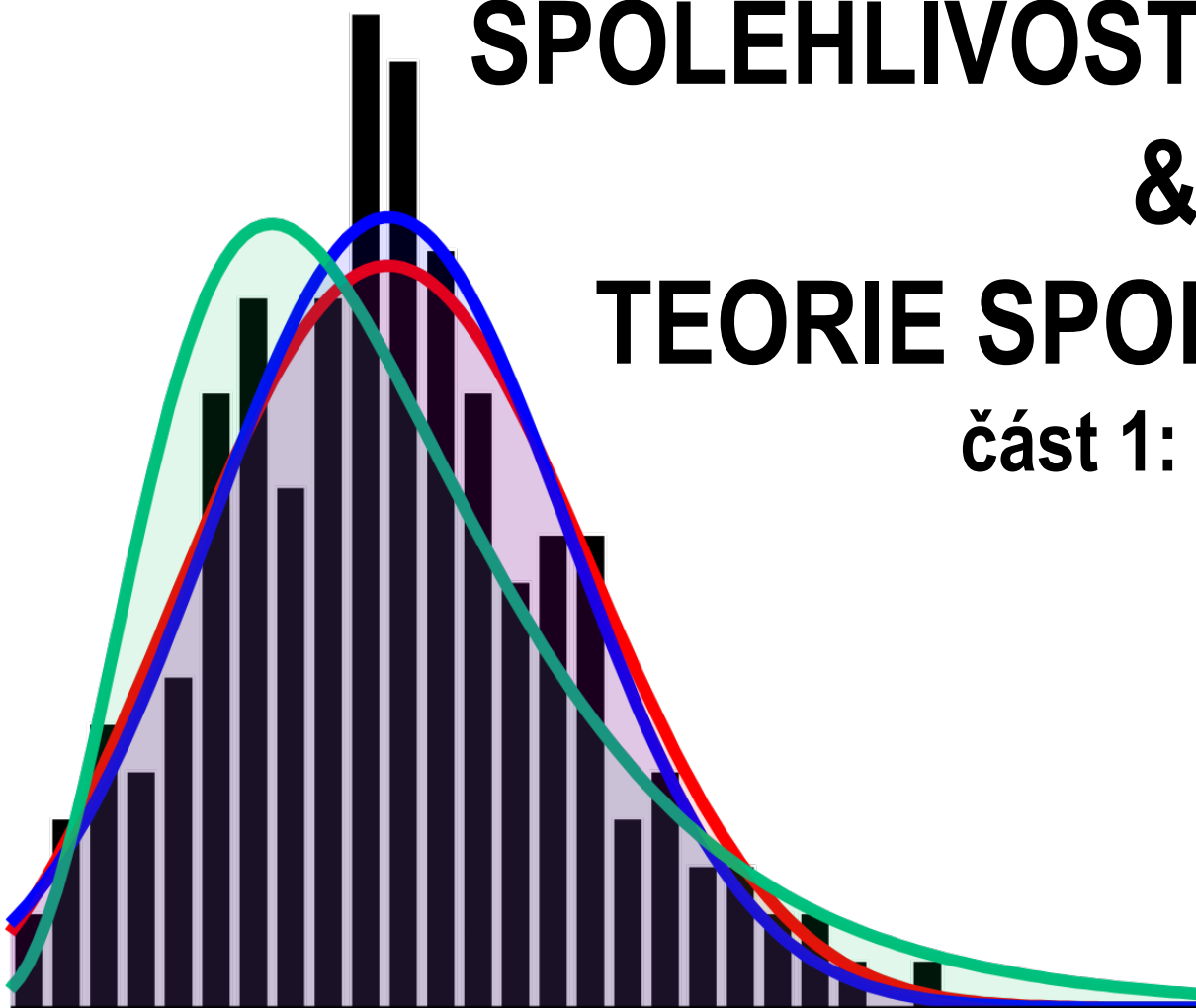




# SPOLEHLIVOST KONSTRUKCÍ & TEORIE SPOLEHLIVOSTI

část 1: Úvod



Drahomír Novák  
Jan Eliáš  
David Lehký

# část 1 ÚVOD

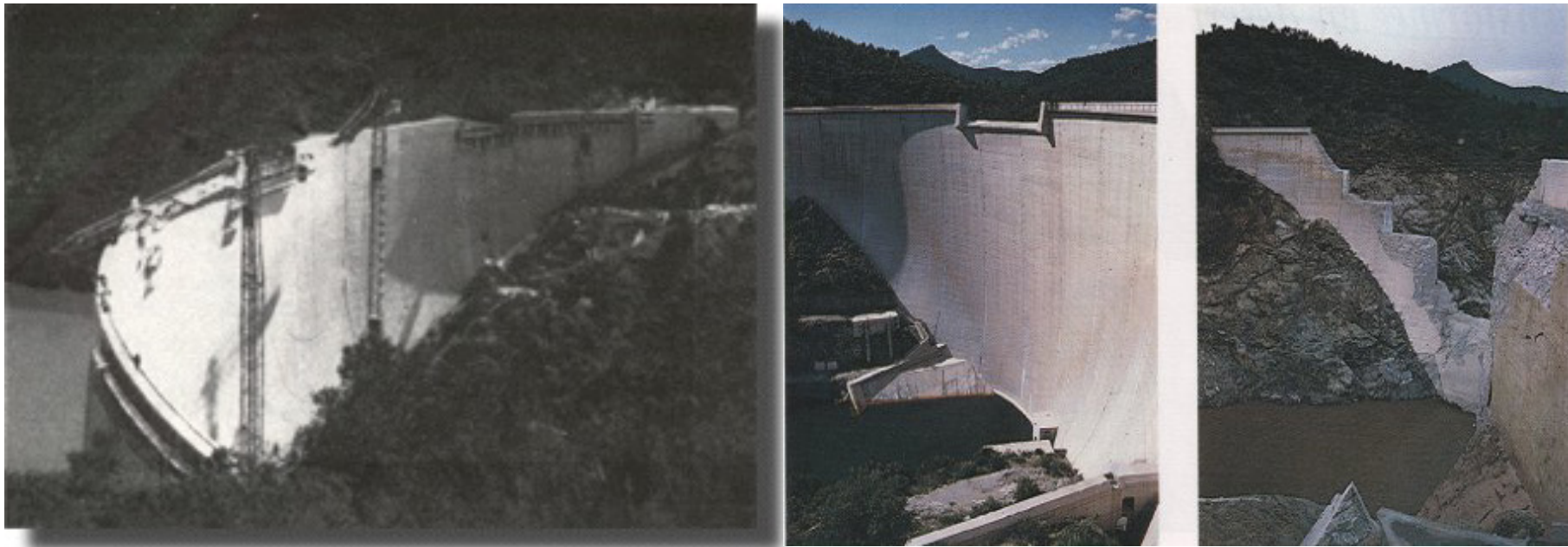


# Motivace

- Mohou konstrukce navržené a postavené podle norem selhat? Jaká je teoretická/skutečná pravděpodobnost poruchy?
- Jaká pravděpodobnost selhání je akceptovatelná? Rozdílné odpovědi díky subjektivnosti, různé historické zkušenosti, stupni vývoje společnosti, ...
- Normy pro návrh konstrukcí – založeny na spolehlivosti.
- Liší se cílová pravděpodobnost poruchy pro různé typy konstrukcí a jejich různou významnost?
- Jak mohou inženýři odhadnout pravděpodobnost poruchy? Proč? Individuální/pravděpodobnostní přístup!

# Př. 1 – Přehrada Malpasset

- selhala v roce 1959, Francie
- 500 lidí zahynulo
- selhala ihned po naplnění kvůli usmýknutí podpěry



Obrázek 1. přehrada Malpasset

## Př. 2 – Most Koror-Babeldaob

- zřítíl se v roce 1996, Palau
- selhal kvůli trhlinám v betonu vyvolaným dopravou, reologie betonu



Obrázek 2. most Koror-Babeldaob

## Př. 3 – Těžební plošina Sleipner A

- 1991, Norway
- finanční ztráta \$700 miliónů
- selhala kvůli porušení nadnášecích betonových nádrží

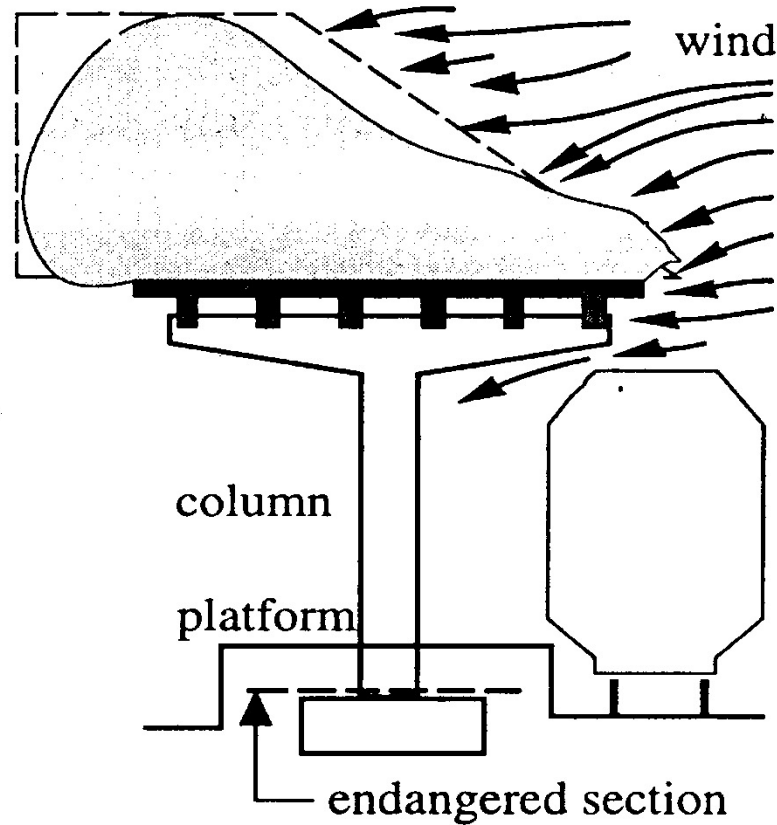


Obrázek 3. těžební plošina Sleipner A



# Př. 4 – Zastřešení nástupiště

- Curych, 1987
- 1. sníh
- 2. slunce
- 3. vítr
- 4. porucha



Obrázek 4. zastřešení nástupiště v Curychu

# Lidské chyby

- Většinou nejsou při výpočtu pravděpodobnosti poruchy zahrnuty – pravděpodobnosti poruchy by měly být chápány jako teoretické



Obrázek 5. příklad lidské chyby



# Spolehlivost

- **Spolehlivost** ( $r$ ) je definována jako pravděpodobnost, že daná část či celek bude sloužit *po stanovený časový úsek* pod stanovenými podmínkami
- obecně platné pro stavební konstrukci, auto či kávovar
- je definována jako doplněk k **pravděpodobnosti poruchy** ( $p_f$ )

spolehlivost  $\rightarrow$   $r = 1 - p_f$   $\leftarrow$  pravděpodobnost poruchy

- oproti *bezpečnosti*, *spolehlivost* je měřitelná, tedy i kvantifikovatelná!

# Riziko

- míra *velikosti rizika*
- $E(D)$  - střední hodnota škody

$$R = p_f \times E(D)$$



„nula-krát-nekonečno dilemma“  
(  $0 \times \infty$  ), součin selhává pro  
velmi malé pravděpodobnosti  
poruchy a velmi velké  
očekávané škody

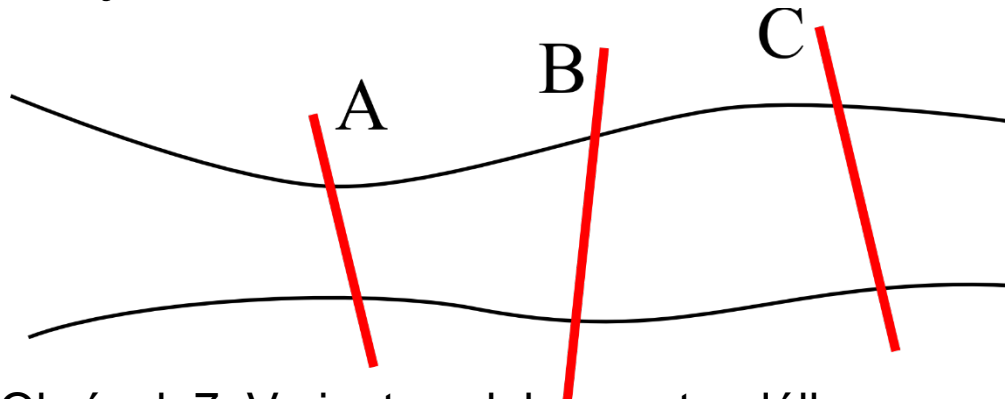
Obrázek 6. Ruleta

# Optimální návrh

- optimalizační strategie - celkové *náklady* souhrnně v průběhu životnosti konstrukce

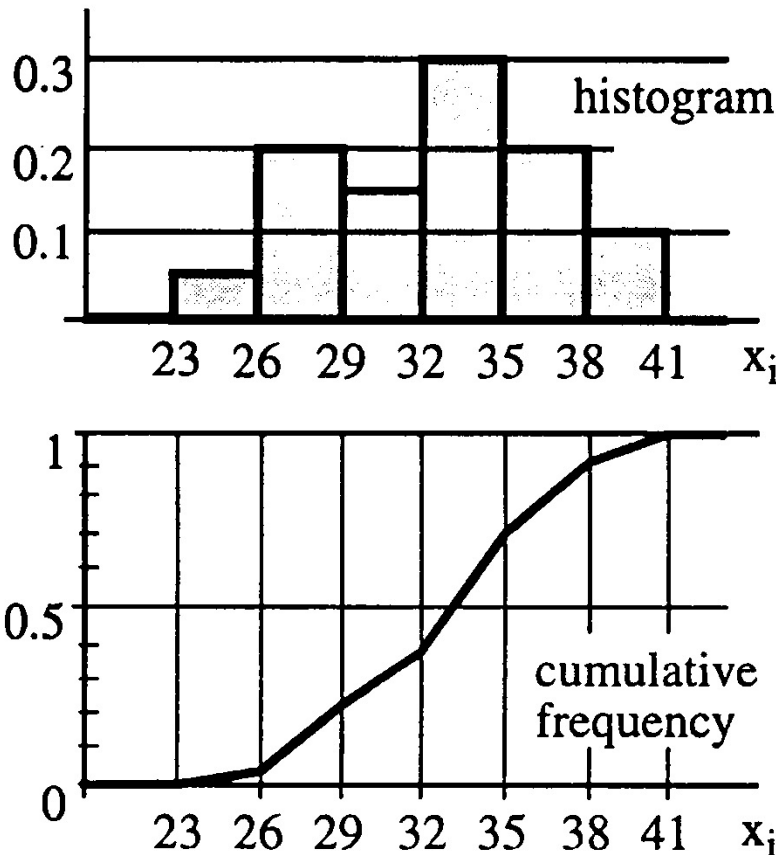
$$C = C_P + C_E + C_M + C_R + p_f \times E(D) \rightarrow \text{minimum}$$

- $C_P$  náklady na návrh
- $C_E$  náklady na provedení
- $C_M$  náklady na provoz a údržbu
- $C_R$  náklady na demolici a rekultivaci



Obrázek 7. Varianty polohy mostu, délka vs. rychlost větru

# Teorie pravděpodobnosti, terminologie



Obrázek 7. Histogram a kumulativní četnost

- *populace* – všechna možná pozorování (testy) za stejných podmínek
- *Element* je prvek populace s určitou vlastností – *náhodnou veličinou*
- *náhodný výběr* – podmnožina elementů z populace
- *Velikost* výběru – počet elementů náhodného výběru
- *Histogram* – grafické vyjádření výsledků náhodného výběru
- *Kumulativní četnost* – integrovaná relativní četnost (histogram)

# Rezerva spolehlivosti ( $Z$ nebo $G$ )

– funkce mezního stavu  $g(\mathbf{x})$  ( $\mathbf{X}$  – vektor vstupních veličin)

$$G = g(X_1, X_2, \dots, X_N)$$

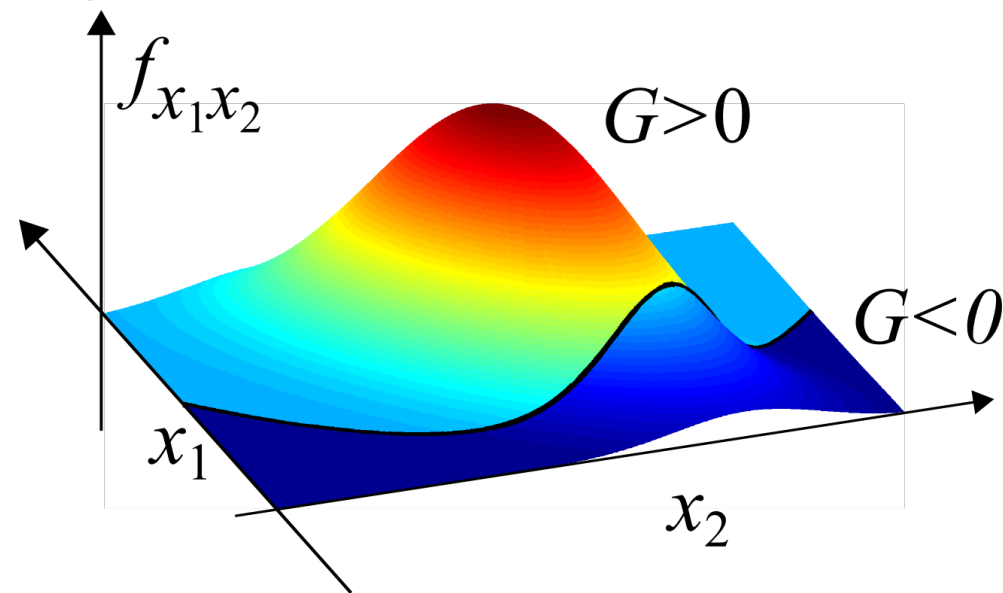
explicitní či implicitní funkce náhodných veličin  
jednoduchá či extrémně komplikovaná forma

– bezpečná oblast

$$G \geq 0$$

– oblast poruchy

$$G < 0$$



Obrázek 8. Oblast poruchy ve 2D



# Pravděp. poruchy a index spolehlivosti

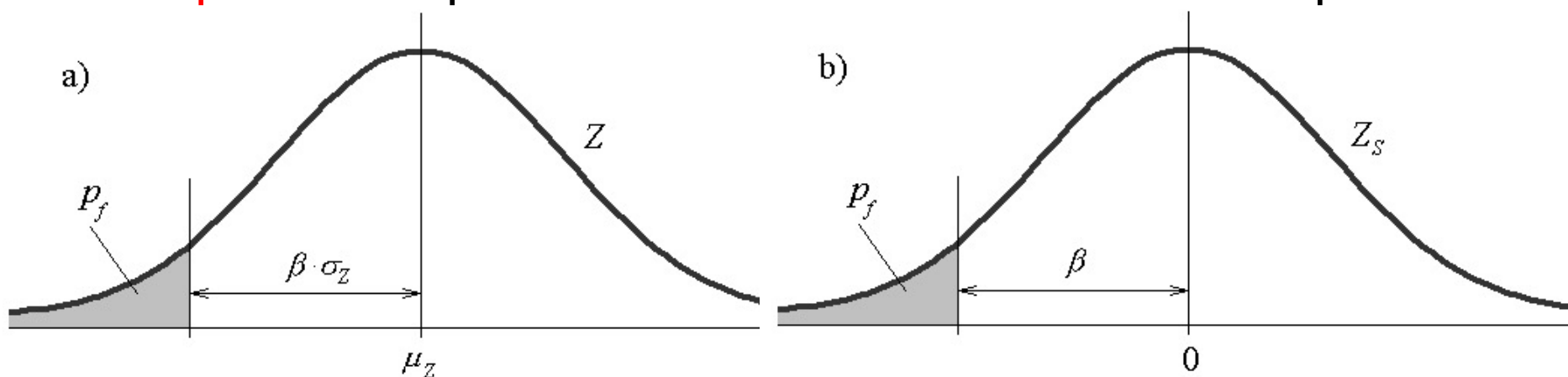
$$p_f = \int_{G < 0} f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1, dx_2, \dots, dx_n = \int_{G < 0} f(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$$

$$p_f = P(G < 0)$$

rezerva spolehlivosti  
v **původním** prostoru

$$p_f = 1 - \Phi(\beta) = \Phi(-\beta)$$

rezerva spolehlivosti ve  
**standardizovaném** prostoru



Obrázek 9. Rezerva spolehlivosti v původním a standardizovaném prostoru

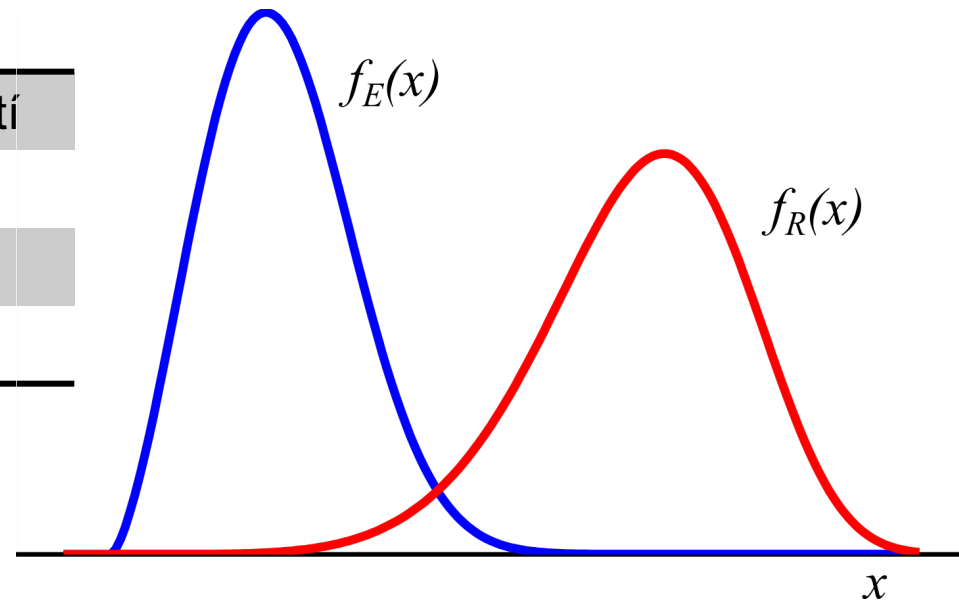
# Jednoduchý případ rezervy spolehlivosti

–pokud lze rezervu spolehlivosti vyjádřit jako

$$Z = R - E$$



| odolnost        | účinek zatížení  |
|-----------------|------------------|
| pevnost         | maximální napětí |
| povolený průhyb | průhyb           |
| teplota tání    | teplota          |
| příjmy          | výdaje           |

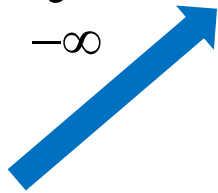


Obrázek 10. R-E rezerva spolehlivosti

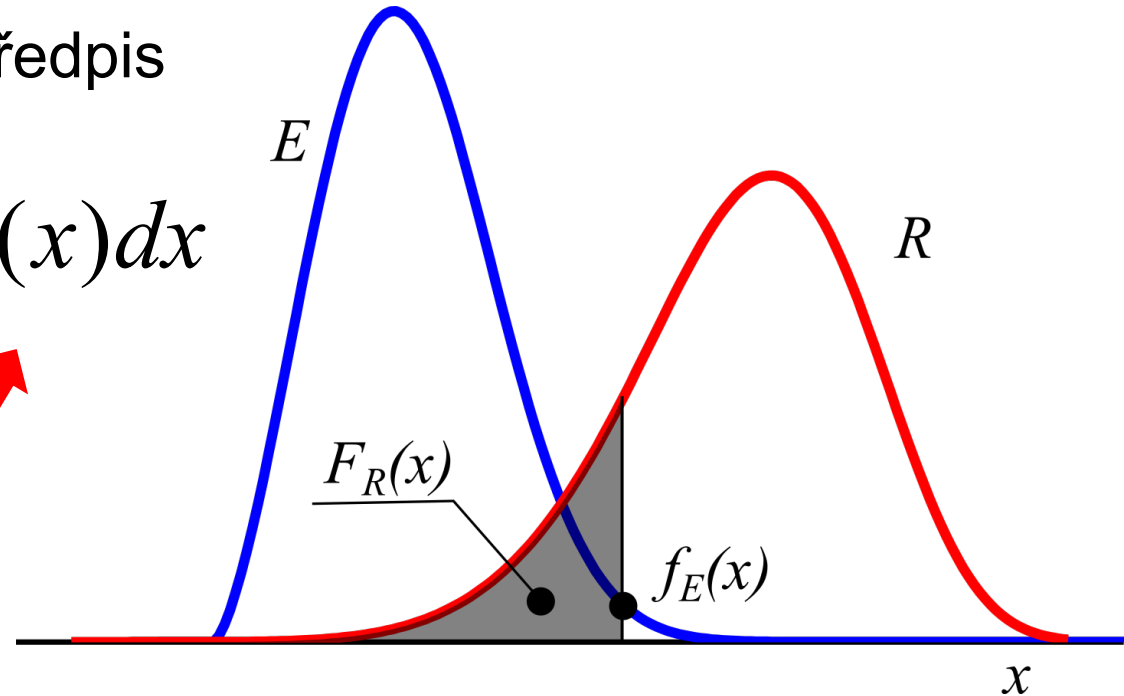
# Konvoluční integrál

–jednoduchý integrační předpis

$$p_f = \int_{-\infty}^{\infty} f_E(x) F_R(x) dx$$



“pravděpodobnost”  
že  $E = x$



Obrázek 11. R-E konvoluční integrál

pravděpodobnost  
že  $R < x$

$$p_f = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^e f_E(e) f_R(r) dr de = \int_{-\infty}^{\infty} f_E(e) F_R(e) de$$

# Podmínka pro spolehlivý návrh

–nejobecnější podmínka spolehlivosti – pravděpodobnost poruchy musí být nižší než limitní **cílová pravděpodobnost poruchy**

$$p_f \leq p_{\lim} \quad \text{nebo alternativně} \quad \beta \geq \beta_{\lim}$$

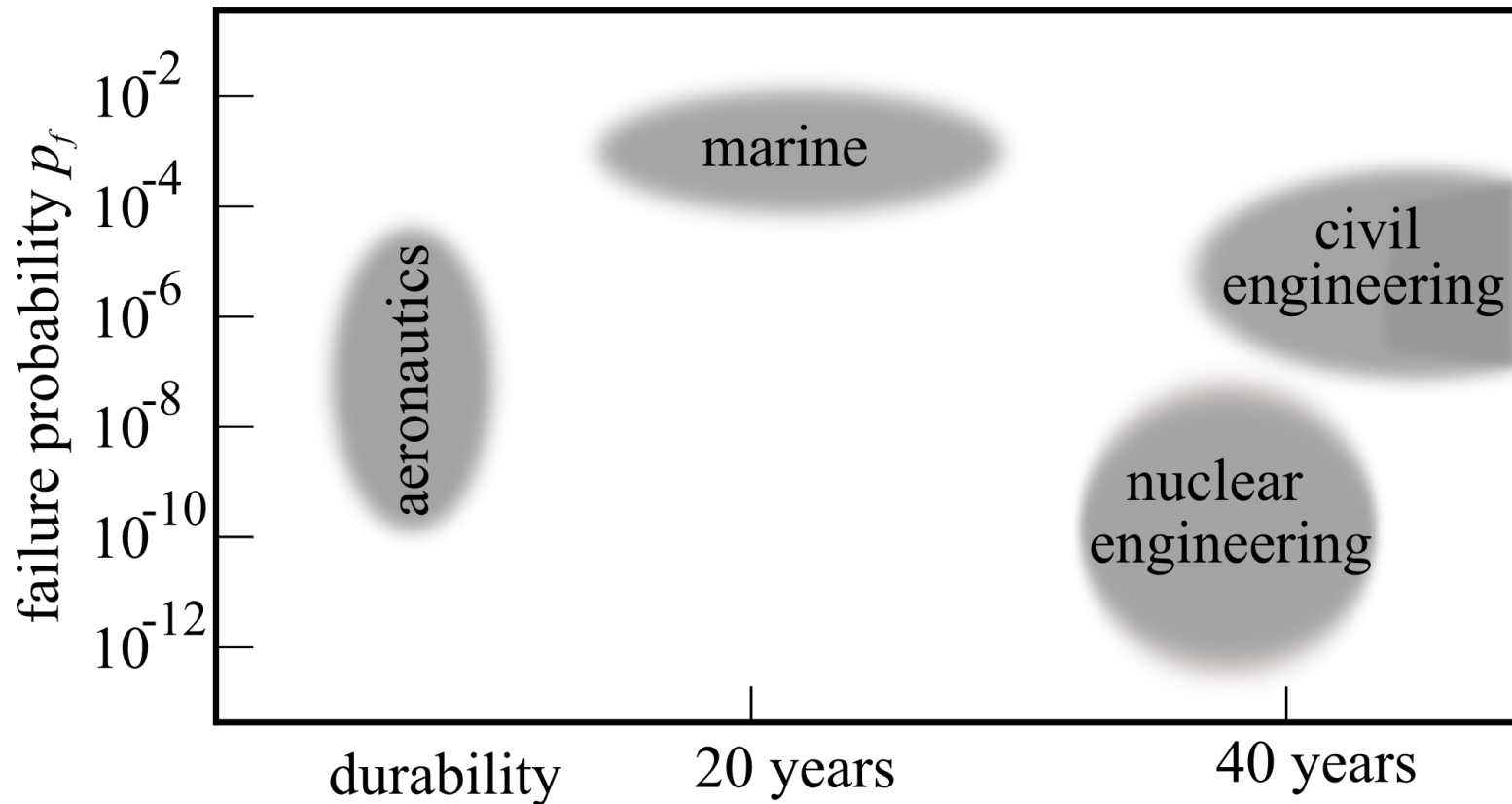
–podmínka musí být splněna **po určitou dobu**  $t$  – dobu životnosti konstrukce!

–**při praktickém návrhu konstrukce** je podmínka spolehlivosti specifikována v příslušných normových předpisech jako tzv. mezní stav

–ve shodě s **Eurokódy!**

# Spolehlivost v inženýrských oborech

- stavební inženýrství je specifické extrémně dlouhou živostností konstrukcí



Obrázek 12. Srovnání různých inženýrských oborů

# Cílová pravděpodobnost poruchy

- Čím nižší pravděpodobnost poruchy je vyžadována, tím dražší je potom celý systém.
- Jaký je rozumný kompromis?

Tabulka 1. Příklad “rozumných” cílových pravděpodobností poruchy

|                          |         | finanční ztráta |           |           |
|--------------------------|---------|-----------------|-----------|-----------|
|                          |         | malá            | střední   | velká     |
| ztráta<br>na<br>životech | < 0.1   | $10^{-3}$       | $10^{-4}$ | $10^{-5}$ |
|                          | střední | $10^{-4}$       | $10^{-5}$ | $10^{-6}$ |
|                          | > 10    | $10^{-5}$       | $10^{-6}$ | $10^{-7}$ |



# Cílová spolehlivost podle EC 1

Tabulka 2. cílové pravděpodobnosti poruchy dle EuroCode – mezní stav **únosnosti**

| následky                | jeden rok                          | životnost                          |
|-------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| <b>RC3</b><br>(velké)   | 5.2<br>$1.0 \times 10^{-7}$        | 4.3<br>$8.5 \times 10^{-6}$        |
| <b>RC2</b><br>(střední) | <b>4.7</b><br>$1.3 \times 10^{-6}$ | <b>3.8</b><br>$7.2 \times 10^{-5}$ |
| <b>RC1</b><br>(malé)    | 4.2<br>$1.3 \times 10^{-5}$        | 3.3<br>$4.8 \times 10^{-4}$        |

$$\beta_{\lim}$$

$$p_{\lim}$$

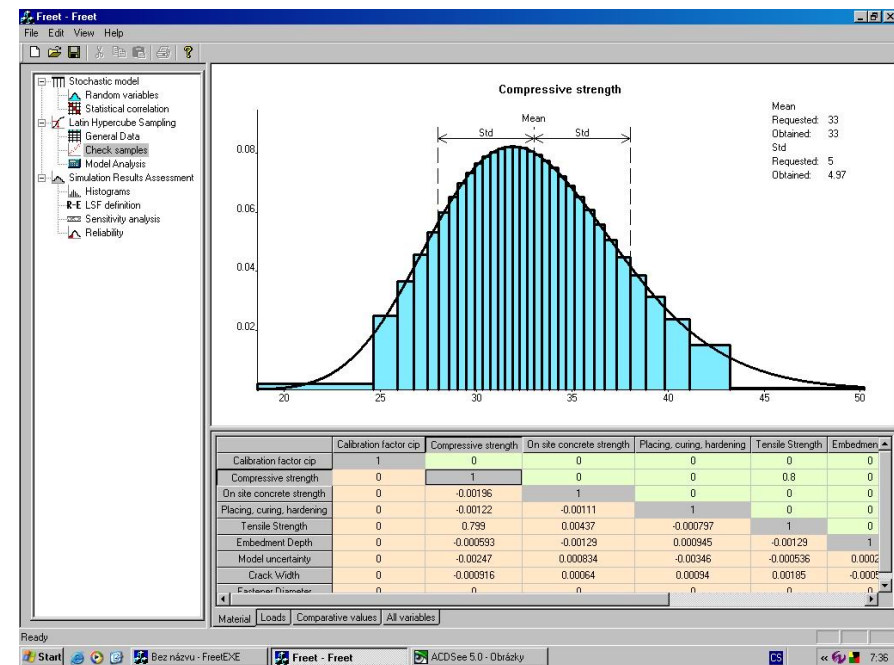
Tabulka 3. cílové pravděpodobnosti poruchy dle EuroCode – mezní stav **použitelnosti**

| následky                | jeden rok      | životnost     |
|-------------------------|----------------|---------------|
| <b>RC2</b><br>(střední) | 2.9<br>0.00187 | 1.5<br>0.0668 |



# Jak určit pravděpodobnost poruchy $p_f$

- **přímá integrace** (náročné či prakticky nemožné)
- **aproximační techniky**
  - Cornellův index spolehlivosti
  - FORM
  - SORM
  - atd.
- **simulační metody**
  - Monte Carlo
  - LHS
  - Importance Sampling
  - atd.



Obrázek13. program FReET