

# ZÁKLADY STAVEBNÍ MECHANIKY

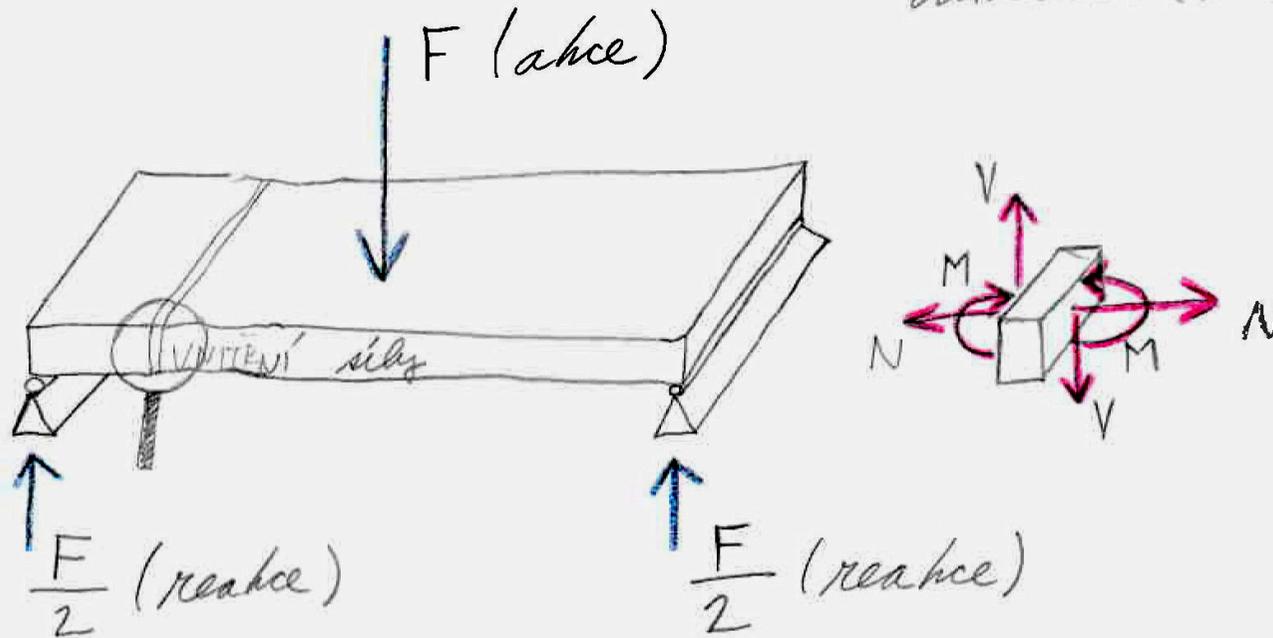
BDA001

Složky výslednice vnitřních sil (N, V, M) přímého rovinně namáhaného prutu. Přímé rovinné staticky určité nosníky a konzoly, zatížení, reakce ve vazbách, výpočet reakcí a vnitřních sil a momentů, diagramy vnitřních sil a momentů.

Zdeněk Kala

# SÍLA – VNITŘNÍ A VNĚJŠÍ

mějčí síla ( působí na těleso zvně ) – akce  
vnitřní síla ( vzniká uvnitř tělesa působením v  
důsledku namáčení ) – reakce





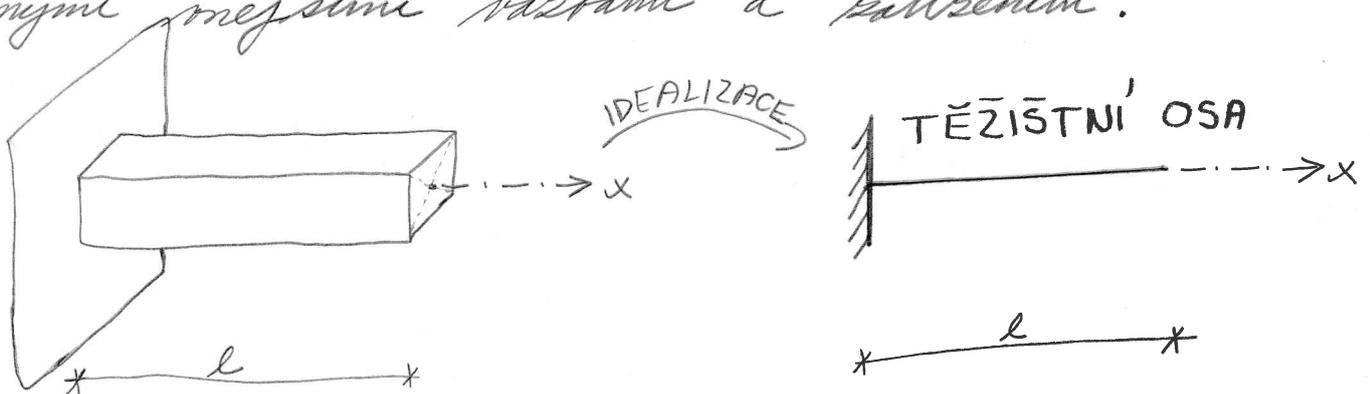
# Rovinný nosník a jeho výpočtový model

Jednoduchý rovinný nosník rozumíme nosný prvek, u kterého jeden delší rozměr  $l$  (délka nosníku) značně převládá nad sly'rajícími rozměry příčnými  $d, h$ ; vše než  $l : d = 10 : 1$ ;  $l : h = 10 : 1$ .

Podle tvaru a polohy střednice dělíme rovinné nosníky na:

- a) přímé (svislé nebo šikmé) 
- b) lomené (rám) 
- c) zakřivené či křivé 
- d) obecně tvaru

Výpočtový model je tvářen střednicí a idealizovanými největšími vztahy a zkrácením.



## Podpěření nosníku

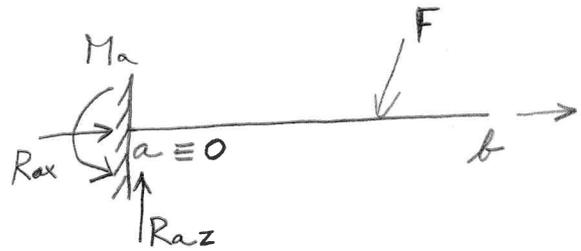
Jednoduchý rovinný nosník bez mířnicích kloubů má tři stupně volnosti. Pro jeho podpěření používáme 5 základních typů největších vazeb.

	Název vazby	Číslo volností	Číslo reakcí se složkami reakcí
1.	Kipný prvek	1	$\uparrow R_a = N_a = R_1$
2.	Posuvný kloub	1	$\triangle R_a$
3.	Neosuvný, pevný kloub	2	$\uparrow R_{ax} \rightarrow R_{ay} \uparrow R_{az}$
4.	Posuvné rezkoucí	2	$\uparrow R_{az} \rightarrow R_{ax}$
5.	Dokonalé rezkoucí	3	$\uparrow R_{az} \rightarrow R_{ax} \curvearrowright M_a$

# Výpočet reakcí vazeb

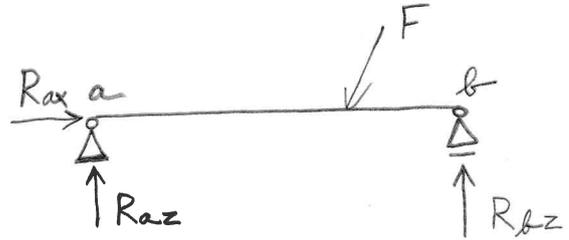
## Konecový nosník

- 1)  $\sum F_{ix} = 0 \dots R_{ax}$
- 2)  $\sum F_{iz} = 0 \dots R_{az}$
- 3)  $\sum M_{ia} = 0 \dots M_a$



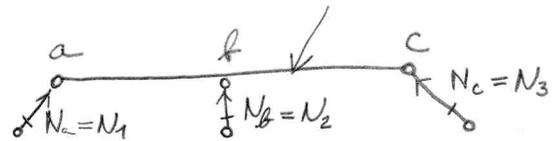
## Prostý nosník

- 1)  $\sum F_{ix} = 0 \dots R_{ax}$
- 2)  $\sum M_{ia} = 0 \dots R_{bz}$
- 3)  $\sum M_{ib} = 0 \dots R_{az}$



## Nosník podepřený v třech bodech

- 1)  $\sum M_{ia1} = 0 \dots N_a = N_1$
- 2)  $\sum M_{ia2} = 0 \dots N_b = N_2$
- 3)  $\sum M_{ia3} = 0 \dots N_c = N_3$



Příklad: Určit reakce prostého nosníku nahrazeného silou  $F$  v bodu  $c$ .

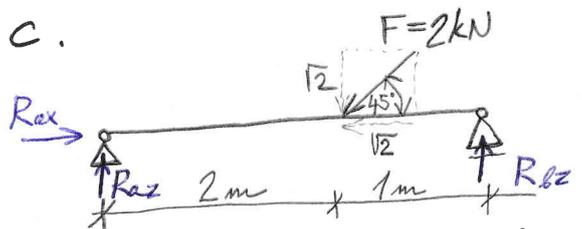
$$1) \sum F_{ix} = 0 \dots R_{ax} - F_x = 0$$

$$R_{ax} = \underline{1,4142 \text{ kN}}$$

$$2) \sum M_{ia} = 0 \dots R_{bz} \cdot 3 - F_z \cdot 2 = 0$$

$$R_{bz} = \frac{1,4142 \cdot 2}{3} = \underline{0,9428 \text{ kN}}$$

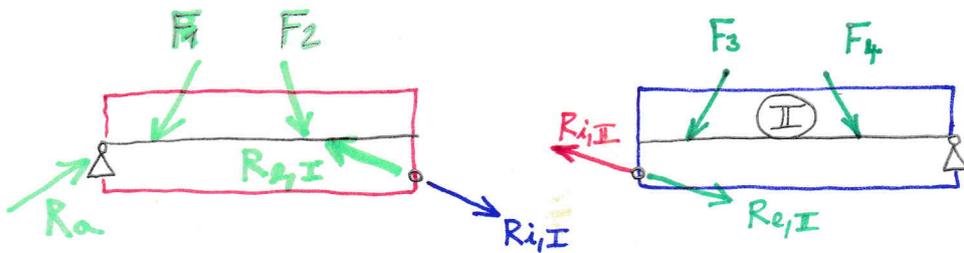
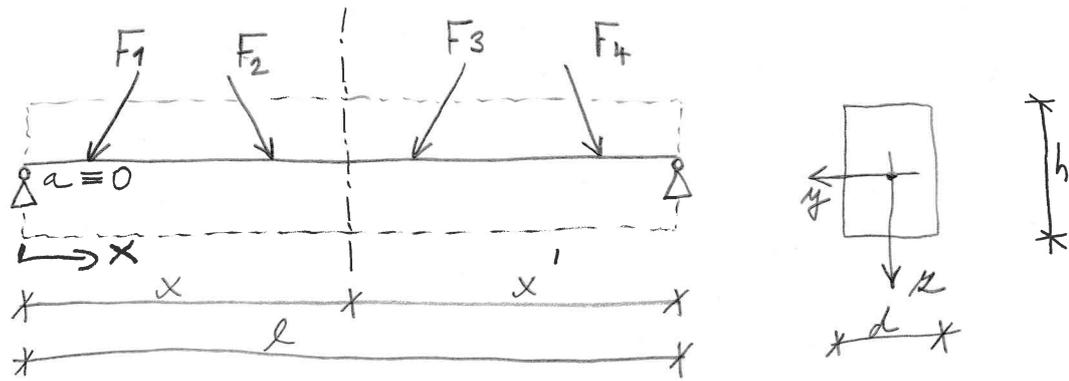
$$3) \sum M_{ib} = 0 \dots -R_{az} \cdot 3 + F_z \cdot 1 = 0 \Rightarrow R_{az} = + \frac{F_z \cdot 1}{3} = \underline{+0,4714 \text{ m}}$$



$$F_x = F \cdot \cos 45^\circ = 1,4142 \text{ kN}$$

$$F_z = F \cdot \sin 45^\circ = 1,4142 \text{ kN}$$

Analýza vnitřních sil na rovinných nosnicích  
Výslednice vnitřních sil



$R_{i,I}$  ... účinek části levé na část pravou, výslednice vnitřních (interních) sil.

$R_{e,I}$  ... výslednice vnějších (externích) sil primárních  $F_3, F_4$  i sekundárních  $R_b$ .

$R_{i,I}$  ... účinek části pravé na část levou, výslednice vnitřních (interních) sil.

$R_{e,I}$  ... výslednice vnějších (externích) sil primárních  $F_1, F_2$  i sekundárních  $R_a$ .

zde o síly rovnovážné:  $R_{i,I} = -R_{e,I}$

$$R_{i,I} = -R_{e,I}$$

Podle zákona akce a reakce:

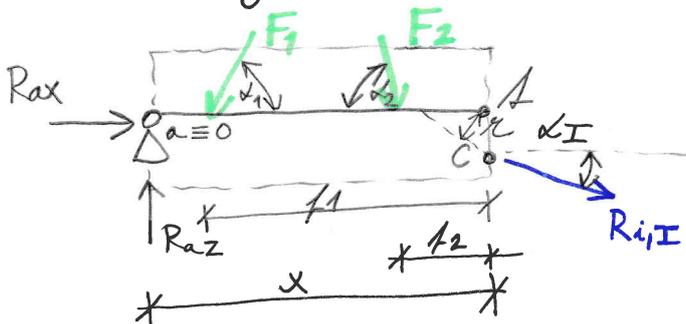
$$R_{i,I} = -R_{i,I} \Rightarrow$$

$$R_{i,I} = R_{e,I}$$

$$R_{i,I} = R_{e,I}$$

$$R_{e,I} = -R_{e,I}$$

Velikost, směr a působíště, např. výslednice  
 vnitřních sil  $R_{i,I}$  části I lze stanovit  
 ze tří statických podmínek rovnováhy rovinné  
 soustavy sil  $F_1; F_2; R_{ax}; R_{az}; R_{i,I}$



$$\begin{aligned}
 1) \quad \sum F_{ix} &= 0 & R_{ax} - F_1 \cdot \cos \alpha_1 + F_2 \cdot \cos \alpha_2 + R_{i,I} \cdot \cos \alpha_I &= 0 \\
 2) \quad \sum F_{iz} &= 0 & -R_{az} + F_1 \cdot \sin \alpha_1 + F_2 \cdot \sin \alpha_2 + R_{i,I} \cdot \sin \alpha_I &= 0 \\
 3) \quad \sum M_{iI} &= 0 & -R_{az} \cdot x + F_1 \cdot \sin \alpha_1 \cdot f_1 + F_2 \cdot \sin \alpha_2 \cdot f_2 + R_{i,I} \cdot r &= 0
 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow 1) \Rightarrow R_x = R_{i,I} \cdot \cos \alpha_I = -R_{ax} + F_1 \cdot \cos \alpha_1 - F_2 \cdot \cos \alpha_2$$

$$\Leftrightarrow 2) \Rightarrow R_z = R_{i,I} \cdot \sin \alpha_I = R_{az} - F_1 \cdot \sin \alpha_1 - F_2 \cdot \sin \alpha_2$$

$$\Leftrightarrow 3) \Rightarrow M_A = R_{i,I} \cdot r = R_{az} \cdot x - F_1 \cdot \sin \alpha_1 \cdot f_1 - F_2 \cdot \sin \alpha_2 \cdot f_2$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_z^2} \quad \cos \alpha_I = \frac{R_x}{R}$$

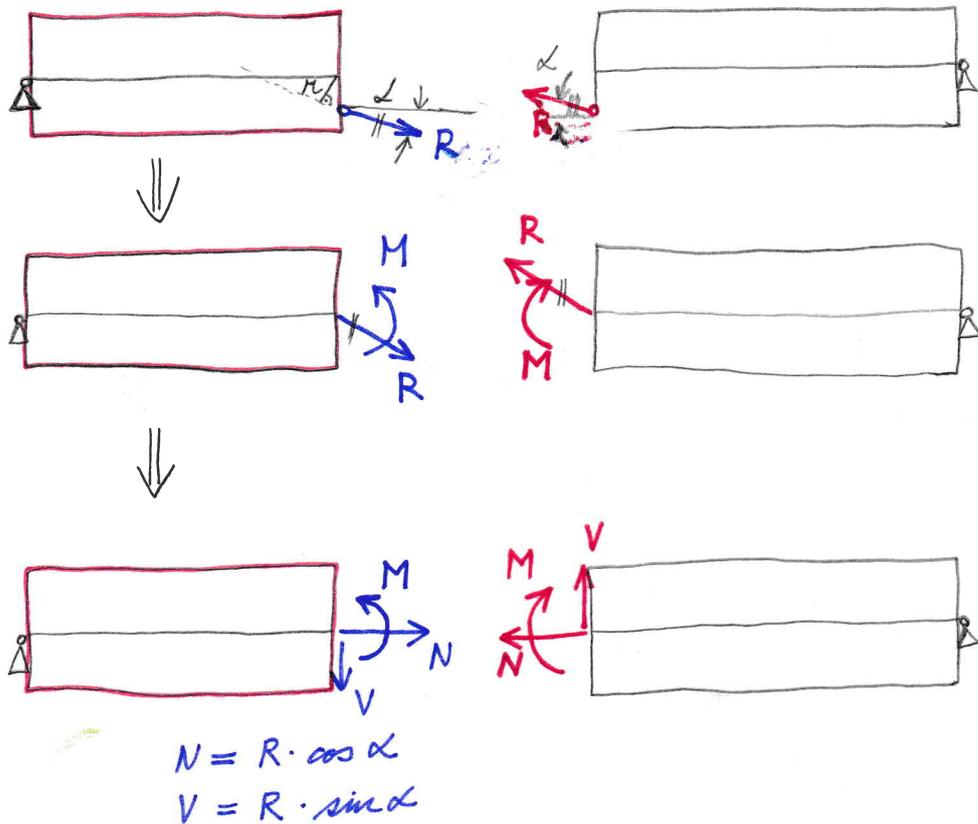
$$\sin \alpha_I = \frac{R_z}{R}$$

nameno  $r = \frac{M_A}{R}$

Učili jsme velikost a směr výslednice  
 vnitřních sil  $R$ .

## 6.5.2. Úložky výslednice vnitřních sil $N, V, M$

Posuneme výslednici  $R_{iI} = R$  kore' části  $I$  z působíště  $c$  do těžiště  $A$  uvažované přímky  $m = x$  a doplníme momentem  $M = R \cdot r$ .



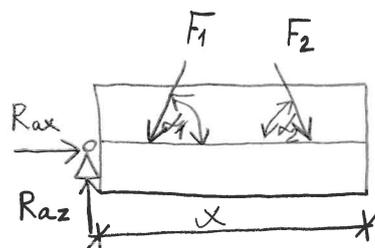
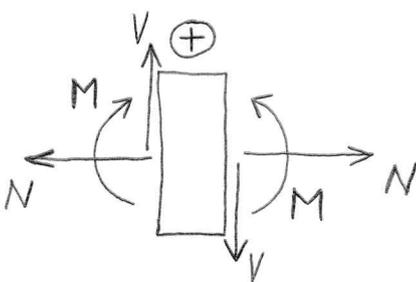
Výslednici vnitřních sil jsme na rozdíl:

- normálovou silou  $N$ ,
- posouvající silou  $V$ ,
- ohybové momentem  $M$ .

$N$  na krávených nosníku rozkládáme sílu  $R$  v těžišti přímky  $x$  na složku  $N$  působící ve směru tečny ke střednici nosníku (podélná složka) a na složku  $V$  působící ve směru normály ke střednici (příčná složka).

# Definice a znaménková souvise složek výslednice vnitřních sil

Normální síla  $N$  v libovolném průřezu  $x$  nosníku je rovna algebraickému součtu průmětů všech vnitřních sil, působících na levou nebo pravou část nosníku od průřezu  $x$ , do směru osy nosníku.



$$N(x) = -R_{ax} + F_1 \cdot \cos \alpha_1 - F_2 \cdot \cos \alpha_2$$

a nebo sprava

$$N(x) = F_4 \cdot \cos \alpha_4 - F_3 \cdot \cos \alpha_3$$

Posouvající síla  $V$  v libovolném průřezu  $x$  nosníku je rovna algebraickému součtu průmětů všech mějších sil, působících na levou nebo pravou část nosníku od průřezu  $x$ , do směru kolmého na osu nosníku.

↑ +  
↓ -

leva

$$V(x) = R_{az} - F_1 \cdot \sin \alpha_1 - F_2 \cdot \sin \alpha_2$$

prava

$$V(x) = -R_{az} + F_4 \cdot \sin \alpha_4 + F_3 \cdot \sin \alpha_3$$

Ohybový moment  $M$  v libovolném průřezu  $x$  nosníku je roven algebraickému součtu složkových momentů všech vnitřních sil (včetně reakcí), působících na levou nebo pravou část nosníku od průřezu  $x$ , k težišti  $L$  průřezu  $x$ .

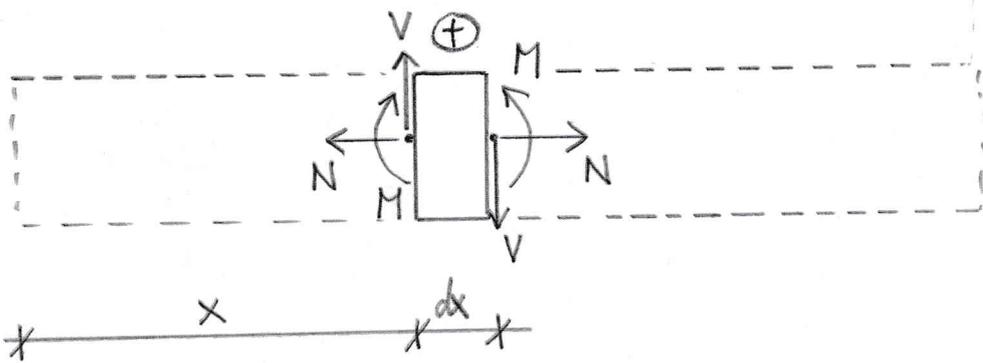
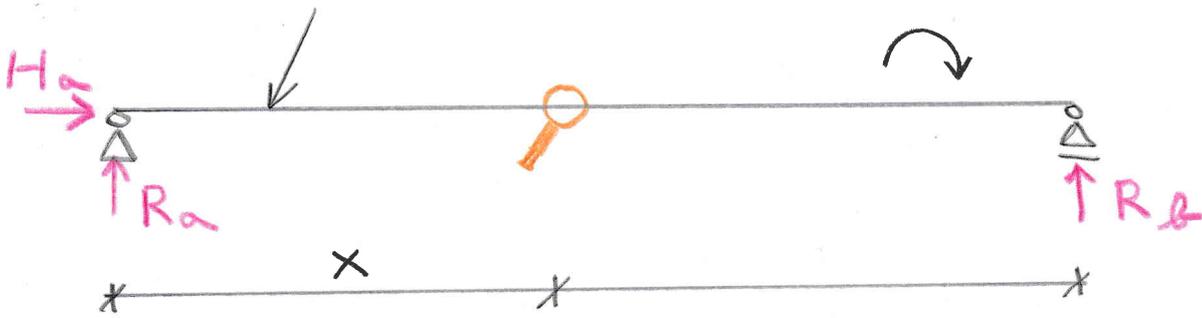
Kladný moment sahne spodní slátna.



leva  $M(x) = R_{az} \cdot x - F_1 \cdot \sin \alpha_1 \cdot l_1 - F_2 \cdot \sin \alpha_2 \cdot l_2$

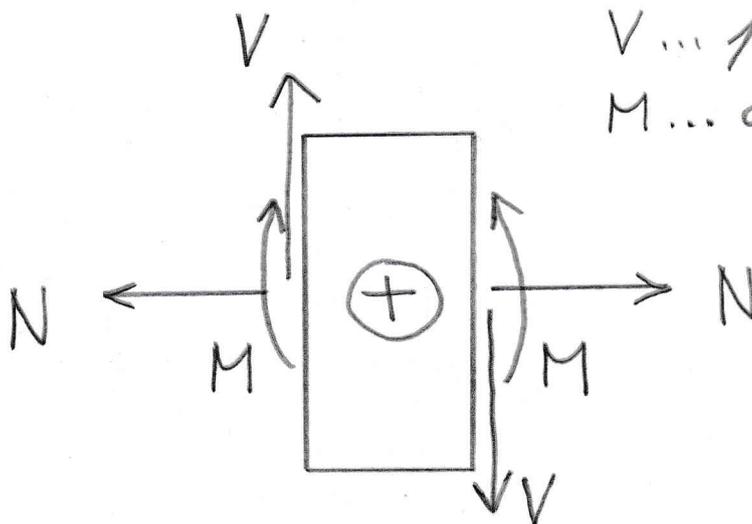
prava  $M(x) = R_{az} \cdot x' - F_4 \cdot \sin \alpha_4 \cdot l_4 - F_3 \cdot \sin \alpha_3 \cdot l_3$

# VNITŘNÍ SÍLY PROSTÉHO NOSNÍKU



$N, V, M$  jsou **vnitřní síly** na nosníku

$N$ ... normálová (osová) síla  
 $V$ ... posouvající síla  
 $M$ ... ohybový moment



- **Normálová síla  $N$**  je dána algebraickým součtem průmětů všech vnějších sil, působících na levou nebo pravou část prutu od průřezu, do směru osy prutu.
- **Posouvající síla  $V$**  je dána algebraickým součtem průmětů všech vnějších sil, působících na levou nebo pravou část prutu od průřezu, do směru kolmého k ose prutu.
- **Ohybový moment  $M$**  je určen algebraickým součtem statických momentů všech vnějších sil (včetně reakcí), působících na levou nebo pravou část prutu od průřezu, k těžišti průřezu.