model. nejistoty zatížení ξ_E	[-]	LN (2 par.)	1,0	0,05	0,05
9	Zatížení $g + q$	[kN/m]	N	27,5	4,13	0,15

$\varphi(x_i)$ – typ rozdělení pravděpodobnosti

μ - průměr náhodné veličiny

σ - směrodatná odchylka náhodné veličiny

v - variační koeficient náhodné veličiny

Tab. 1 Pravděpodobnostní modely základních veličin

Funkce odolnost R

$$R(X) = \xi_R \cdot A_s \cdot f_y \cdot \left(d - 0,5 \cdot \lambda \cdot \frac{A_s \cdot f_y}{f_c \cdot b} \right) \cdot 1 \cdot 10^{-6}, \lambda = 0,8$$

Metoda výp.	N simulací	$\varphi(R)$	μ	v	kvantil 0.05	kvantil 0.001
MC	$1 \cdot 10^3$	Beta	1178,3	0,129	942,8	785,8
MC	$1 \cdot 10^6$	LN (3 par.)	1171,8	0,131	937,4	775,9
LHS (mean)	$1 \cdot 10^3$	LN (3 par.)	1171,6	0,131	937,1	775,1

Tab. 2 Výsledky numerických simulací odolnosti R [kNm]

Účinku zatížení E

$$E(X) = \xi_E \cdot \frac{1}{8} (g + q) L^2$$

Metoda výp.	N simulací	$\varphi(E)$	μ	v	kvantil 0.95	kvantil 0.999
MC	$1 \cdot 10^3$	Beta	491,4	0,163	626,5	737,7
MC	$1 \cdot 10^6$	LN (3 par.)	495,1	0,160	627,3	751,1
LHS (mean)	$1 \cdot 10^3$	LN (3 par.)	495,1	0,160	627,7	752,7

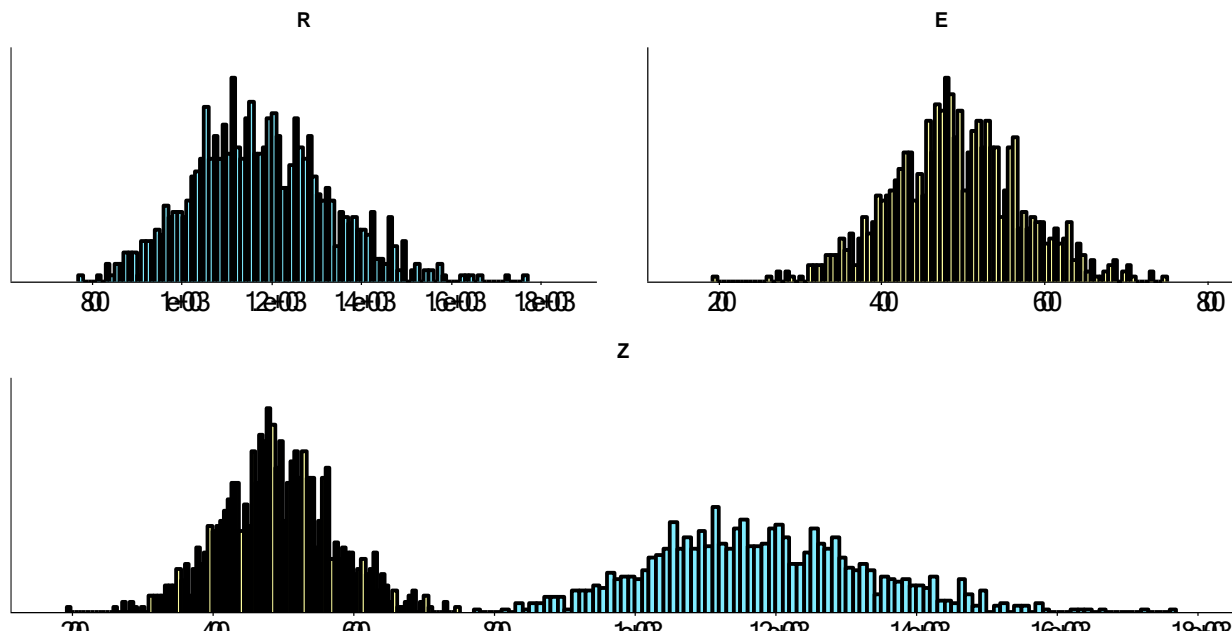
Tab. 3 Výsledky numerických simulací účinku zatížení E [kNm]

Funkce mezního stavu Z (rezerva odolnosti)

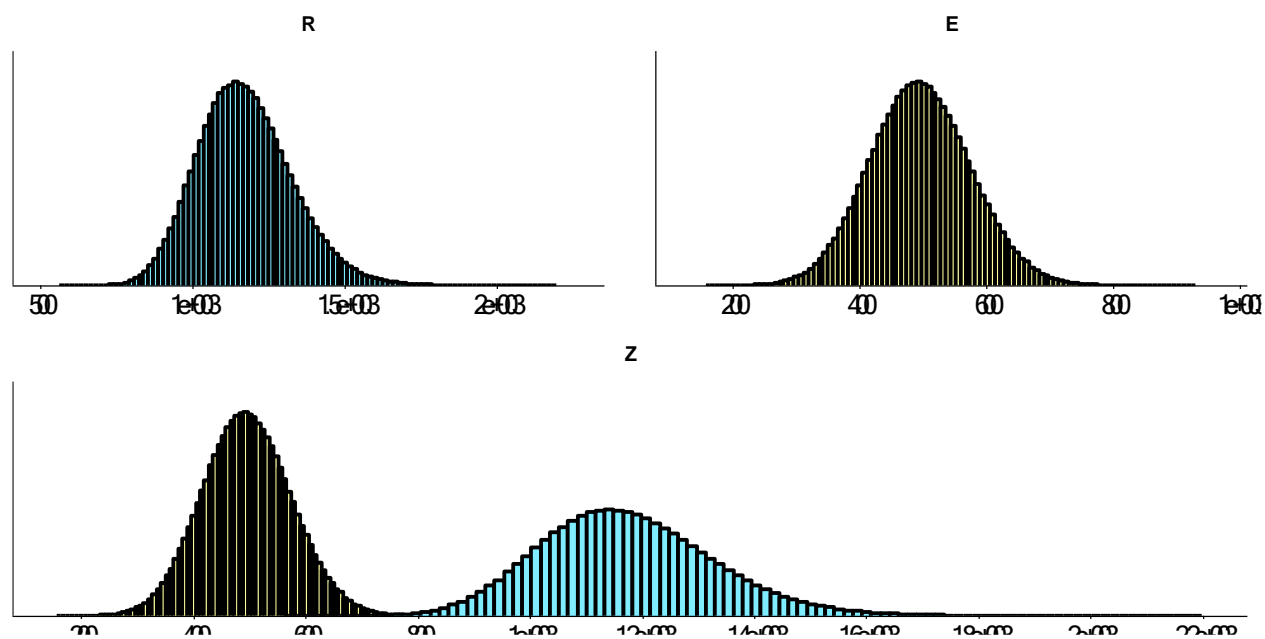
$$Z(X) = \xi_R \cdot A_s \cdot f_y \cdot \left(d - 0,5 \cdot \lambda \cdot \frac{A_s \cdot f_y}{f_c \cdot b} \right) - \xi_E \cdot \frac{1}{8} \cdot (g + q) \cdot L^2$$

Metoda výp.	N simulací	$\varphi(Z)$	μ	ν	β	p_f - CORN.
MC	$1 \cdot 10^3$	LN (3 par.)	686,2	0,251	3,99	$3,32 \cdot 10^{-5}$
MC	$1 \cdot 10^6$	LN (3 par.)	676,8	0,255	3,92	$4,43 \cdot 10^{-5}$
LHS (mean)	$1 \cdot 10^3$	LN (3 par.)	676,6	0,255	3,92	$4,38 \cdot 10^{-5}$

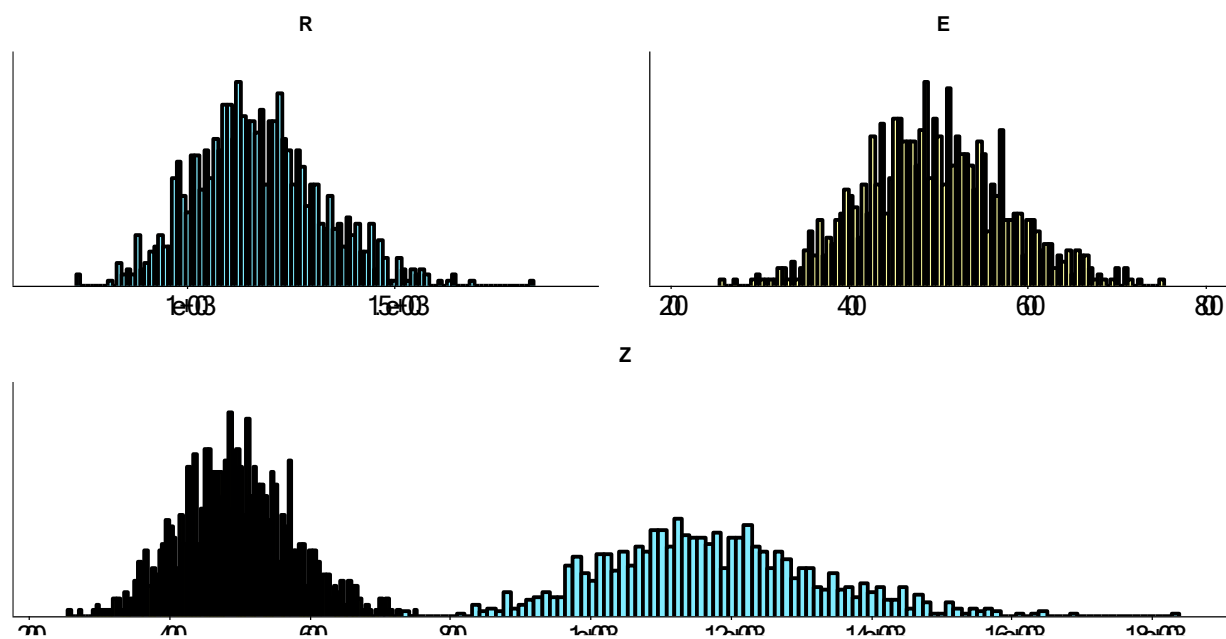
Tab. 4 Výsledky numerických simulací rezervy odolnosti Z [-]



Obr. 3 Výsledky numerických simulací metoda MC, $1 \cdot 10^3$ simulací



Obr. 4 Výsledky numerických simulací metoda MC, $1 \cdot 10^6$ simulací



Obr. 4 Výsledky numerických simulací metoda LHS, $1 \cdot 10^3$ simulací

Závěr

Na základě pravděpodobnostního výpočtu byl pro daný ŽB průvlak odhadnut index spolehlivosti $\beta \approx 3,92$ a odpovídající pravděpodobnost poruchy dle CORNELLa $p_f = 4,4 \cdot 10^{-5}$. Požadovaný index spolehlivosti dle ČSN EN 1990 pro nosné prvky třídy spolehlivosti RC2 (mezní stav únosnosti, referenční doba 50 let) je dán hodnotou $\beta_n = 3,8$.

Pravděpodobnost poruchy, $p_f \approx 9,58 \cdot 10^{-7}$, byla stanovena na základě statistického vyhodnocení výsledků $1 \cdot 10^6$ numerických simulací funkce rezervy Z metodou MC. Odpovídá hodnotě distribuční funkce v bodě 0 z nejhodnějšího typu rozdělení.

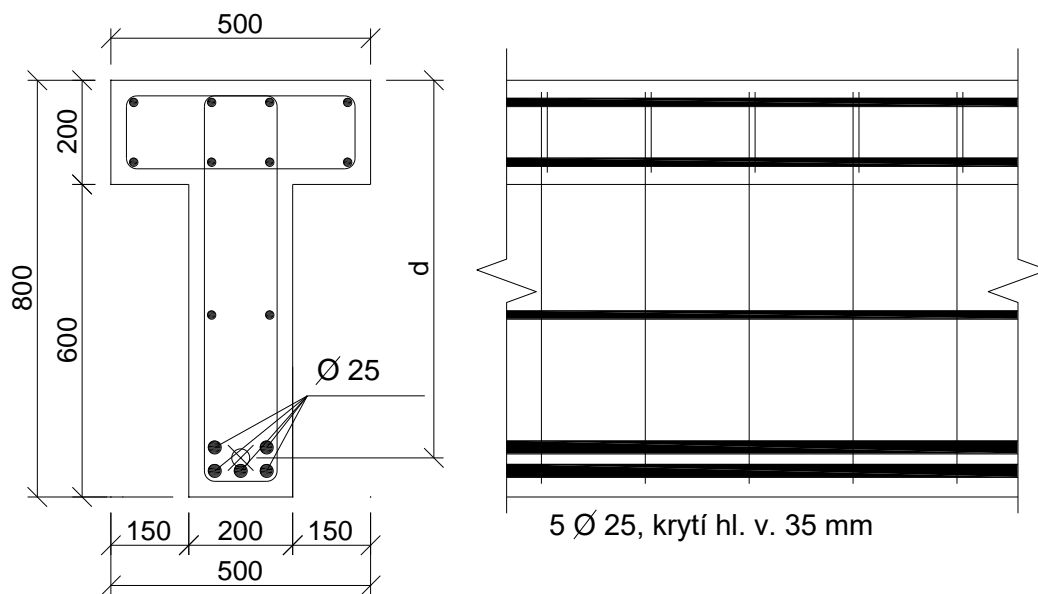
Návrhová hodnota ohybového momentu na mezi únosnosti byla odhadnuta z příslušného rozdělení pravděpodobnosti odolnosti R jako $p_f \approx 10^{-3}$ na 775,1 kNm. Dle ČSN EN 1992-1-1 byl návrhový ohybový moment na mezi únosnosti spočten na 724,2 kNm. Pravděpodobnostním výpočtem bylo docíleno přibližného navýšení výsledné návrhové únosnosti ŽB průvlaku v ohybu o 7%.

Při aplikaci pravděpodobnostních metod je vždy důležitá správná volba modelů základních veličin, metoda výpočtu a počet realizací N . Samotná pravděpodobnost poruchy je opět náhodná veličina. Můžeme předpokládat, že její rozptyl se s rostoucím počtem simulací snižuje a tedy že větší počet simulací dává přesnější výsledky. Stejně tak metoda LHS vede k přesnějším výsledkům. Výpočet ukazuje, že při použití LHS je dostatečných 1000 realizací náhodných veličin zatímco takovýto počet při použití MC vede ke špatným závěrům. Nutný počet simulací se ale liší pro odlišné výsledné pravděpodobnosti poruchy!

Literatura

- [1] Česká technická norma: ČSN EN 1990, *Zásady navrhování konstrukcí*, Český normalizační institut, Praha, 2003
- [2] Česká technická norma: ČSN EN 1992-1-1, *Navrhování betonových konstrukcí, část 1; Obecná pravidla pro pozemní stavby*, Český normalizační institut, Praha, 2006
- [3] Teplý B.; Novák D.: *Spolehlivost stavebních konstrukcí*, skriptum VUT FAST, vydavatelství CERM, Brno, 1999
- [4] JCSS.: *Probabilistic model code*, JCSS working materiále [online], dostupné z URL: <http://www.jcss.ethz.ch/>

Příloha A



Ohybový moment na mezi únosnosti dle ČSN EN 1992-1-1

BETON C35/45
VÝZTUŽ R 10 505 (B 500)

$M_{Rd} = 724,2 \text{ kNm}$

Příloha B

1.B Beton

	$f_{c,cube}$ [MPa]									
1-10	52,80	48,68	40,56	52,68	57,17	41,03	61,70	52,54	51,48	48,94
11-20	50,14	57,99	54,44	54,35	45,44	50,45	51,52	48,78	51,94	46,28
21-30	42,83	53,68	40,05	39,29	46,94	52,15	50,22	56,88	55,55	45,75
31-40	46,27	57,06	50,40	44,13	49,61	54,78	53,11	49,06	46,37	56,50
41-50	52,30	42,68	50,41	45,23	42,53	53,09	46,25	46,89	45,44	56,09

Tab. 1 Krychelná pevnost betonu v tlaku, výsledky zkoušek

Průměrná hodnota:

$$\mu_{f_{c,cube}} = 49,8 \text{ MPa}$$

Směrodatná odchylka:

$$\sigma_{f_{c,cube}} = 5,22 \text{ MPa}$$

Typ rozdělení:

Beta
Triangular
Weibull max. (3 par.)

2.B Betonářská výztuž

	f_y [MPa]									
1-10	568,67	563,50	561,87	525,67	541,68	557,59	576,08	547,61	552,74	568,77
11-20	600,63	577,46	588,33	598,69	581,12	580,93	565,47	570,62	561,75	539,86

Tab. 2 Mez kluzu betonářské výztuže, výsledky zkoušek

Průměrná hodnota:

$$\mu_{f_{c,cube}} = 566,5 \text{ MPa}$$

Směrodatná odchylka:

$$\sigma_{f_{c,cube}} = 19,2 \text{ MPa}$$

Typ rozdělení:

Logistic
Triangular
Lognormální (3 par.)

Další analýzy

Návrh počtu prutů výztuže pomocí parametrické studie:

Plocha jedné výztuže: $A_s = 490,874 \text{ mm}^2$.

Nastavit parametr (počet prutů) v rozmezí 3–8 (3, 4, 5, 6, 7, 8).

Vynést graf závislosti parametr vs. index spolehlivosti. Z něj pro požadovaný index odvodit minimální počet prutů výztuže.

Materiálové vlastnosti nejsou z experimentů známé:

Vytvořit stochastický model pevnosti betonu a meze kluzu oceli ze známých charakteristických hodnot a doporučení dle normy JCSS.

C40/50 – $f_{ck} = 40 \text{ MPa}$, rozdělení LN, $V_x = 0,06\text{--}0,15$ (0,10), $f_{cm} = f_{ck} / (1 - 2V_x)$.

10505 (B500) – $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$, rozdělení LN, $V_x = 0,05\text{--}0,08$ (0,05), $f_{ym} = f_{yk} / (1 - 2V_x)$.

Citlivostní analýza:

Analýza citlivosti jednotlivých vstupních parametrů na výsledné hodnoty M_E , M_R a Z .