

ZÁKLADY STAVEBNÍ MECHANIKY

BDA001

Statika rovinných soustav těles složených z hmotných bodů a tuhých desek, statická a kinematická určitost (rovněž u příhradové konstrukce z druhé přednášky). Obecná metoda řešení rovinných soustav těles rozkladem na dílčí tělesa, reakce a vnitřní síly. Trojkloubový lomený nosník.

Zdeněk Kala

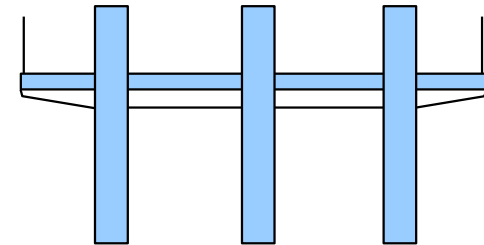
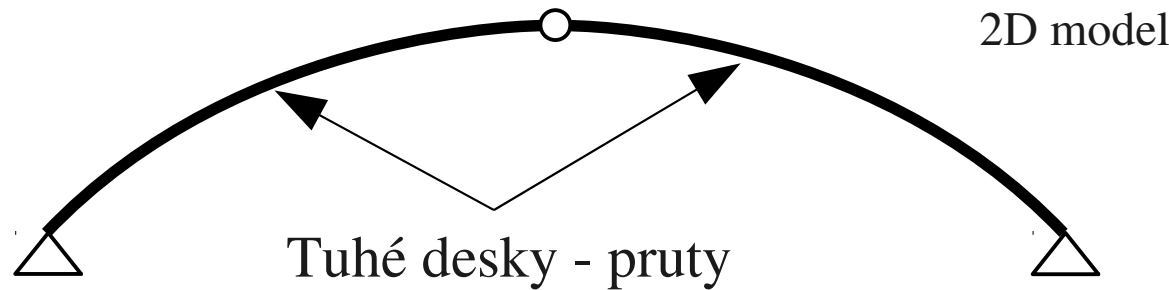
Maloměřický most s mezilehlou mostovkou, Brno

tři paralelní trojkloubové oblouky, rozpětí 33 m, 1928

https://drive.google.com/file/d/1Qe9k7Wcf_bDaP3xhmOTDG3WePe2TbqqC/view?usp=sharing

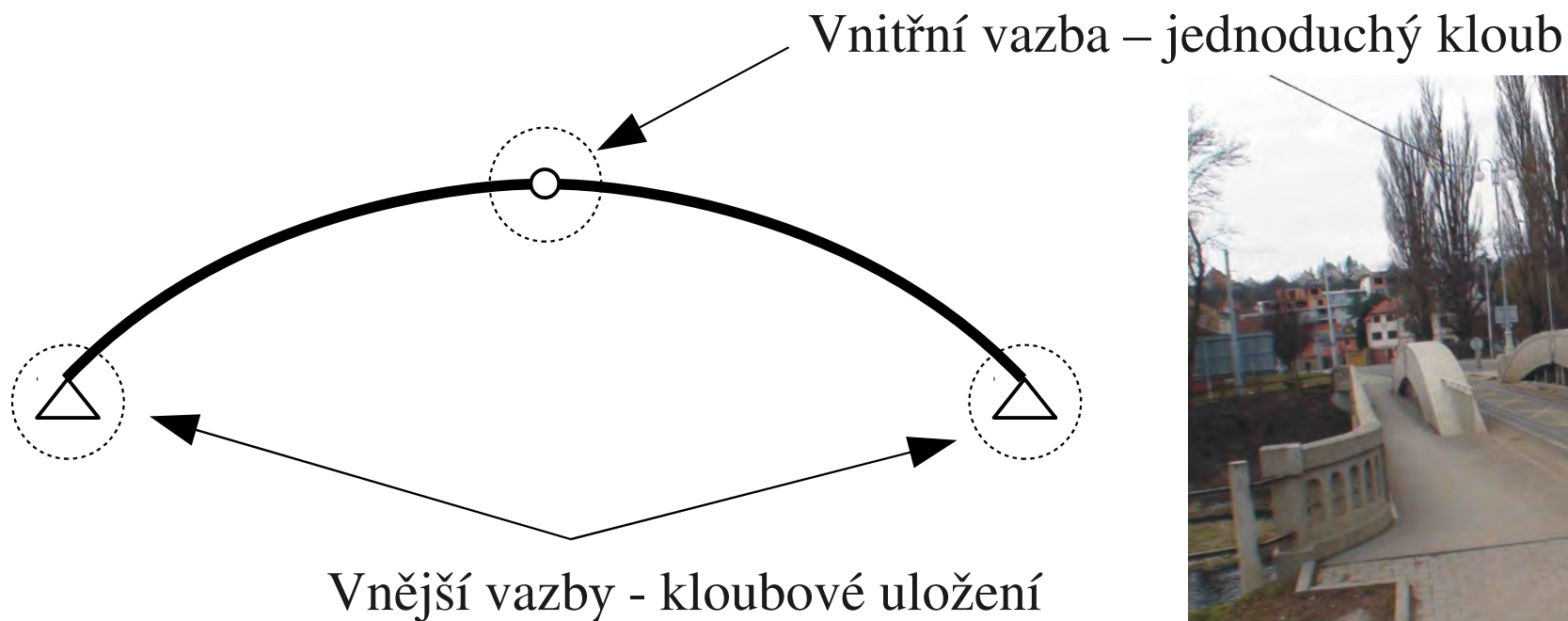


Trojkloubový nosník



Vnější vazby – spojují soustavu s podkladem

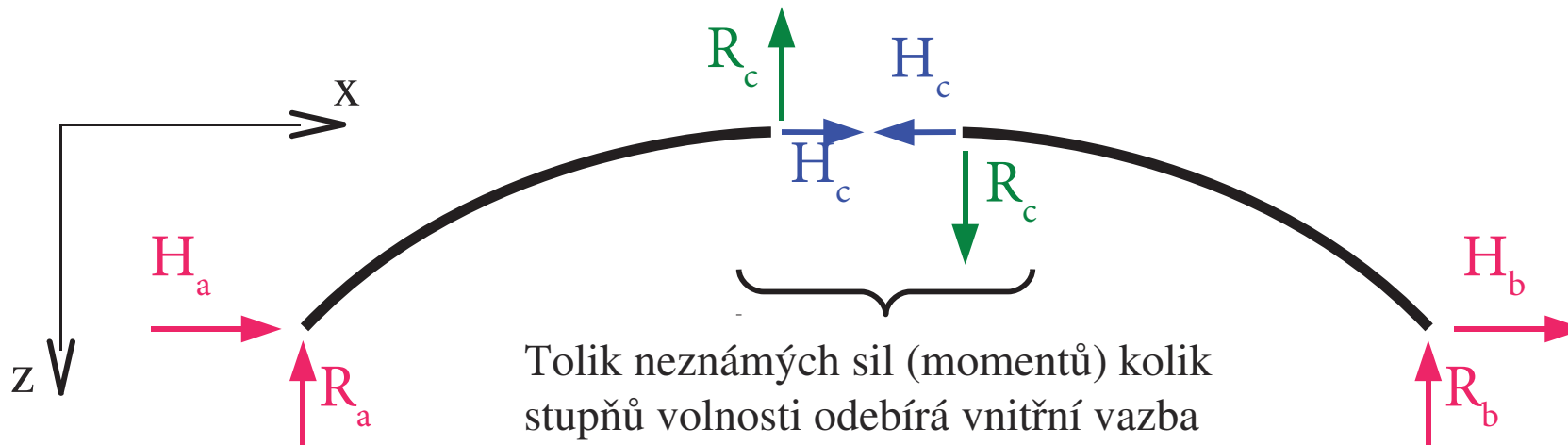
Vnitřní vazby – spojují jednotlivé prvky navzájem (klouby, kyvné pruty, táhla...)



Výpočet reakcí složených soustav

Uvolníme všechny vnitřní a vnější vazby a účinky vazeb nahradíme příslušnými silami (momenty).

Složená soustava se tak rozpadne na jednotlivé části, u vnitřních vazeb platí princip akce a reakce (jsou v rovnováze).



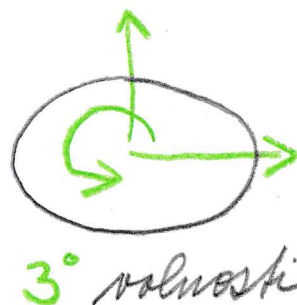
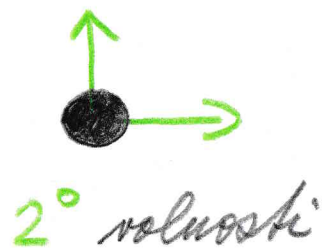
Konstrukce je ve statické rovnováze tehdy, když je v rovnováze každá její část.

Statické podmínky lze použít na jednotlivých částech i na celé konstrukci.

Počet nezávislých statických podmínek rovnováhy je $3+3=6$.

Statika rovinných soustav těles složených z hmotných bodů a tuhých desek

Hmotný bod

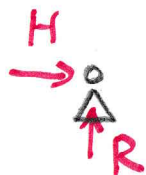


Tuhá deska

VNĚJŠÍ VAZBY



Odebírá
 1° volnosti

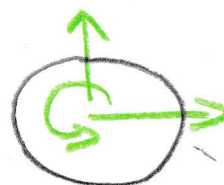
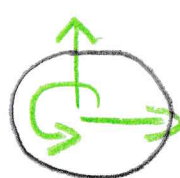


2° volnosti



3° volnosti

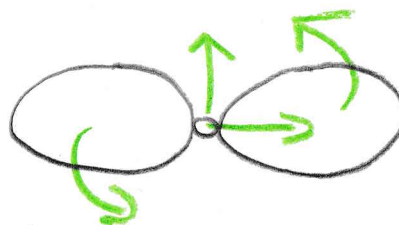
VNITŘNÍ VAZBY SYSTÉMU



Má
 6°

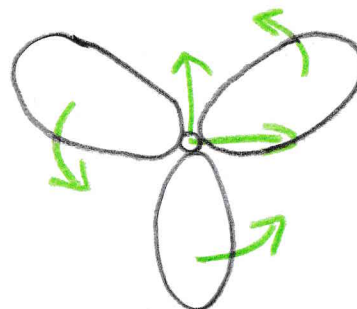
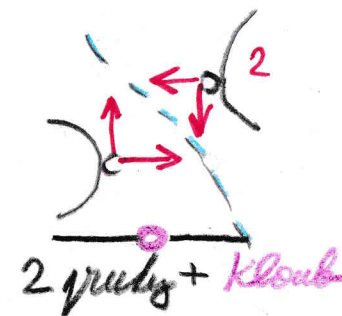
Odebírá
 0°

VNITŘNÍ
KLOUB



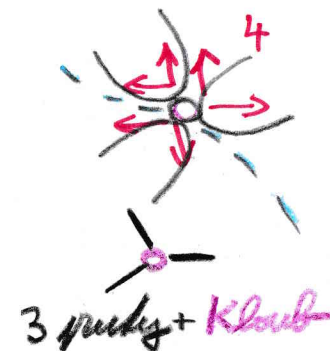
4°

2°



5°
 $9 - 4 = 5^\circ$

4°



Statika rovinných soustav těles složených z hmotných bodů a tuhých desek

Složená rovinná soustava je jako celek v rovnováze, když je v rovnováze každá její část.

Akce a reakce (zatížení) každého hmotného bodu a každé tuhé desky (prutu) složené soustavy musí tvořit rovnovážnou soustavu sil.

Stupně volnosti: $\nu = 2b + 3d$

Vazby

$$a = a_1 + 2a_2 + 3a_3 + 2 \cdot \sum_{m=3,4..} (m-1) \cdot k_m$$

Soustava je staticky a kinematicky určitá (nehybná) když počet stupňů volnosti soustavy je roven počtu stupňů volnosti zrušených vnějšími a vnitřními vazbami:

STATICKY URČITÁ:

$$\nu = a$$

b ... počet hmotných bodů

d ... počet desek (prutů)

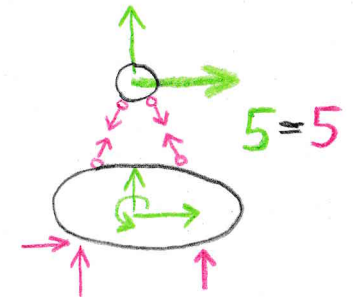
a_1 ... počet jednonásobných vazeb (1)

a_2 ... počet dvojnásobných vazeb (2)

a_3 ... počet trojnásobných vazeb (3)

k_m ... počet vnitřních kloubů spojujících $m \geq 2$ desek (prutů)
(s každým přidáním prutu + 2 vnitřní vazby)

Podmínka: determinant soustavy $D \neq 0$



VNITŘNÍ KLOUBY

$V < a$ staticky neurčitá a kinematically přeurčitá soustava

~~$V > a$ kinematically neurčitá (pohyblivá) soustava nebo~~

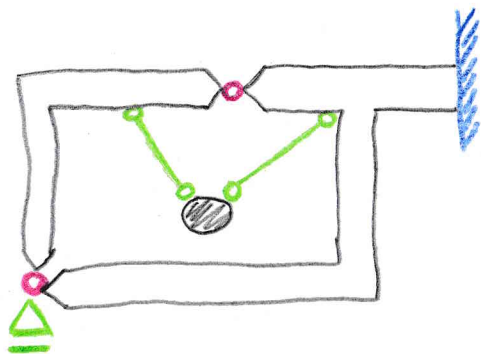
—○— dvojnásobná $m=2$; $k_m=1$; $V=2 \cdot (2-1) \cdot 1=2$

—○— třínásobná $m=3$; $k_m=1$ $V=2 \cdot (3-1) \cdot 1=4$

—○— šestinásobná $m=4$; $k_m=1$ $V=2 \cdot (4-1) \cdot 1=6$

—○— dvojnásobná $m=2$; $k_m=1$ $V=2 \cdot (2-1) \cdot 1=2$

Příklad:



$$2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 < 3 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 + 0$$

$$8 < 10$$

2SN ... staticky neurčitá a kinematically přeurčitá soustava (systém)

Statika hmotných objektů a složený soustav

Podkladní pojmy

Volný hmotný objekt - není se s ním polybu omezen.

Vázané nebo vedené objekty - polyb je omezen nebo veden.

Polyb je měřeno omezen nebo ^{ne} ~~snemožnit~~ vedením nebo vazbami, které působí na objekt určitými silami, prv. reakcemi.

Vázaný hmotný objekt je v rovnováze jen tehdy, když vnější síly (vážení - akce) jsou v rovnováze s druhodržnými silami (prv. reakcemi).

Stupně volnosti - možnost objektu pohnout se v daném směru nebo potáhnout se kolem dané osy.

Volný objekt má tolik stupňů volnosti

- kolika vzájemně nezávislými polyby (translace, rotace) lze přemístit objekt do předem dané polohy v prostoru.
- kolika vzájemně nezávislými parametry je určena jeho poloha v prostoru (v rovině)

Pro výpočet reakcí je nutno objekt uvolnit z vazeb, což znamená odstranit všechny vazby a jejich účinek na objekt nahradit příslušnými reakcemi.

Pro vzniklou rovnovážnou soustavu se lze v náležitosti na typy silové soustavy pát v statických podmínkách rovnováhy. Neznámé veličnosti složek reakcí a je možno jednoznačně určit z v statických podmínkách rovnováhy jen když:

• $n = a$ (1)

a determinant příslušné soustavy rovnic je $D \neq 0$. V takovém případě je podepřen objektu staticky určitě (SU), neboť počet neznámých složek reakcí razeb je roven počtu neznámých statických podmínek rovnováhy. Rovnice (1) je rovnicí statické určitosti a kinematické určitosti objektu.

• $n < a$... staticky neurčitě podepřen, ^(SN) u kterého je počet reakcí větší než počet rovnic rovnováhy. Těleso je pároven kinematicky přeuvřitě (KP).

Stupň statické neurčitosti je dán vztahem

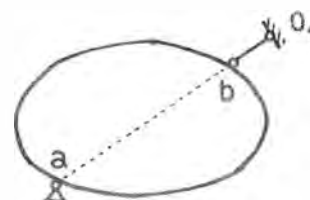
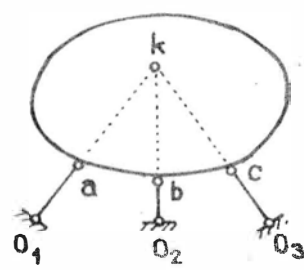
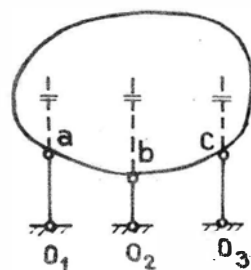
• $s = a - n$

• $n > a$... staticky přeuvřitě podepřen, ^(SP) počet složek rovnováhy je větší než počet neznámých složek reakcí. Objekt je kinematicky neurčitě (KN) - jedná se o mechanismus.

VÝJIMKOVÉ PŘÍPADY PODEPŘENÍ TUHÉ DESKY V ROVINĚ

Nepodaří-li se nám podporovými vazbami v počtu, který při vhodném uspořádání stačí k pevnému podepření tuhé desky v rovině, zrušit všechny stupně volnosti v šetřované desky, pak dochází k pohybům desky, ať už virtuálním nebo konečným veličinám. Je tomu zejména u tuhé desky v rovině podepřené:

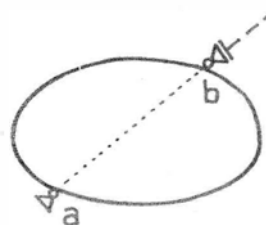
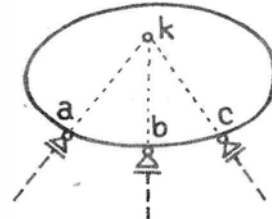
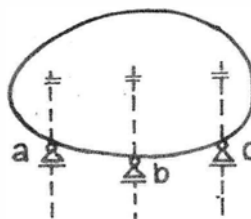
- třemi jednonásobnými vazbami, např. třemi kyvnými pruty (obr. 145), resp. třemi suvnými klouby (obr. 146), jejichž osy resp. paprsky reakcí se protínají v jednom bodě;
- jednou vazbou dvojnásobnou a jednonásobnou, např. pevným kloubem a kyvným prutem (obr. 147) resp. pevným a posuvným kloubem (obr. 148), jestliže osa kyvného prutu resp. paprsek reakce posuvného kloubu prochází pevným kloubem.



Obr. 147

k ... virtuální kloub

Obr. 145



Obr. 148

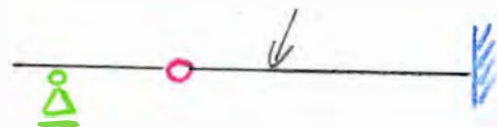
Obr. 146

Takové případy podepření nazýváme výjimečnými a jsou ve stavební praxi nežádoucí, neboť reakce vazeb vycházejí u nich buď nekonečně velké, a nebo se nedají jednoznačně určit. Při analytickém řešení reakcí vazeb se výjimečnost podepření projeví tím, že determinant soustavy tří lineárních rovnic – statických podmínek rovnováhy (64) nebo (65) pro určení složek reakcí vazeb je roven nule.



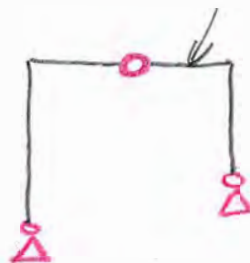
$$3 \cdot 1 \neq 1 + 3 \cdot 1$$

$$3 < 4 \quad \underline{\underline{1SN}}$$



$$3 \cdot 2 = 1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1$$

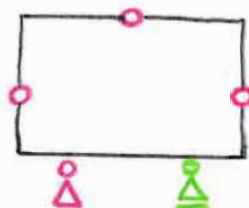
$$6 = 6 \quad \underline{\underline{SU}}$$



$$3 \cdot 2 = 2 \cdot 3$$

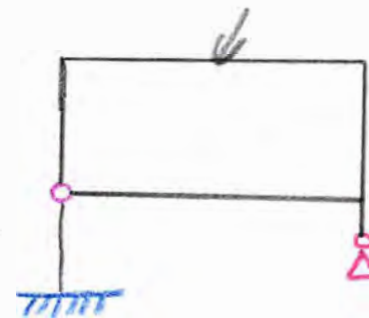
$$6 = 6 \quad \underline{\underline{SU}}$$

STATICKY A
KINEMATICKY URČITÝ



$$3 \cdot 3 = 1 + 2 \cdot 4$$

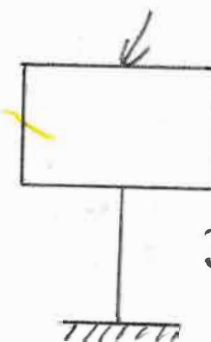
$$9 = 9 \quad \underline{\underline{SU}}$$



$$3 \cdot 2 \neq 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 2 \cdot (3 - 1)$$

$$6 < 9$$

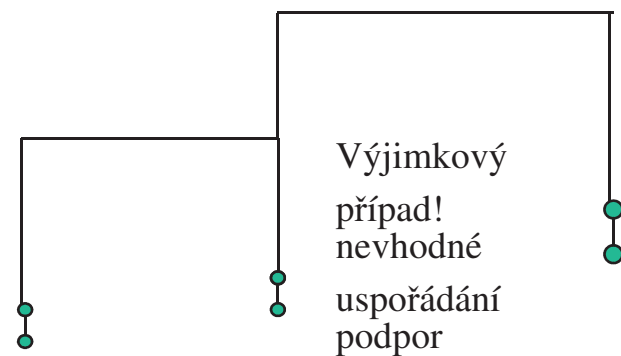
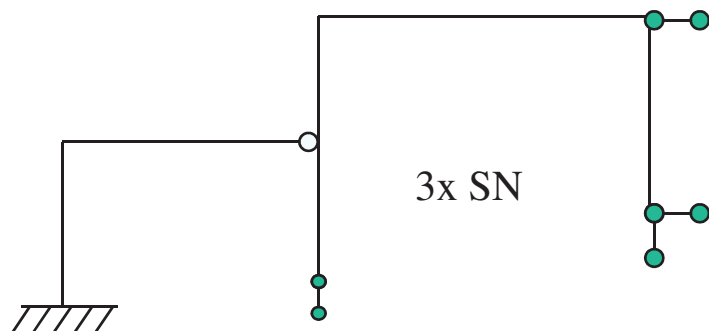
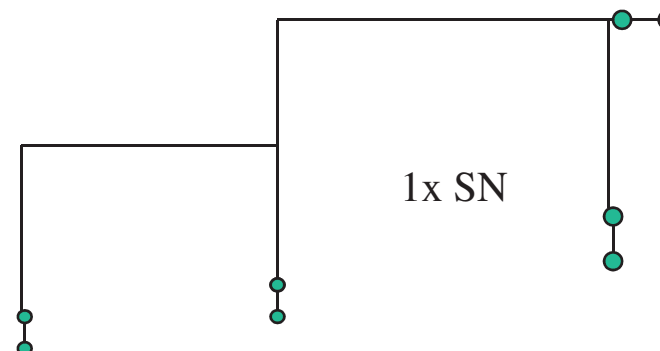
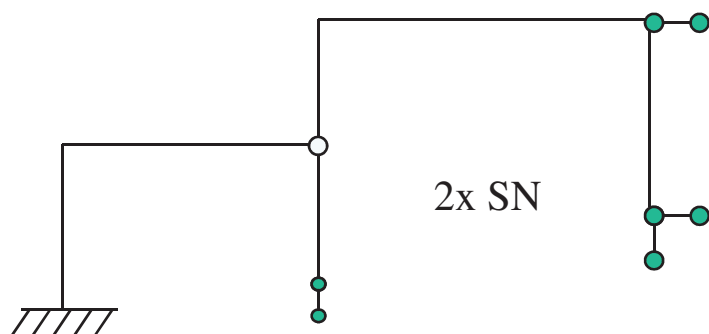
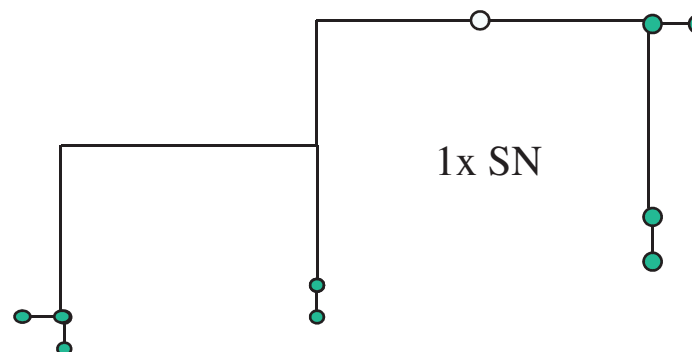
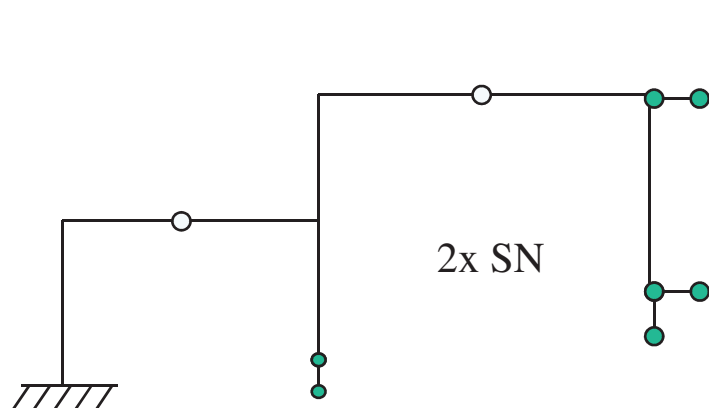
RAM JE 3SN - Z TOHO
2x ZEVNĚ A 1x VNITŘNĚ



VIZ STATIKA II

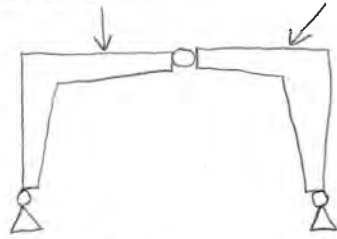
3SN

Další příklady

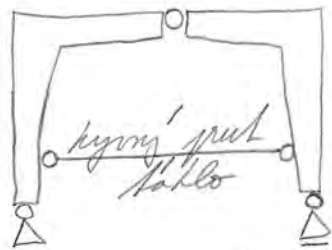


Základní typy složených porinných soustav

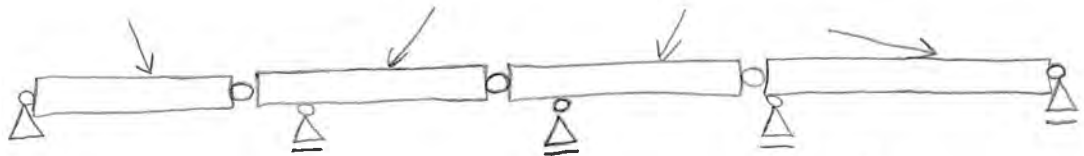
a) trojklaubová desková soustava (bez táhla)



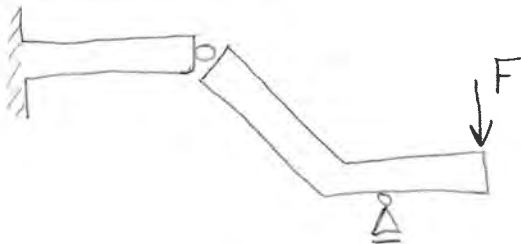
b) trojklaubová desková soustava s táhlem



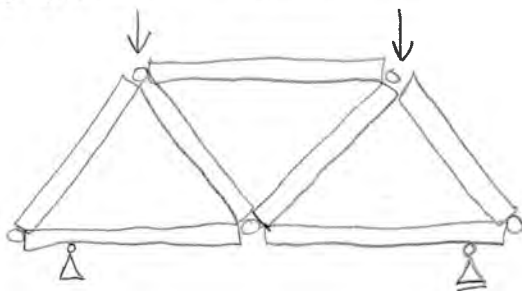
c) Gerberův nosník (složená desková soustava s vnitřními klouby v jedné přímce)



d) otečná složená desková soustava



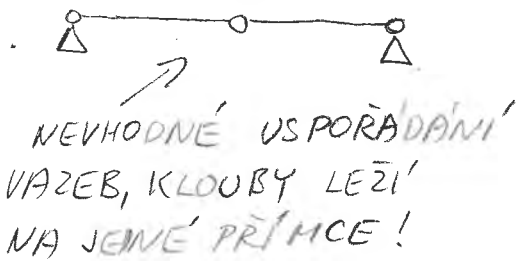
e) porinná klaubová desková soustava



Trojklaukový nosník

Je to složená rovinná soustava složená ze dvou stejných desek libovolného tvaru navzájem spojených kloubem.

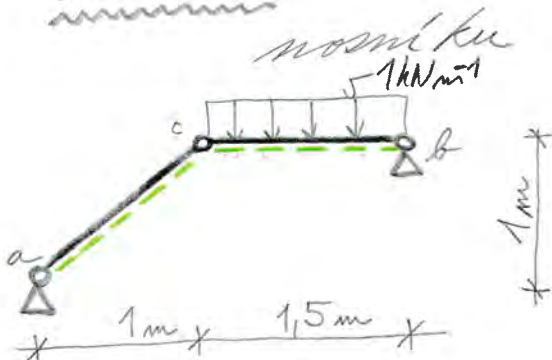
Nemá-li nosník výjimkový případ podepření nesmí klouby ležet na jedné přímce.



Př: Trojklaukový oblouk je staticky a kinematically určitý, protože

$$3 \cdot 2 = 2 \cdot 3 \quad \checkmark$$

Příklad: Vypočítejte N , V , M trojklaukového lomeného



- reakce

Máme 6 neznámých složek reakcí, R_{ax} , R_{az} , R_{bx} , R_{bz} pro vnější klouby a R_{cx} , R_{cz} pro vnitřní kloub.

Napišeme pro levou a pravou část nosníku volašik podmínek rovnováhy tedy $2 \times 3 = 6$ podmínek.

$$1) \sum F_{ix} = 0 \quad 2) \sum F_{iz} = 0 \quad 3) \sum M_{ia} = 0$$

$$2) \sum F_{ix} = 0 \quad 2) \sum F_{iz} = 0 \quad 3) \sum M_{ib} = 0$$

Každá rovnice má 2 neznámé, proto volíme rozdějit následující postup

$$1) \sum M_{ib} = 0 \quad 2) \sum M_{ia} = 0 \quad 3) \sum M_{ic} = 0 \quad 4) \sum M_{ic} = 0$$

Z těchto rovnic stanovíme všechny vnější reakce.

$$\sum M_c = 0: -1 \cdot 1,5 \cdot \frac{1,5}{2} + R_{B2} \cdot 1,5 = 0 \Rightarrow R_{B2} = 0,75 \text{ kN}$$

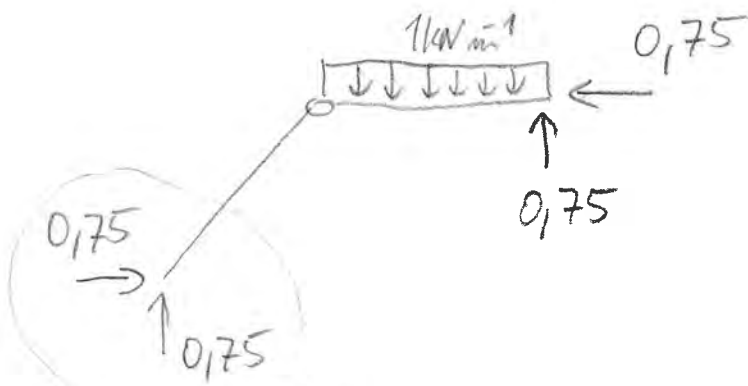
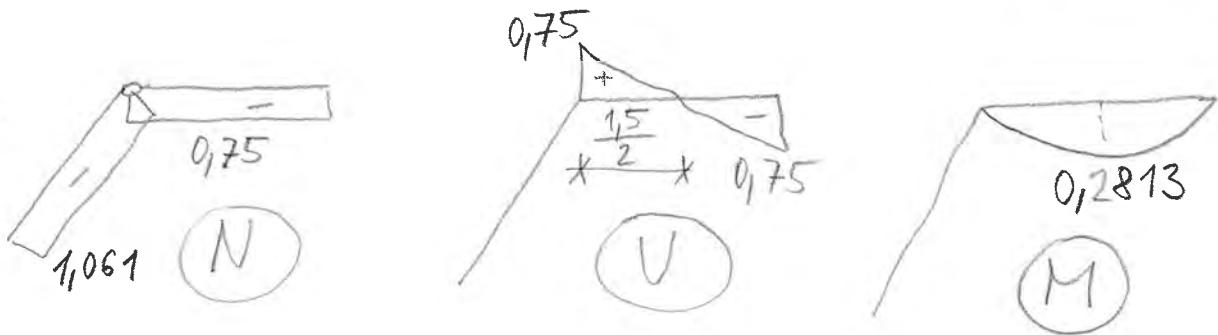
$$\sum M_a = 0: -1 \cdot 1,5 \cdot 1,75 + 0,75 \cdot 2,5 + R_{Bx} \cdot 1 = 0 \Rightarrow R_{Bx} = 0,75 \text{ kN}$$

$$\sum M_c = 0: R_{ax} \cdot 1 - R_{az} \cdot 1 = 0 \Rightarrow R_{ax} = R_{az}$$

$$\sum M_B = 0: -R_{az} \cdot 2,5 + R_{ax} \cdot 1 + 1 \cdot 1,5 \cdot \frac{1,5}{2} = 0$$

$$-R_{az} \cdot 1,5 + \frac{1,5^2}{2} = 0 \Rightarrow R_{az} = 0,75 \text{ kN}$$

$$R_{ax} = R_{az} = 0,75 \text{ kN}$$

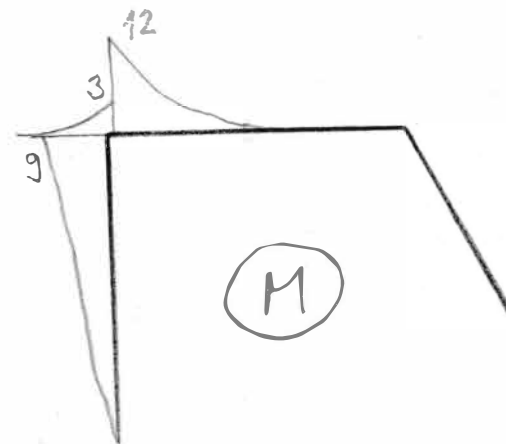
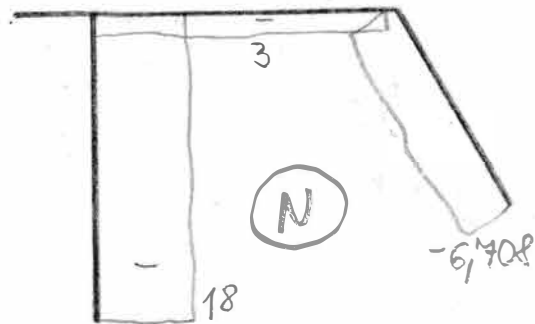
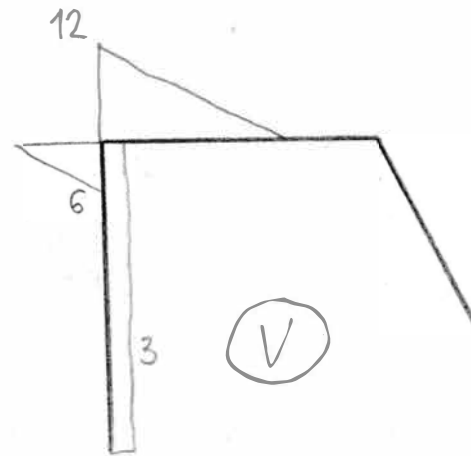
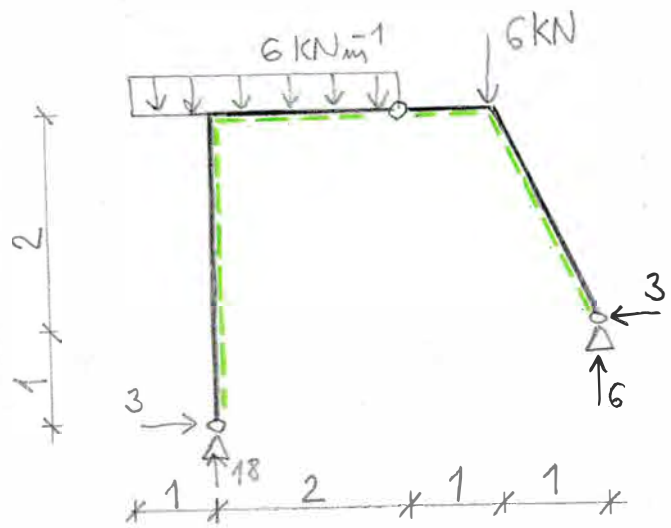


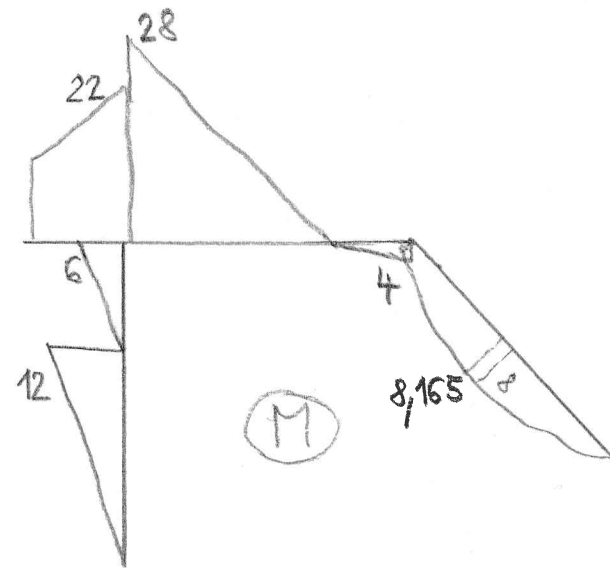
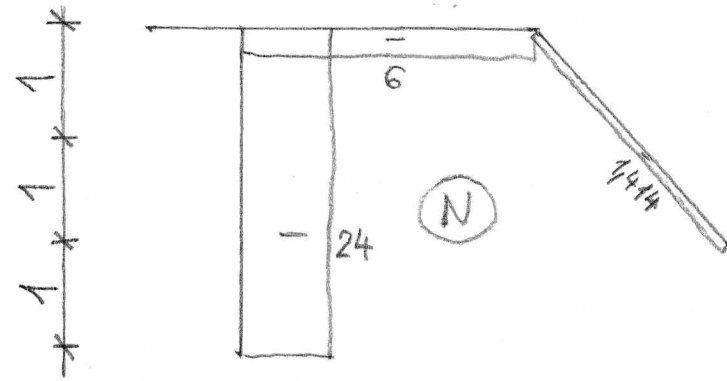
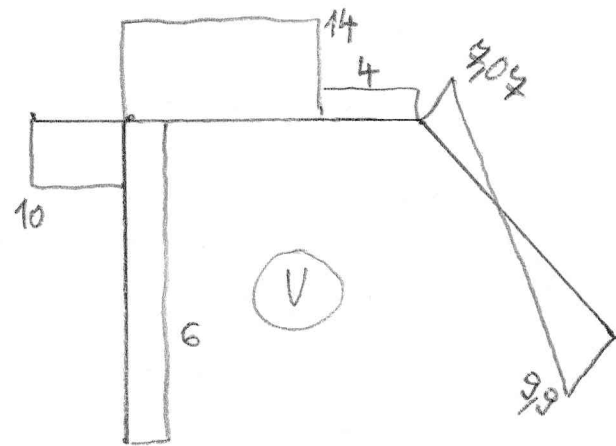
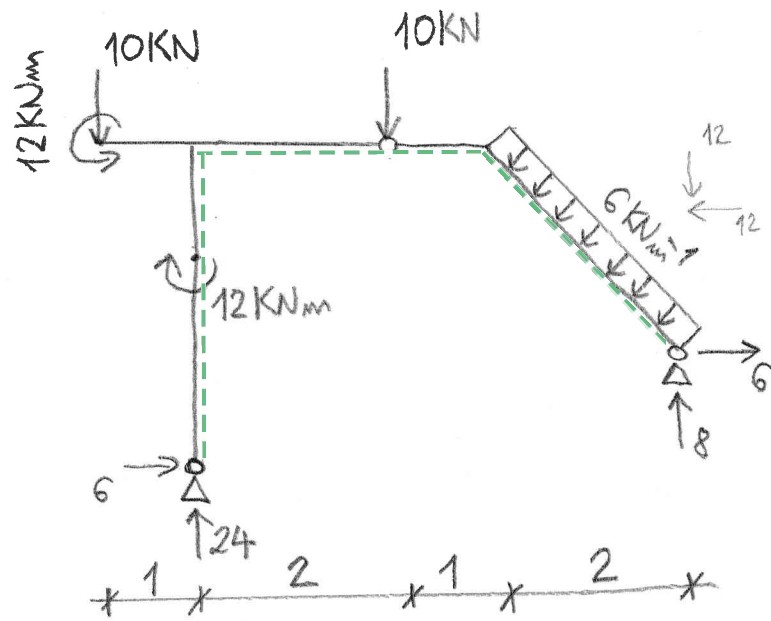
VÝSLEDNICE

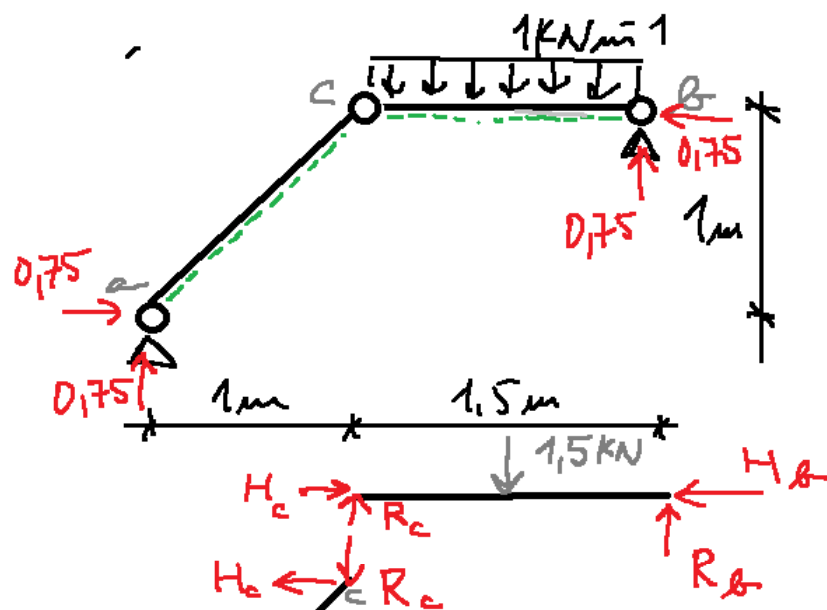
$$\sqrt{0,75^2 + 0,75^2} = 1,061 \text{ kN}$$



NECHÁM JAK JE DOBRÉ PRO VYKRESLOVÁNÍ

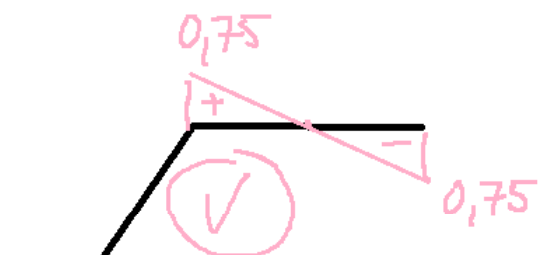
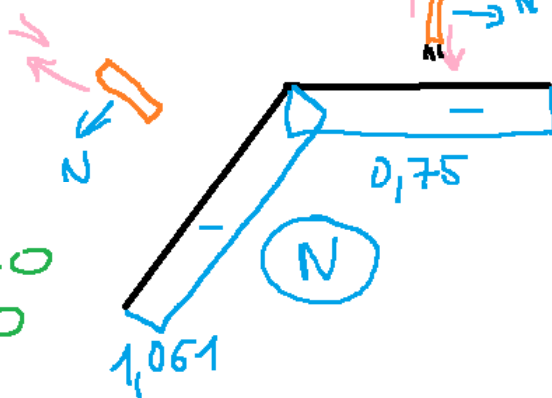






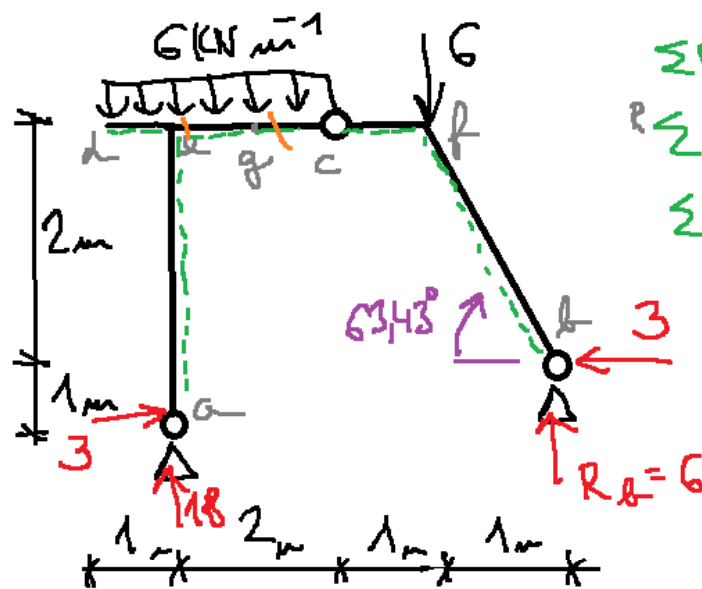
$$\begin{aligned}
 \checkmark \sum M_a = 0 & \quad -1.5 \cdot 1.75 + R_b \cdot 2.5 + H_b \cdot 1 = 0 \\
 \checkmark \sum M_b = 0 & \quad -R_a \cdot 2.5 + H_a \cdot 1 + 1.5 \cdot 0.75 = 0 \\
 \checkmark \sum M_c = 0 & \quad -R_a \cdot 1 + H_a \cdot 1 = 0 \\
 \checkmark \sum M_c = 0 & \quad R_b \cdot 1.5 - 1.5 \cdot 0.75 = 0 \\
 \checkmark \sum F_x = 0 & \quad H_a - H_b = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sum M_a = 0 & \quad -R_c \cdot 1 + H_c \cdot 1 = 0 \\
 \sum M_c = 0 & \quad -R_a \cdot 1 + H_a \cdot 1 = 0 \\
 \sum F_y = 0 & \quad R_a - R_c = 0 \\
 \sum M_c = 0 & \quad -1.5 \cdot 0.75 + R_a \cdot 1.5 = 0 \\
 \sum M_b = 0 & \quad -R_c \cdot 1.5 + 1.5 \cdot 0.75 = 0 \\
 \sum F_x = 0 & \quad H_c - H_b = 0
 \end{aligned}$$

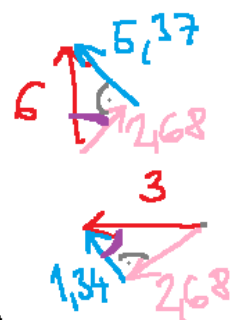
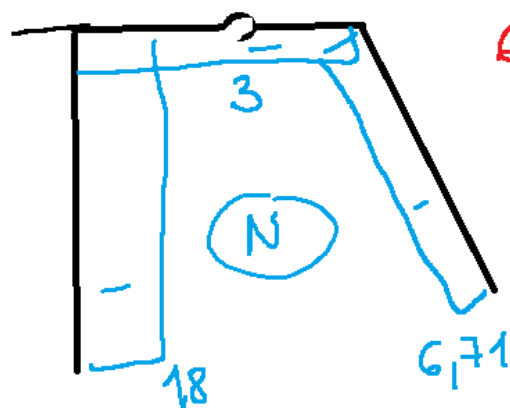
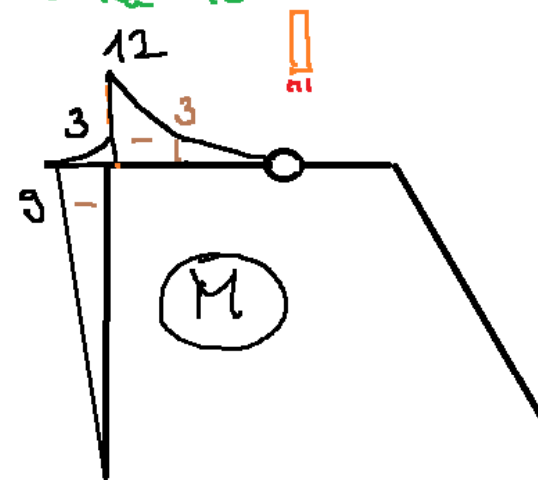
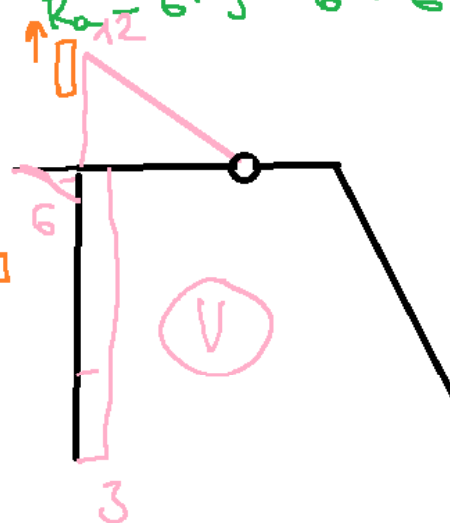


$$\begin{aligned}
 M_{max} &= 0.75 \cdot 0.75 - 1.061 \cdot \frac{0.75}{2} \\
 &= 0.2813 \text{ kNm}
 \end{aligned}$$





$$\begin{aligned} \sum M_a &= 0 & -6 \cdot 3 \cdot 0,5 - 6 \cdot 3 + R_b \cdot 4 + H_b \cdot 1 &= 0 \\ \sum M_c &= 0 & -6 \cdot 1 + R_d \cdot 2 - H_b \cdot 2 &= 0 \\ \sum F_x &= 0 & R_a - 6 \cdot 3 - 6 + 6 &= 0 \Rightarrow R_a = 18 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} H_b = 3 \\ R_b = 6 \end{array} \right\}$$



$$M_g = +18 \cdot 1 - 3 \cdot 3 - 6 \cdot 2 \cdot 1 = -3$$