PRUŽNOST A PEVNOST

5. přednáška

Vliv smyku na přetvoření nosníku
Prostý smyk. Dimenzování. Střed smyku

Prof. Ing. Zdeněk Kala, Ph.D.

Ústav stavební mechaniky, Veveří 95

Přednášky jsou zde:

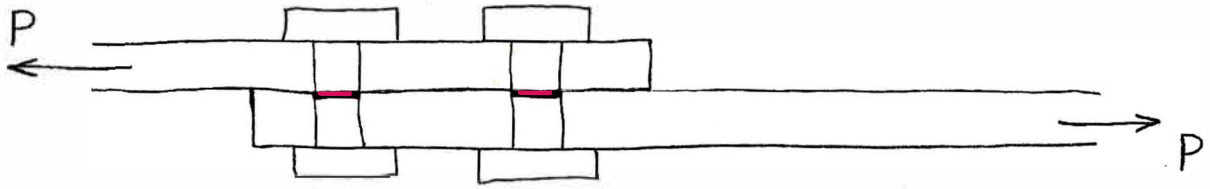
https://www.fce.vutbr.cz/STM/kala.z/

(tlačítko BDA002 Pružnost a pevnost)

Prostý smyk

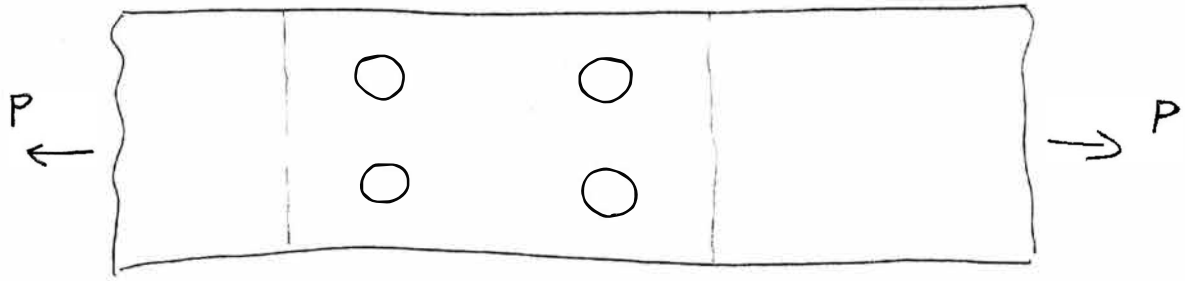
O prostém smyku hovoříme tehdy, je-li možné v uvažovaném bodě položit tři vzájemně kolmé roviny tak, že v nich nepůsobí žádná složka normálového napětí, nýbrž jen napětí smykové.
Nevznikají podélné deformace nýbrž jen sklouznutí.
Příklad: nýty, šrouby, svary, spojené dřevo

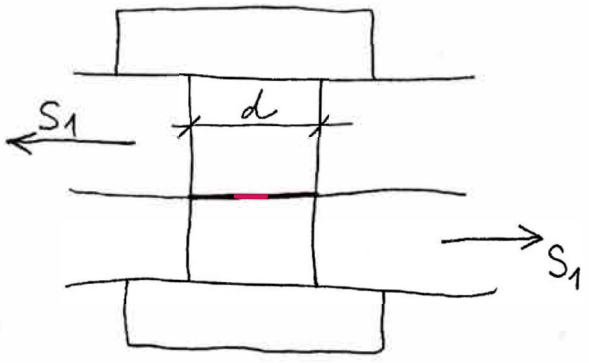
https://www.youtube.com/watch?v=6U0MCsJXRL0



síla působící na jeden šroub

$$S_1 = \frac{P}{n}$$ ← počet šroubů ve spoji





$$\tau = \frac{S_1}{\frac{\pi d^2}{4}} \leq R_s \ldots$$ mírová pevnost ve smyku (ve střihu)

$$\tau = \frac{P}{n \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}} \leq R_s$$

https://www.youtube.com/watch?v=x-UiYHyAUaM

Výpočet únosnosti šroubu ve střihu dle normy

- vychází se ze vztahu pro srovnávací napětí

$$\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq f_u \quad \dots \text{mez pevnosti}$$

$$\tau \leq \frac{f_u}{\sqrt{3}} \doteq 0{,}6 \cdot f_u$$

jak únosnost šroubu ve střihu

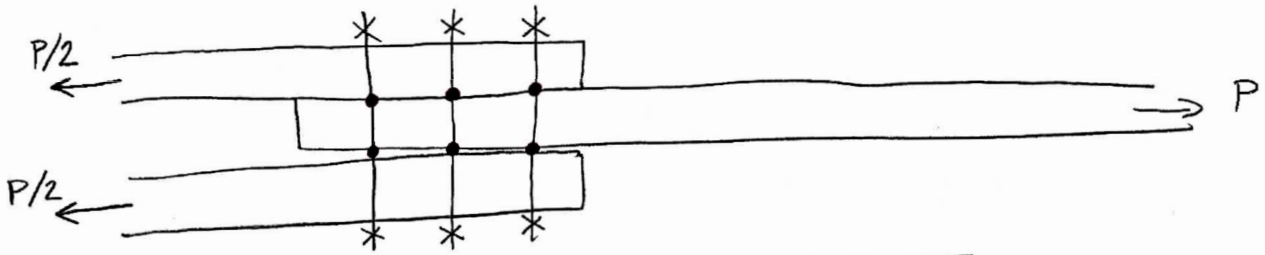
$$F_{v,Rd} \leq \frac{0{,}6 \cdot f_{ub} \cdot A}{\gamma_{MB}}$$

γ_{MB} ... dílčí součinitel spolehlivosti smykového spoje $\gamma_{MB} = 1{,}45$

f_{ub} ... pevnostní třída šroubu

	f_{yB}	f_{uB}
4.6		400
5.6		500
8.8		800
10.9		1000

Dostřižné šrouby https://www.youtube.com/watch?v=ZSq6l_kEECQ



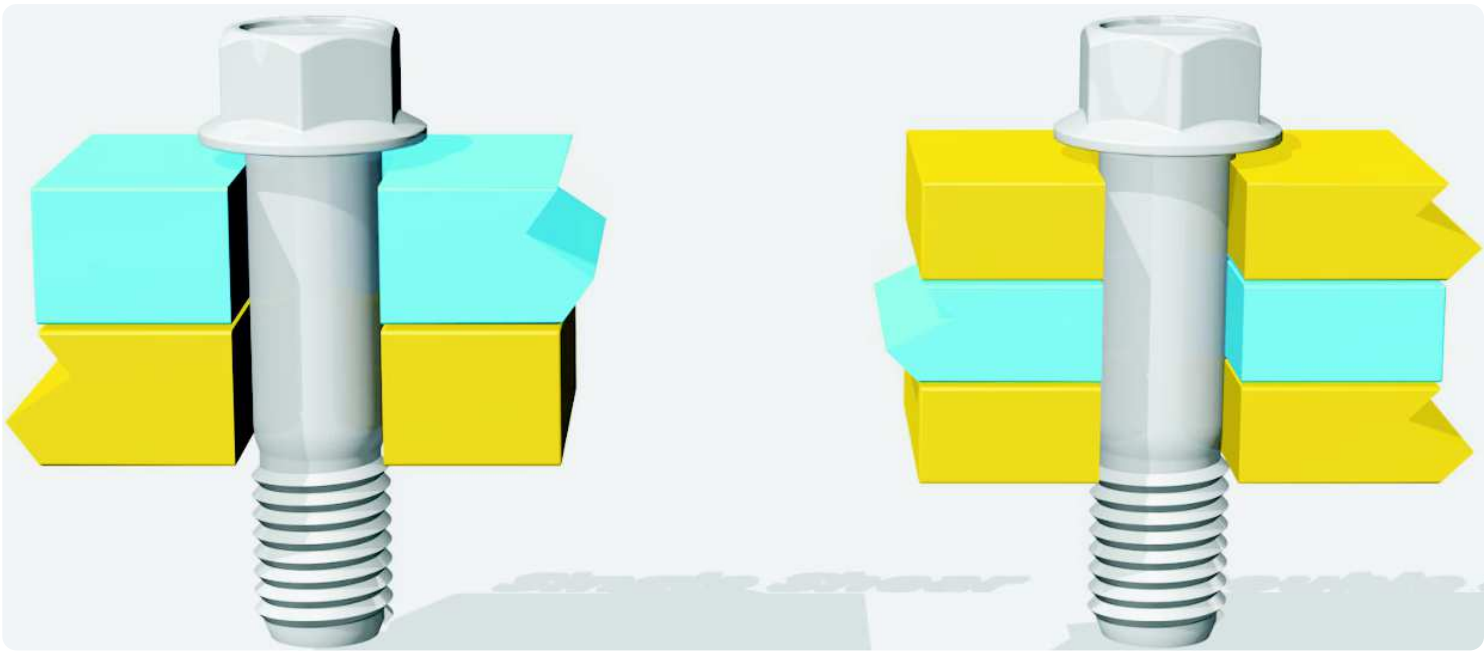
$$\tau = \frac{P}{n \cdot s \cdot \frac{\pi d^2}{4}} \leq R_s$$

n ... počet střihů

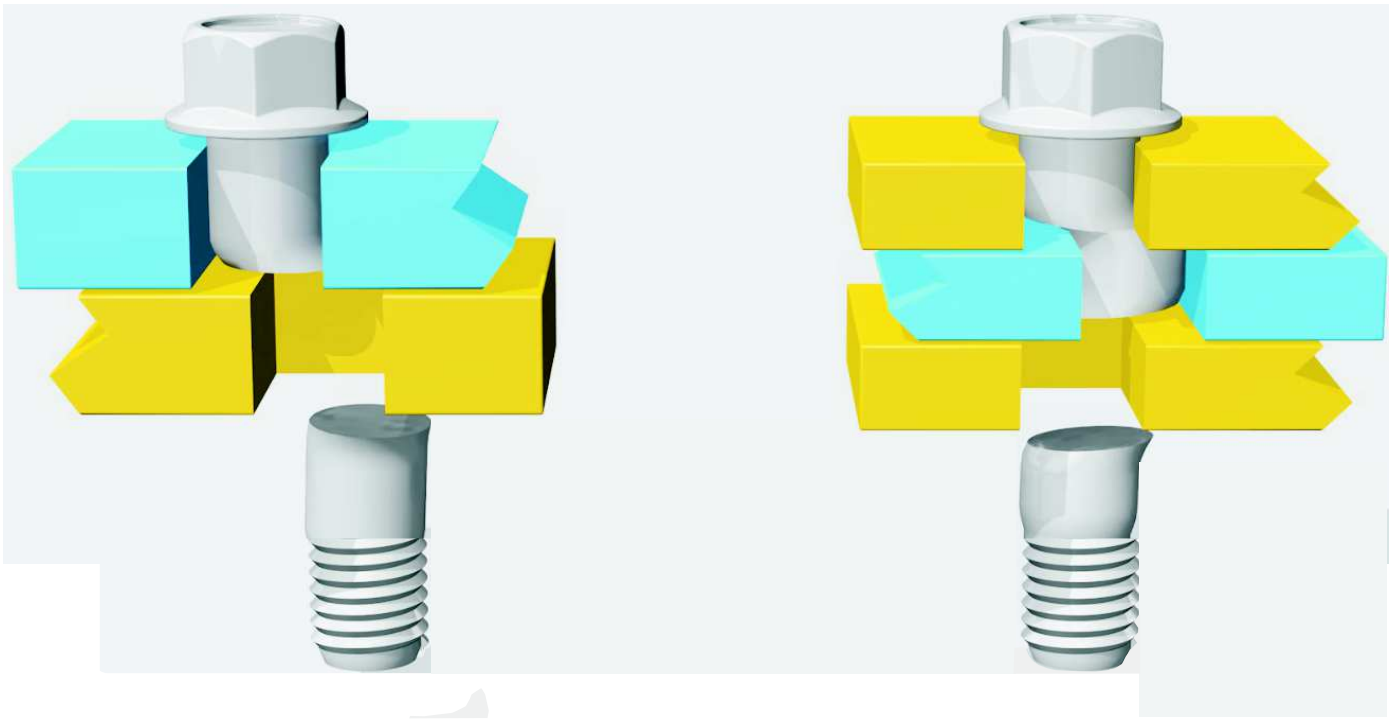
$$V_1 = \frac{\pi d^2}{4} \cdot R_s \cdot \dots \cdot s \quad \dots \text{únosnost jednoho šroubu}$$

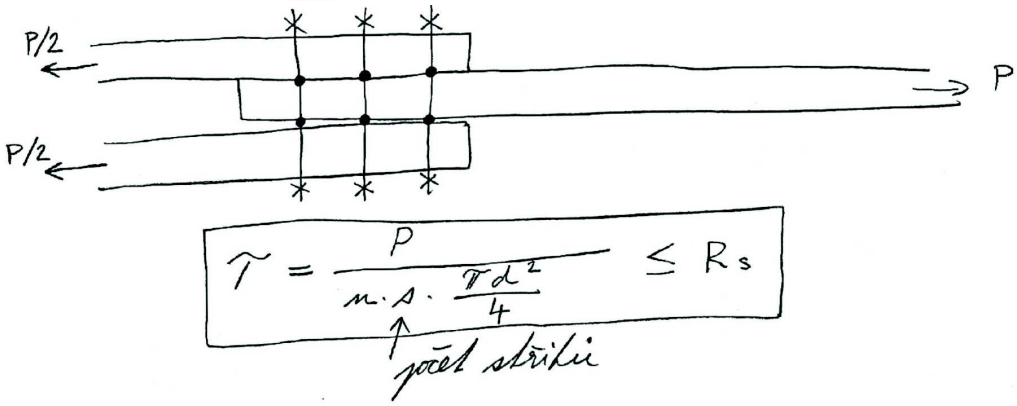
$$n \geq \frac{P}{V_1} \quad \dots \text{počet šroubů ve spoji}$$

https://www.youtube.com/shorts/iZRCS0lOsCs



https://www.youtube.com/watch?v=nwJMGjU1DK4





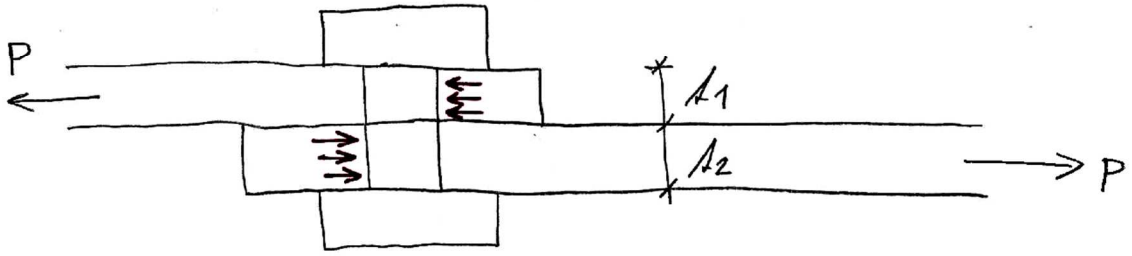
$$\tau = \frac{P}{n \cdot s \cdot \frac{\pi d^2}{4}} \leq R_s$$

n ... počet střihů

$V_1 = \frac{\pi d^2}{4} \cdot R_s \cdot n \cdot s$ ... únosnost jednoho šroubu

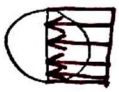
$n \geq \frac{P}{V_1}$ ... počet šroubů ve spoji

Otlačení šroubu





⇒ v praxi se vyskytuje i napětí



$$\sigma_{otl} = \frac{S_1}{d \cdot t_1} \leq R_{otl}$$

Dle ČSN 731401, 1998 se <u>únosnost v otlačení</u> počítá

$$F_{b,Rd} = \frac{2{,}5 \cdot \alpha \cdot f_u \cdot d \cdot t}{\gamma_{MB}}$$

pro S235 je $f_u = 360\,MPa$

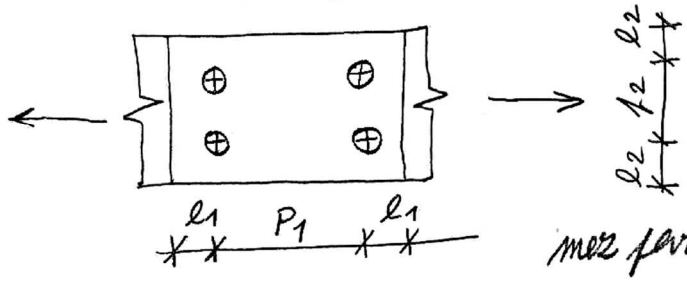
kde α je nejmenší hodnota z výrazů

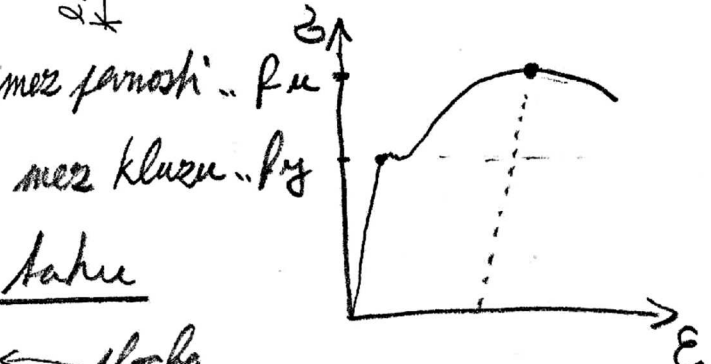
$$\alpha = \min\left\{ \frac{e_1}{3d_0};\ \frac{p_1}{3d_0} - \frac{1}{4};\ f_{uB}/f_u;\ 1{,}0 \right\}$$

d_0 ... ϕ díry

f_{uB} ... mez pevnosti šroubu

f_u ... mez pevnosti prvku





Únosnost šroubu v tahu

$$F_{t,Rd} = \frac{0{,}9 \cdot f_{uB} \cdot A_s}{\gamma_{MB}}$$

A_s ... plocha jádra šroubu

$\gamma_{MB} \geq 1{,}45$

v tabulce 7.2. Pro mezilehlé hodnoty $1,2\ d_0 < e_2 < 1,5\ d_0$, nebo $2,4\ d_0 < p_2 < 3,0\ d_0$ se únosnost v otlačení určí lineární interpolací.

Tabulka 7.2 - Návrhové únosnosti šroubových spojů

Únosnost ve střihu pro jednu střihovou rovinu šroubu:

- když rovina střihu prochází závitem šroubu:

a) pro pevnostní třídy 4.6, 5.6 a 8.8:

$$F_{v,Rd} = \frac{0,6 f_{ub} A_s}{\gamma_{Mb}}; \qquad (7.2)$$

b) pro pevnostní třídu 10.9:

$$F_{v,Rd} = \frac{0,5 f_{ub} A_s}{\gamma_{Mb}}; \qquad (7.3)$$

- když rovina střihu prochází přes plný dřík šroubu:

$$F_{v,Rd} = \frac{0,6 f_{ub} A}{\gamma_{Mb}}. \qquad (7.4)$$

Únosnost v otlačení spojovaného prvku nebo šroubu:

$$F_{b,Rd} = \frac{2,5 \alpha\ f_u d t}{\gamma_{Mb}}, \qquad (7.5)$$

kde α je nejmenší hodnota z výrazů:

$$\frac{e_1}{3d_0};\ \frac{p_1}{3d_0} - \frac{1}{4};\ \frac{f_{ub}}{f_u};\ 1,0\ .$$

Únosnost v tahu jednoho šroubu:

$$F_{t,Rd} = \frac{0,9 f_{ub} A_s}{\gamma_{Mb}}. \qquad (7.6)$$

Ve vzorcích (7.2) až (7.6) je:

A - plná průřezová plocha dříku šroubu;
A_s - plocha jádra šroubu podle tabulky 7.4;
d - průměr šroubu;
d_0 - průměr díry;
f_{ub} - mez pevnosti šroubu;
f_u - mez pevnosti posuzovaného prvku;
t - tloušťka posuzovaného prvku.

Definice rozteči p a koncových vzdáleností e je na obrázku 7.1.

7.3.5 Návrhová únosnost nýtových spojů

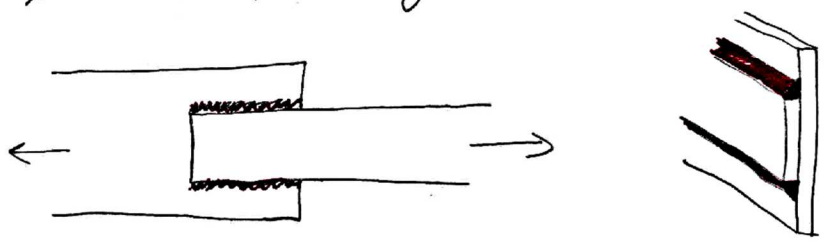
7.3.5.1 Pro nýtované konstrukce se používají nýty podle 4.8.4. Návrhové únosnosti nýtových spojů se počítají podle vzorců uvedených v tabulce 7.3. Přitom dílčí součinitel spolehlivosti nýtového spoje $\gamma_{Mr} = 1,45$.

7.3.5.2 Pro extrémně malé příčné vzdálenosti nýtů je nutné jejich návrhové únosnosti v otlačení $F_{b,Rd}$ redukovat analogicky jako u šroubů podle 7.3.4.5.

7.3.5.3 Nýtové spoje mají být navrženy tak, aby přenášely jen zatížení smykem. Při současném namáhání smykem a tahem musí být splněny podmínky $F_{v,Sd} \le F_{b,Rd}$, $F_{t,Sf} \le F_{t,Rd}$ a podmínka (7.7). Jednostřižné přeplátované spoje plochých nevyztužených prvků s jedním nýtem nejsou pro nosné spoje přípustné.

Svarové spoje

- tupé svary

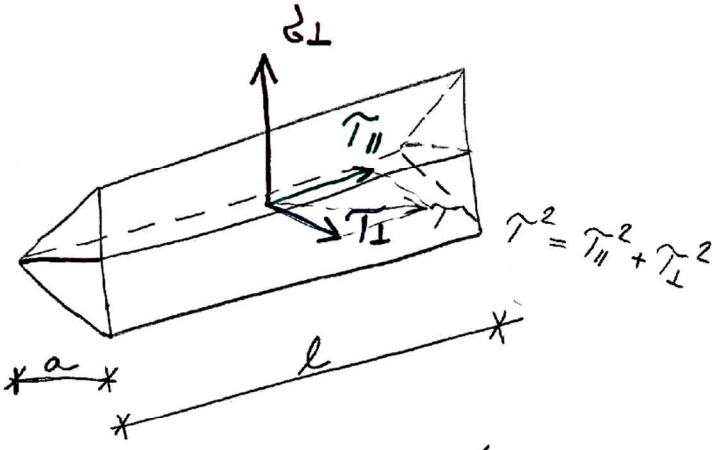


Dle ČSN 731401 musí svar vyhovět současně dvěma podmínkám

$$\sqrt{\sigma_\perp^2 + 3\tau_\perp^2 + 3\tau_\parallel^2} \leq \frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{Mw}} \qquad \left(\sqrt{\sigma^2+3\tau^2} \leq R_d\right)$$

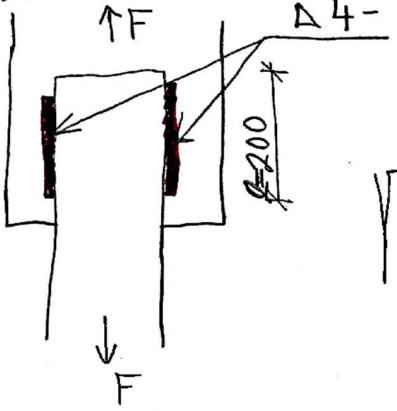
$$\sigma_\perp^2 \leq \frac{f_u}{\gamma_{Mw}}$$

pro ocel S235 je $f_u = 360$ MPa
$\beta_w = 0{,}8$
$\gamma_{Mw} = 1{,}5$
tedy $\frac{f_u}{\beta_w \cdot \gamma_{Mw}} = 300$ MPa



Předpokládá se porušení v rovině skříně na ploše $a \cdot l$.

Příklad: Určete únosnost svarového spoje Δ4.



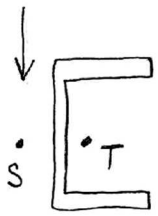
$$\tau_\parallel = \frac{F/2}{a \cdot l}$$

$a = 4$ mm
$l = 200$ mm

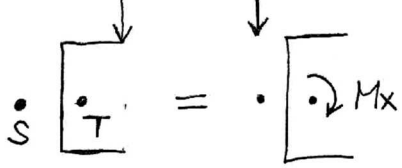
$$\sqrt{3 \cdot \left(\frac{F/2}{0{,}004 \cdot 0{,}2}\right)^2} \leq 300 \text{ MPa}$$

$$F = \frac{2 \cdot 300\text{MPa} \cdot 0{,}004 \cdot 0{,}2}{\sqrt{3}} = 277 \text{ kN}$$

Střed smyku

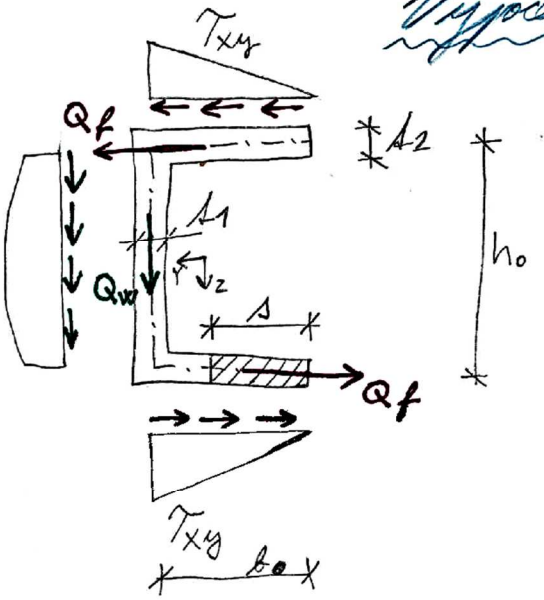


Pokud nemá být prut kroucen, musí výslednice vnějších sil procházet středem smyku!
V opačném případě je průřez ještě navíc namáhán kroucením.



V dvojnásobně symetrickém průřezu je střed smyku totožný s těžištěm průřezu. Průřez s jednou osou symetrie má střed smyku na této ose, ale není totožný s těžištěm průřezu.

Výpočet středu smyku



- statický moment oddělené části pásnice

$$S_y = A_2 \cdot s \cdot \frac{h_0}{2}$$

- napětí v pásnici

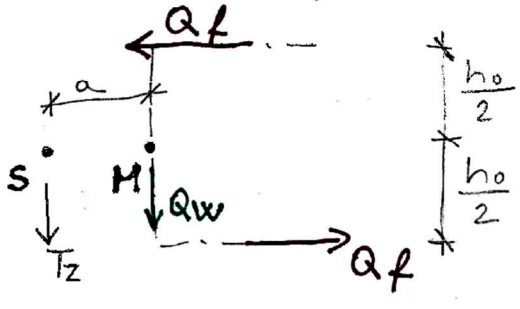
$$\tau_{xy} = \frac{T_z \cdot S_y}{I_y \cdot A_2} = \frac{T_z \cdot h_0}{2 \cdot I_y} \cdot s$$

- síla Q_f

$$Q_f = \int_0^{b_0} \tau_{xy} \cdot A_2 \, ds = \frac{T_z \cdot h_0}{2 I_y} \cdot A_2 \cdot \int_0^{b_0} s \, ds =$$

$$= \frac{T_z \cdot h_0}{2 I_y} \cdot A_2 \cdot \left[\frac{s^2}{2}\right]_0^{b_0} = \frac{T_z \cdot A_2 \cdot b_0^2 \cdot h_0}{4 I_y}$$

- Ze silové podmínky $\Sigma F_z = 0$ musí platit $Q_w = T_z$
- Momentová podmínka k bodu S. $\Sigma M_x = 0$. Hledáme takovou pozici vnější síly T_y tak, aby $\Sigma M_x = 0$.

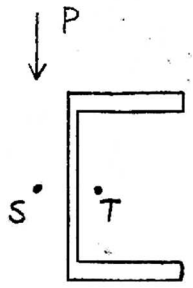


$$Q_w \cdot a = Q_f \cdot h_0$$

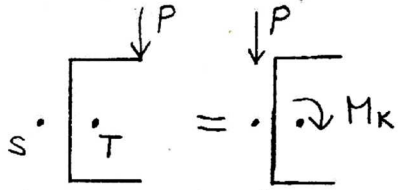
$$a = \frac{Q_f \cdot h_0}{T_z} = \frac{A_2 \cdot b_0^2 \cdot h_0^2}{4 I_y}$$

$$\boxed{a = \frac{A_2 \cdot b_0^2 \cdot h_0^2}{4 I_y}}$$

Střed smyku

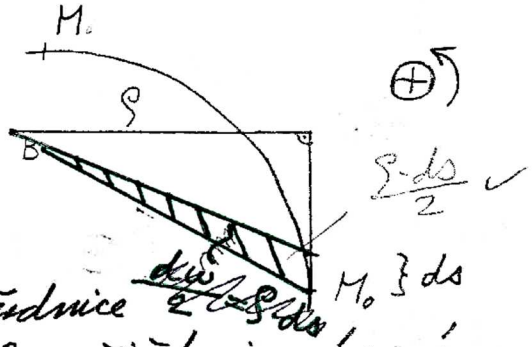


Pokud síla P prochází středem smyku je průřez namáhán pouze ohybem. V opačném případě je průřez ještě navíc namáhán kroucením



V dvojnásobně symetrickém průřezu je střed smyku totožný s těžištěm průřezu. Průřez s jednou osou symetrie má střed smyku na této ose, ale není totožný s těžištěm průřezu

Výpočet středu smyku

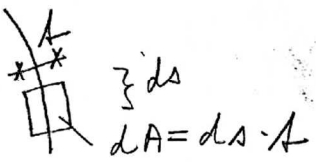


Výsečová souřadnice bodu M je rovna dvojnásobku plochy výseče, kterou opíše průvodič ρ, pohybuje-li se z počátku M_0 proti chodu hodinových ručiček do bodu M. Výsečová souřadnice vyhovující ze smyslu chodu hodinových ručiček je záporná.

(1) $$\omega = \int_{M_0}^{M} \rho \, ds$$ dvojnásobek plochy výseče (M_0, M, S)

Výsečový moment setrvačnosti

$$I_\omega = \int_A \omega^2 \, dA \qquad [m^6]$$



Výsečový statický moment

$$S_\omega = \int_A \omega \, dA \qquad [m^4]$$

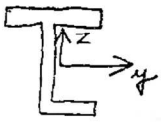
Výsečové deviační momenty

$$I_{\omega y} = \int_A \omega \cdot z \, dA \qquad [m^5]$$

(2) $$I_{\omega z} = \int_A \omega \cdot y \, dA \qquad [m^5]$$

https://www.youtube.com/watch?v=f08Y39UiC-o

Jestliže y, z jsou těžištní osy pak



$$y_{cs} = \frac{I_{y\omega_B} \cdot I_z - I_{z\omega_B} \cdot D_{yz}}{I_y I_z - D_{yz}^2} + y_b = \alpha_y + y_b$$

$$z_{cs} = \frac{I_{y\omega_B} D_{yz} - I_{z\omega_B} \cdot I_y}{I_y I_z - D_{yz}^2} + z_b = \alpha_z + z_b$$

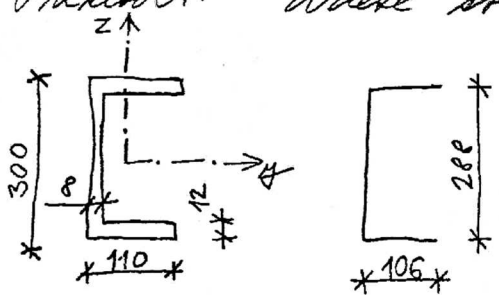
y_b, z_b ... souřadnice pomocného bodu B, od kterého integrujeme a odměřujeme souřadnice středu smyku

D_{yz} ... deviační moment

V případě, že osy y, z jsou hlavní centrální osy setrvačnosti ($D_{yz} = 0$) je možno střed smyku určit takto: $\alpha_y = \frac{I_{y\omega_B}}{I_y}$ $\quad \alpha_z = -\frac{I_{z\omega_B}}{I_z}$



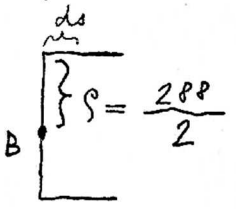
Příklad 1: Určete střed smyku u profilu U



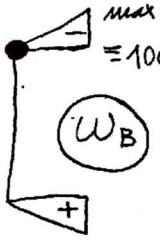
$$I_y = 2 \cdot \left(\frac{1}{12} \cdot 110 \cdot 12^3 + 144^2 \cdot 12 \cdot 110\right) + \frac{1}{12} 8 \cdot 276^3 = 6{,}879 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$$

$$A = 2 \cdot 12 \cdot 110 + 8 \cdot 276 = 4848 \text{ mm}^2$$

Podle vztahu (1) určíme průběh výsečové souřadnice ω od zvoleného počátku B.



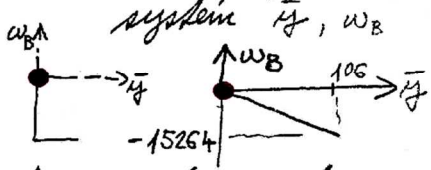
$\rho = \frac{288}{2}$ na posnicích je ρ = konst.



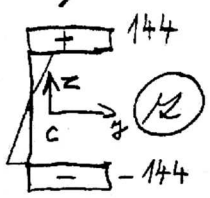
max = −15264 = = 106 · 288/2

$\omega_{11} = \int_0^{106} 144 = 144 \cdot 106$

Zvolme pomocný souř. systém $\bar{y}$, ω_B



Ve vztahu 2 budeme potřebovat integrovat součin funkce ω s funkcí z. Proto si vyneseme průběh z po střednici průřezu.



$$I_{y\omega_B} = \int_A \omega_B \cdot z \, dA = 2 \cdot \int_{138}^{150} \left[\int_0^{106} -144 \cdot \bar{y} \cdot 144 \cdot d\bar{y}\right] dz =$$

$$= 2 \cdot \int_{138}^{150} \left[\frac{-144 \cdot \bar{y}^2 \cdot 144}{2}\right]_0^{106} dz = -\int_{138}^{150} 232{,}989 \cdot 10^6 \, dz =$$

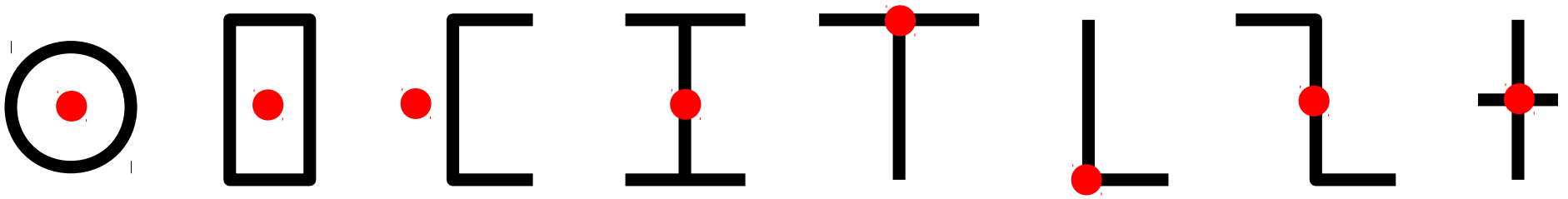
$$= -232{,}989 \cdot 10^6 \left[150 - 138\right] = -2{,}796 \cdot 10^9 \text{ mm}^5$$

$$\alpha_y = \frac{I_{y\omega_B}}{I_y} = \frac{-2{,}796 \cdot 10^9 \text{ mm}^5}{6{,}879 \cdot 10^7 \text{ mm}^4} = -40{,}645 \text{ mm}$$

$$a = \frac{12 \cdot 106^2 \cdot 288 \rho^2}{4 \cdot 6{,}879E7} = 40{,}6436 \text{ mm}$$

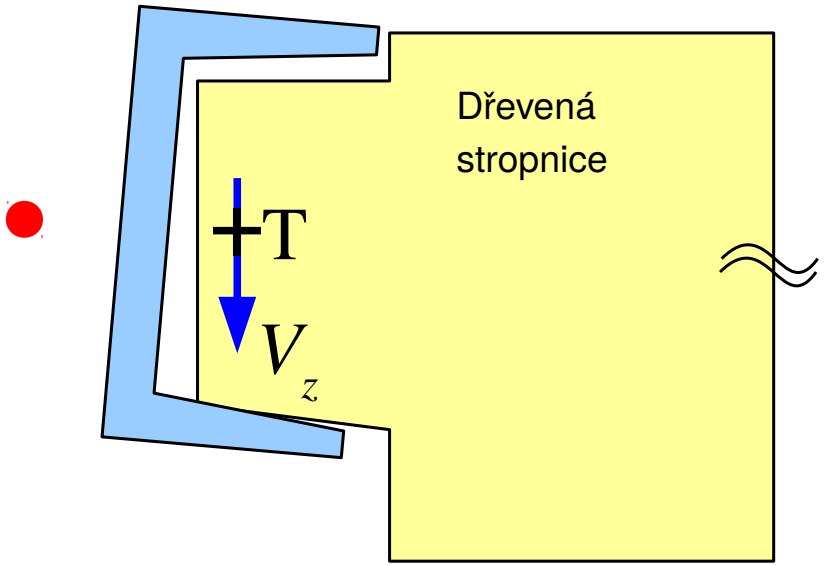
Střed smyku na tenkostěnných průřezech

- U symetrických průřezů leží C_s na ose symetrie



- Uložení dřevěné stropnice na U profil

Dochází ke kroucení U profilu, i když reakce prochází těžištěm.



Varianta bez kroucení U profilu.

