ZÁKLADY STAVEBNÍ MECHANIKY

BDA001

Rovinné příhradové nosníky, statická a kinematická určitost. Výpočet osových sil v prutech obecnou a zjednodušenou styčníkovou metodou, metodou průsečnou a její Ritterovou úpravou.
Přístup k řešení mimostyčníkového zatížení prutů rovinných příhradových konstrukcí.

Zdeněk Kala

https://www.fce.vutbr.cz/STM/kala.z/BDA001/BDA001_harmonogram-2024-25.pdf

https://www.fce.vutbr.cz/STM/kala.z/BDA001/BDA001t.htm

https://www.fce.vutbr.cz/STM/kala.z/BDA001cv/BDA001cv.htm

Forth Bridge (1890)   2528 m, 50 000 tun

https://cs.wikipedia.org/wiki/Forth_Bridge

Akashi Kaikyō Bridge (1998)
3911 m

https://cs.wikipedia.org/wiki/Most_Aka%C5%A1i-Kaikj%C3%B3

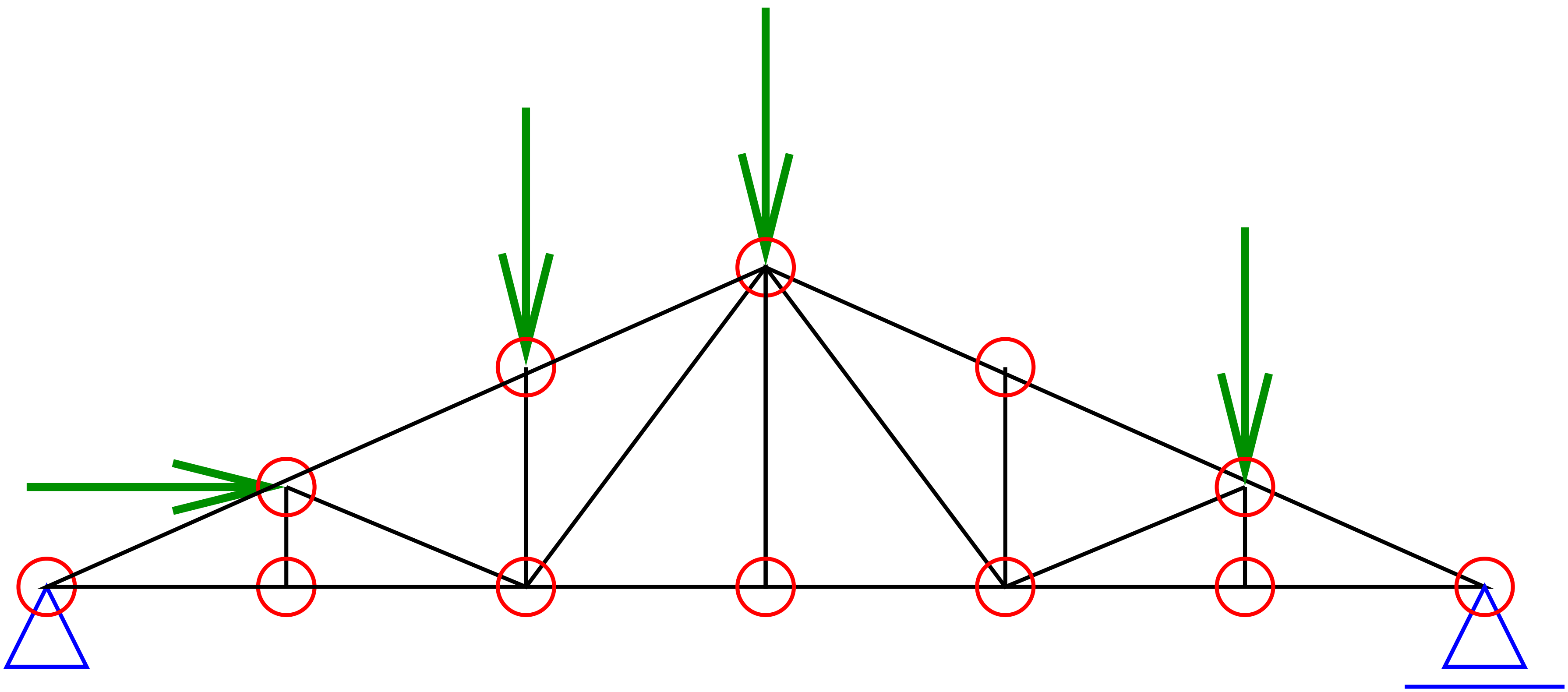
Obec Lužná v okrese Vsetín ve Zlínském kraji

Obec Lužná v okrese Vsetín ve Zlínském kraji


B R N O

Příhradová konstrukce

Prutová kloubová soustava = „příhradová konstrukce“

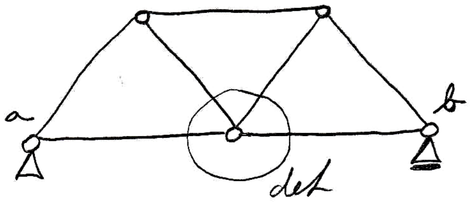


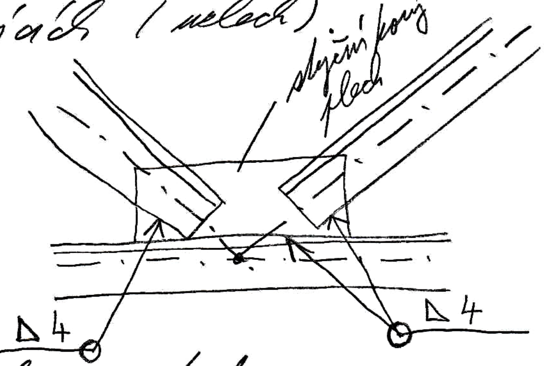
1. všechny pruty jsou spojeny ve styčních **kloubově**
2. zatížení jen ve styčnících
3. v prutech jen osové síly

Výjimky z bodů 2 a 3 existují, budou uvedeny později

Rovinné kloubové prutové soustavy – příhradové nosníky

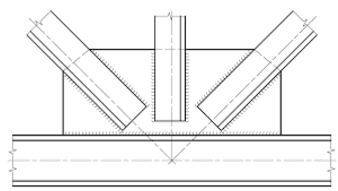
Příhradový nosník sestává ze jednotlivých prutů vzájemně spojených ve styčnících (uzlech)





Styčník lze idealizovat kloubem pokud
- osy spojovaných prutů se protínají v jednom bodu
- skutečná tuhost styčníku odpovídá přibližně kloubu

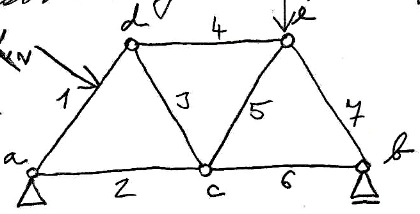
konstrukčně lze zabezpečit např. - dávat malé styčníkové plechy!
- vhodné uspořádání šroubů apod.

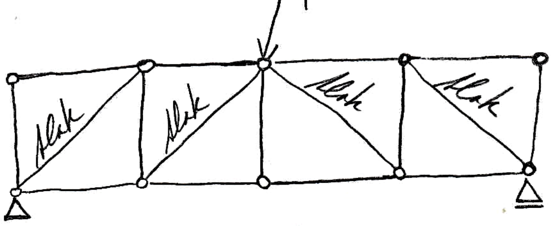


Dostáváme pak jednoduchý výpočtový model příhradového nosníku ve tvaru kloubové prutové soustavy.

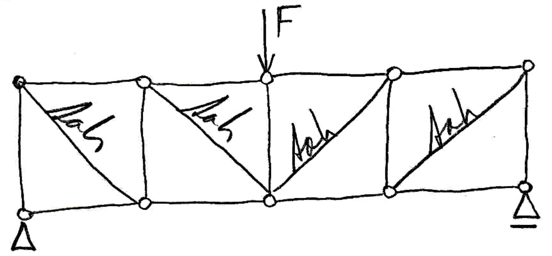
F_1 ... styčníkové zatížení

mimostyčníkové zatížení





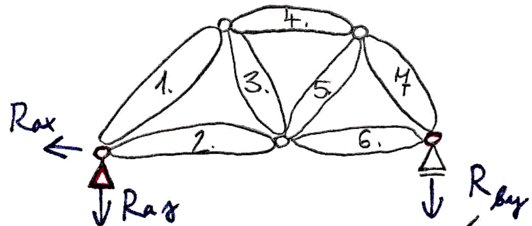
v mostním stavitelství...



Pruty ideální prutové kloubové soustavy jsou namáhány pouze normálovými osovými silami

Skladba prutové soustavy

a) Soustava je tvořena z tuhých desek v rovině. Tento model se nepoužívá moc často.



počet stupňů volnosti $v = 2b + 3d = 3 \cdot 7 = 21$

reakce vnějších, vnitř. vazeb $a = a_1 + 2a_2 + 3a_3 + 2\sum_{n=3,4}(n-1)k_n$

k_n ... počet kl. spojujících $n > 2$ desek

$d = 7$

$a_1 = 1$

$a_2 = 3$

$a_3 = 0$

$k_3 = 2$

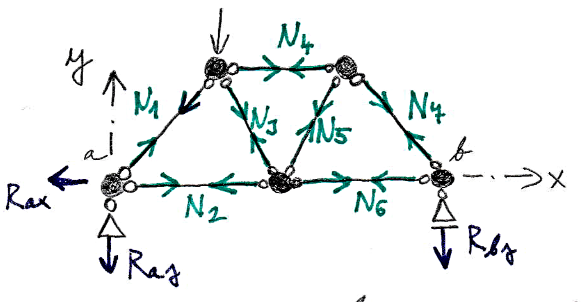
$k_4 = 1$

$v = 3 \cdot 7 = 21$

$a = 1 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 0 + 2 \cdot (3-1) \cdot 2 + 2 \cdot (4-1) \cdot 1 = 21$

$v = a$ ... SU

b) Soustava je tvořena z hmotných bodů spojených kyvnými pruty



b styčníků → hmotný bod se 2° volnosti

t vnitřních prutů s 1° volnosti

a_1 vnějších jednonásobných vazeb

a_2

$a = a_1 + 2a_2$ ... počet složek reakcí vnějších vazeb

Pro SU soustavu musí platit

$$2b = t + a$$

(a_1)

statické podmínky rovnováhy

složky reakcí vnitřních a vnějších vazeb

$b = 5$

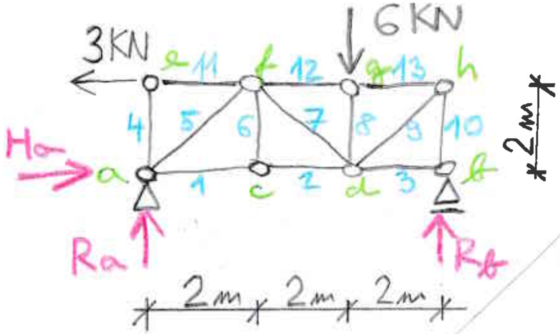
$t = 7$

$a = 1 + 2 = 3$

$2 \cdot 5 = 7 + 3$

$10 = 10$

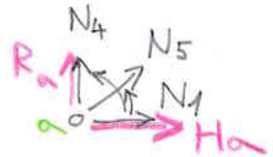
Determinant soustavy musí být různý od nuly jinak se jedná o výjimkový případ.



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Ra	Rb	Ha
1				0,707											1
			1	0,707									1		
		-1													
									1					1	
-1	1														
					1										
	-1	1				-0,707		0,707							
						0,707	1	0,707							
										1					
			-1												
				-0,707		0,707				-1	1				
				-0,707	-1	-0,707									
											-1	1			
							-1								
								-0,707				-1			
								-0,707	-1						

$$\begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \\ N_5 \\ N_6 \\ N_7 \\ N_8 \\ N_9 \\ N_{10} \\ N_{11} \\ N_{12} \\ N_{13} \\ R_a \\ R_b \\ H_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

det $\neq$ 0 ... není výjimkový případ



$$H_a \cdot \cos 0^\circ + N_1 \cdot \cos 0^\circ + N_5 \cdot \cos 45^\circ + \cancel{N_4 \cdot \cos 90^\circ} + \cancel{R_a \cdot \cos 90^\circ} = 0$$
$$\cancel{H_a \cdot \sin 0^\circ} + \cancel{N_1 \cdot \sin 0^\circ} + N_5 \cdot \sin 45^\circ + N_4 \cdot \sin 90^\circ + R_a \cdot \sin 90^\circ = 0$$

$$H_a + N_1 + N_5 \cdot 0{,}707 = 0$$
$$N_5 \cdot 0{,}707 + N_4 + R_a = 0$$

Obecná styčníková metoda

$$\cancel{N_{10} \cdot \cos 90^\circ} + \cancel{R_b \cdot \cos 90^\circ} + N_3 \cdot \cos 180^\circ = 0$$
$$N_{10} \cdot \sin 90^\circ + R_b \cdot \sin 90^\circ + \cancel{N_3 \cdot \sin 180^\circ} = 0$$

$$-N_3 = 0$$
$$N_{10} + R_b = 0$$

$$N_2 \cdot \cos 0^\circ + \cancel{N_6 \cdot \cos 90^\circ} + N_1 \cdot \cos 180^\circ = 0$$
$$\cancel{N_2 \cdot \sin 0} + N_6 \cdot \sin 90^\circ + \cancel{N_1 \cdot \sin 180^\circ} = 0$$

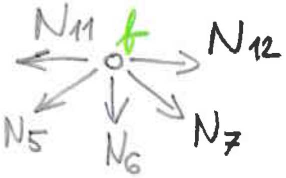
$$N_2 - N_1 = 0$$
$$N_6 = 0$$

$$N_3 \cdot \cos 0^\circ + N_9 \cdot \cos 45^\circ + \cancel{N_8 \cdot \cos 90^\circ} + N_7 \cdot \cos 135^\circ + N_2 \cdot \cos 180^\circ = 0$$
$$\cancel{N_3 \cdot \sin 0^\circ} + N_9 \cdot \sin 45^\circ + N_8 \cdot \sin 90^\circ + N_7 \cdot \sin 135^\circ + \cancel{N_2 \cdot \sin 180^\circ} = 0$$

$$N_3 + N_9 \cdot 0{,}707 + N_7 \cdot (-0{,}707) + N_2 \cdot (-1) = 0$$
$$N_9 \cdot 0{,}707 + N_8 + N_7 \cdot 0{,}707 = 0$$

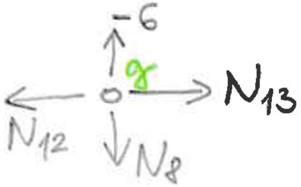
$$N_{11}\cdot\cos 0^\circ + 3\cdot\cos 180^\circ + N_4\cdot\cancel{\cos 270^\circ} = 0$$
$$N_{11}\cdot\cancel{\sin 0^\circ} + 3\cdot\cancel{\sin 180^\circ} + N_4\cdot\sin 270^\circ = 0$$

$$N_{11} - 3 = 0$$
$$-N_4 = 0$$



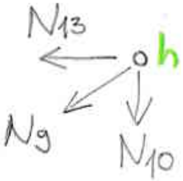
$$N_{12}\cdot\cos 0^\circ + N_{11}\cdot\cos 180^\circ + N_5\cdot\cos 225^\circ + N_6\cdot\cancel{\cos 270^\circ} + N_7\cdot\cos 315^\circ = 0$$
$$N_{12}\cdot\cancel{\sin 0^\circ} + N_{11}\cdot\cancel{\sin 180^\circ} + N_5\cdot\sin 225^\circ + N_6\cdot\sin 270^\circ + N_7\cdot\sin 315^\circ = 0$$

$$N_{12} - N_{11} + N_5\cdot(-0{,}707) + N_7\cdot(+0{,}707) = 0$$
$$N_5\cdot(-0{,}707) - N_6 + N_7\cdot(-0{,}707) = 0$$



$$N_{13}\cdot\cos 0^\circ + (-6)\cdot\cancel{\cos 90^\circ} + N_{12}\cdot\cos 180^\circ + N_8\cdot\cancel{\cos 270^\circ} = 0$$
$$N_{13}\cdot\cancel{\sin 0^\circ} + (-6)\cdot\sin 90^\circ + N_{12}\cdot\cancel{\sin 180^\circ} + N_8\cdot\sin 270^\circ = 0$$

$$N_{13} - N_{12} = 0$$
$$-6 - N_8 = 0$$



$$N_{13}\cdot\cos 180^\circ + N_9\cdot\cos 225^\circ + N_{10}\cdot\cancel{\cos 270^\circ} = 0$$
$$N_{13}\cdot\cancel{\sin 180^\circ} + N_9\cdot\sin 225^\circ + N_{10}\cdot\sin 270^\circ = 0$$

$$-N_{13} - N_9\cdot 0{,}707 = 0$$
$$-N_9\cdot 0{,}707 - N_{10} = 0$$

Reakce vnějších vazeb lze určit

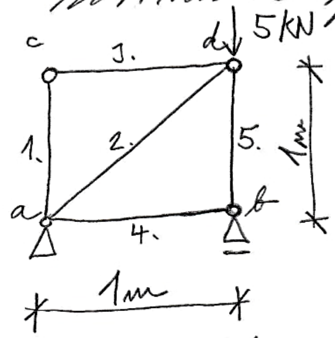
a) nezávisle na vnitřních reakcích pokud $a = 3$

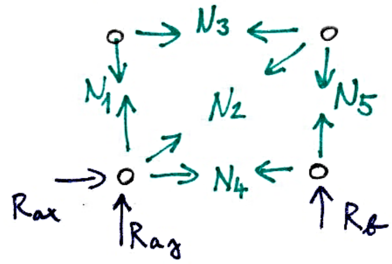
b) pro $a > 3$ nutno řešit styčníkovou metodou

Obecná styčníková metoda

- každý prut nahradíme dvěma silami opačného smyslu, kterými působí na příslušné styčníky
- v každém styčníku napíšeme 2 složkové podmínky rovnováhy pro svazek sil

Př: Obecnou styčníkovou metodou řešte rovinnou prutovou příhradovou konstrukci

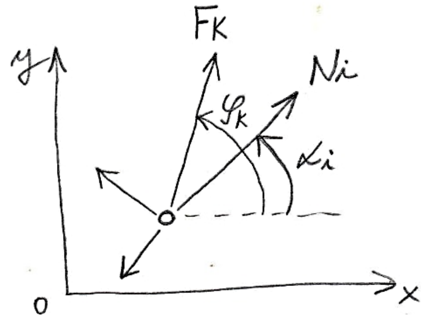




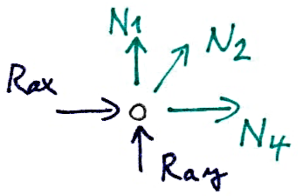
v každém styčníku c musí platit $\sum F_x = 0; \sum F_y = 0.$

$$\sum_c N_i \cos\alpha_i + \sum_c F_K \cos\varphi_K = 0$$

$$\sum N_i \sin\alpha_i + \sum F_K \sin\varphi_K = 0$$



- styčník a



$\Sigma F_x = 0$

$\cancel{N_1 \cdot \cos 90°} + N_2 \cdot \cos 45° + N_4 \cdot \cos 0 +$

$+ R_{ax} \cdot \cos 0 + \cancel{R_{ay} \cdot \cos 90°} = 0$

$N_2 \cdot \cos 45° + N_4 + R_{ax} = 0$

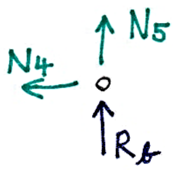
$\Sigma F_y = 0$

$N_1 \cdot \sin 90 + N_2 \cdot \sin 45° + N_4 \cdot \sin 0 +$

$+ R_{ax} \cdot \sin 0 + R_{ay} \cdot \sin 90° = 0$

$N_1 + N_2 \cdot \sin 45° + R_{ay} = 0$

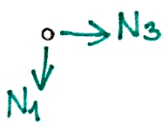
- styčník b



$\Sigma F_x = 0 \qquad N_4 \cdot \cos 180° = 0$

$\Sigma F_y = 0 \qquad N_5 + R_b = 0$

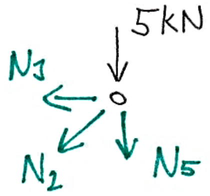
- styčník c



$\Sigma F_x = 0 \qquad N_3 = 0$

$\Sigma F_y = 0 \qquad N_1 = 0$

- styčník d



$\Sigma F_x = 0 \qquad N_2 \cdot \cos 225° + N_3 \cdot \cos 180° = 0$

$\Sigma F_y = 0 \qquad N_2 \cdot \sin 225° + N_5 \cdot \sin 270° +$

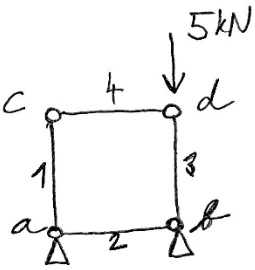
$+ 5kN \cdot \sin 270° = 0$

$$\begin{array}{c} a \\ \\ b \\ \\ c \\ \\ d \\ \\ \end{array} \begin{bmatrix} 0 & 0{,}707 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0{,}707 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0{,}707 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0{,}707 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \\ N_5 \\ R_{ax} \\ R_{ay} \\ R_{by} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$N_1 = 0$
$N_2 = 0$
$N_3 = 0$
$N_4 = 0$
$N_5 = -5$
$R_{ax} = 0$
$R_{ay} = 0$
$R_{by} = 5$

$\det = 0{,}707 \neq 0$ není výjimkový případ

Příklad: Obecnou styčníkovou metodou řešte příhradovou konstrukci



$b = 4$

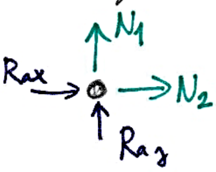
$k = 4$

$a = 4$

$2 \cdot 4 = 4 + 4$

$8 = 8$ ... podmínka splněna

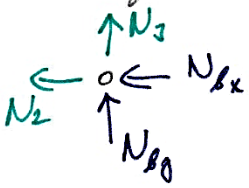
- styčník a



$\Sigma F_x = 0 \qquad N_2 - R_{ax} = 0$

$\Sigma F_y = 0 \qquad N_1 - R_{ay} = 0$

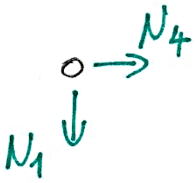
- styčník b



$\Sigma F_x = 0 \qquad -N_2 - N_{bx} = 0$

$\Sigma F_y = 0 \qquad N_3 + N_{by} = 0$

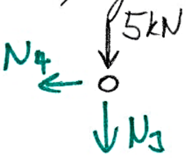
- styčník c



$\Sigma F_x = 0 \qquad N_4 = 0$

$\Sigma F_y = 0 \qquad -N_1 = 0$

- styčník d



$\Sigma F_x = 0 \qquad -N_4 = 0$

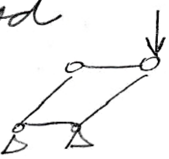
$\Sigma F_y = 0 \qquad -N_3 - 5 = 0$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & & & & & -1 & & \\ & -1 & & & & & -1 & \\ & & 1 & & & & & 1 \\ & & & 1 & & & & \\ -1 & & & & & & & \\ & & & -1 & & & & \\ & & -1 & & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ N_4 \\ R_{ax} \\ R_{ay} \\ R_{bx} \\ R_{by} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$\Downarrow$

$\det = 0$ jedná se o výjimkový případ

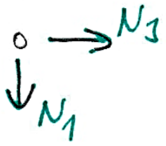
soustava je tvarově neurčitá.



Zjednodušená styčníková metoda

Z předchozího příkladu je patrno, že proměnné N_3; N_1; N_4 bylo možno stanovit přímo aniž bychom řešili soustavu rovnic.
Pokud je soustava staticky určitě podepřená lze začít s řešením osových sil ve dvojném styčníku, v němž se stýkají pouze 2 pruty.

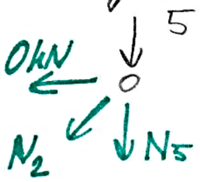
- styčník c



$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow N_3 = 0$$
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_1 = 0$$

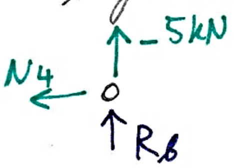
Postupujeme do styčníku ve kterém budeme mít opět 2 podmínky rovnováhy pro 2 neznámé

- styčník d



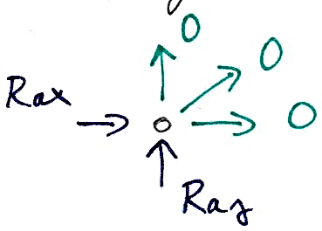
$$\Sigma F_x = 0 \quad N_2 \cdot \cos 225 = 0 \Rightarrow N_2 = 0$$
$$\Sigma F_y = 0 \quad N_5 \cdot \sin 270^\circ + 5kN \cdot \sin 270^\circ = 0$$
$$N_5 = -5kN$$

- styčník b



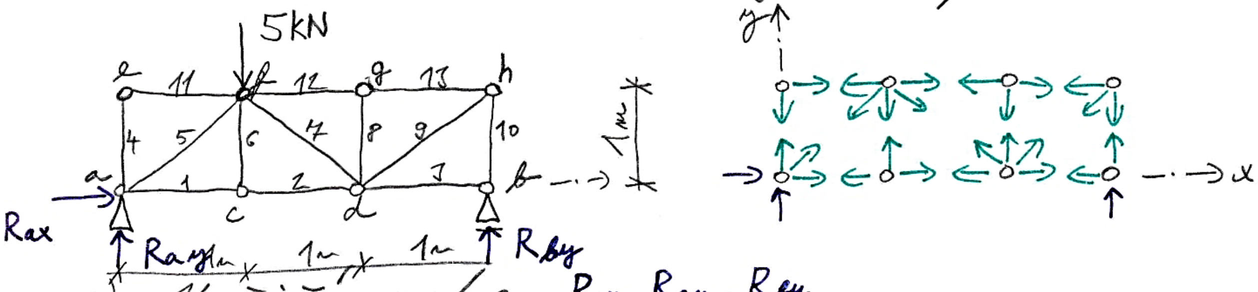
$$\Sigma F_x = 0 \quad N_4 \cdot \cos 180 = 0 \Rightarrow N_4 = 0$$
$$\Sigma F_y = 0 \quad -5 + R_b = 0 \Rightarrow R_b = 5kN$$

- styčník a



$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow R_{ax} = 0$$
$$\Sigma F_z = 0 \Rightarrow R_{az} = 0$$

Příklad: Zjednodušenou styčníkovou metodou stanovte osové síly v prutech



1) Vnější reakce R_{ax}, R_{ay}, R_{by}

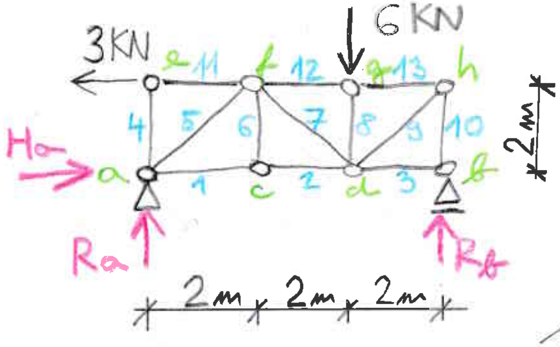
$\Sigma F_{ix} = 0 \Rightarrow R_{ax} = 0$

$\Sigma M_a = 0 \quad -5 \cdot 1 + R_{by} \cdot 3 = 0 \Rightarrow R_{by} = \frac{5}{3}$ kN

$\Sigma F_y = 0 \quad R_{ay} + \frac{5}{3} - 5 = 0 \Rightarrow R_{ay} = \frac{15}{3} - \frac{5}{3} = \frac{10}{3}$ kN

2) Soustava má dva dvojné podporové body a, b

styčník	stat. podmínky rovnováhy do x, y	Osové síly prutů
e	$N_{11} = 0$ $N_4 = 0$	$N_{11} = 0$ $N_4 = 0$
a	$N_1 + N_5 \cdot \cos 45° + 0 = 0$ $N_4 + N_5 \cdot \sin 45° + \frac{10}{3} = 0$	$N_1 = 3{,}33\overline{3}$ kN $N_5 = -4{,}714$ kN
c	$N_2 - N_1 = 0$ $N_6 = 0$	$N_2 = N_1 = 3{,}33\overline{3}$ kN $N_6 = 0$
f	$N_{12} + N_7 \cdot \cos 315° - \cancel{N_{11}} + N_5 \cdot \cos 225° = 0$ $-\cancel{N_6} + N_5 \cdot \sin 225° + N_7 \cdot \sin 315° - 5 = 0$	$N_{12} = 1{,}66$ kN $N_7 = -2{,}36$ kN
g	$N_{13} - N_{12} = 0$ $N_8 = 0$	$N_{13} = 1{,}66$ kN $N_8 = 0$
d	$\overset{?}{N_3} + \overset{2{,}36}{N_9} \cdot \overset{0{,}707}{\cos 45} + \overset{-2{,}36}{N_7} \cdot \overset{-0{,}707}{\cos 135} - \overset{3{,}333}{\cancel{N_2}} = 0 \Rightarrow N_3 = 0$ $\cancel{N_8} + N_9 \cdot \sin 45° + N_7 \cdot \sin 135° = 0$	$N_9 = 2{,}36$ kN
h	$-N_{13} - N_9 \cdot \cos 225 = 0 \Leftarrow$ není potřeba $-N_{10} + N_9 \cdot \sin 225° = 0$	$N_{10} = -1{,}663$ kN



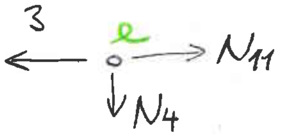
$\Sigma M_a = 0 \qquad -6\cdot 4 + 3\cdot 2 + R_b \cdot 6 = 0 \qquad R_b = \dfrac{6\cdot 4 - 3\cdot 2}{6} = \dfrac{18}{6} = 3\,\text{KN}$

$\Sigma M_b = 0 \qquad 6\cdot 2 + 3\cdot 2 - R_a \cdot 6 = 0 \qquad R_a = \dfrac{-6\cdot 2 - 3\cdot 2}{-6} = \dfrac{18}{6} = 3\,\text{KN}$

$\Sigma F_x = 0 \qquad H_a - 3 = 0 \qquad H_a = 3\,\text{KN}$

$\Sigma F_y = 0 \qquad 3 - 6 + 3 = 0$ ✓

Začneme styčníkem kde jsou jen max 2 neznámé!

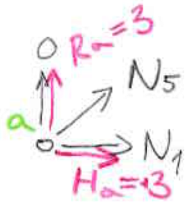


$N_{11}\cdot \cos 0° + 3\cdot \cos 180° + N_4 \cdot \cos 270° = 0$

$N_{11}\cdot \sin 0° + 3\cdot \sin 180° + N_4 \cdot \sin 270° = 0$

$N_{11} - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_{11} = 3$

$-N_4 = 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{N_4 = 0}}$



$+3\cdot \cos 0° + N_1 \cdot \cos 0° + N_5 \cdot \cos 45° + 3\cdot \cos 90° = 0$

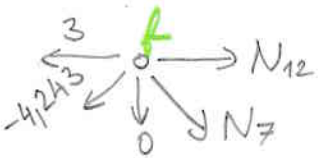
$+3\cdot \sin 0° + N_1 \cdot \sin 0° + N_5 \cdot \sin 45° + 3\cdot \sin 90° = 0$

$+3 + N_1 + N_5 \cdot 0{,}707 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_1 = 0$

$N_5 \cdot 0{,}707 + 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{N_5 = -4{,}243}}$

$N_2 \cdot \cos 0° + N_6 \cdot \cancel{\cos 90°} + 0\cdot \cancel{\cos 180°} = 0 \quad \Rightarrow \quad N_2 = 0$

$N_2 \cdot \cancel{\sin 0°} + N_6 \cdot \sin 90° + 0\cdot \cancel{\sin 180°} = 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{N_6 = 0}}$



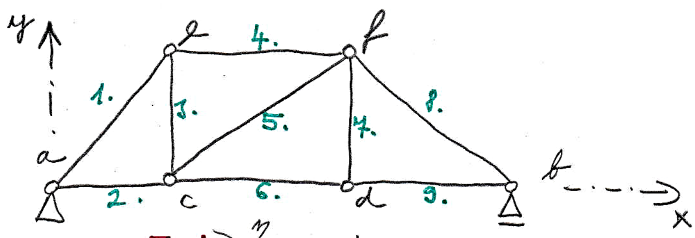
$N_{12}\cdot \cos 0° + 3\cdot \cos 180° + (-4{,}243)\cdot \cos 225° + N_7 \cdot \cos 315° = 0$

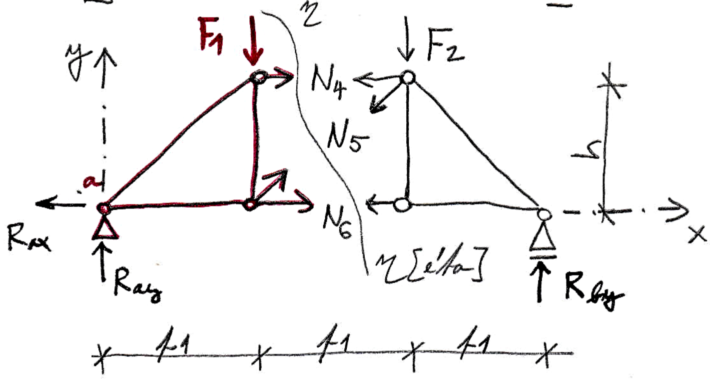
$N_{12}\cdot \cancel{\sin 0°} + 3\cdot \cancel{\sin 0°} + (-4{,}243)\cdot \sin 225° + N_7 \cdot \sin 315° = 0$

$N_{12} - 3 + 3 + N_7 \cdot 0{,}707 = 0 \quad \Rightarrow \quad N_{12} = -3$

$3 + N_7 \cdot (-0{,}707) = 0 \quad \Rightarrow \quad N_7 = 4{,}243$

Průsečná metoda





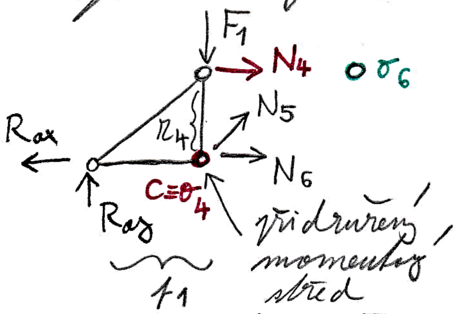
1) $\sum F_{ix} = 0: \ N_4 + N_5 \cdot \cos\alpha_5 + N_6 - R_{ax} = 0$

2) $\sum F_{iy} = 0: \ N_5 \cdot \sin\alpha_5 + R_{ay} - F_1 = 0$

3) $\sum M_{ia} = 0: \ -N_4 \cdot h + N_5 \cdot \sin\alpha_5 \cdot f_1 - F_1 \cdot f_1 = 0$

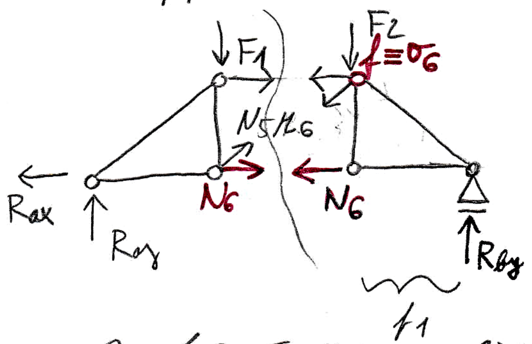
Ze tří rovnic stanovíme velikost osových sil N_4, N_5, N_6.
⊖ síla znamená tlak ⊕ tah.

Protože řešení soustavy 3 rovnic je zdlouhavé je možno použít tzv. Ritterovu úpravu. Momentová podmínka rovnováhy se řeší k tzv. přidruženému momentovému středu, který je tvořen průsečíkem os dvou zbývajících prutů proťnutých řezem η - η. [éta]



$$\sum M_{io_4} = 0: \ -N_4 \cdot r_4 - R_{ay} \cdot f_1 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N_4 = -\frac{R_{ay} \cdot f_1}{r_4} \ (\text{tlak})$$



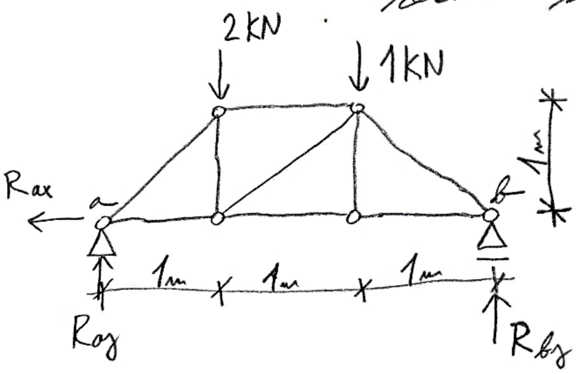
$$\sum M_{io_6} = 0: \ N_6 \cdot r_6 - R_{ay} \cdot 2 \cdot f_1 - R_{ax} \cdot h + F_1 f_1 = 0$$

$$N_6 = \frac{1}{r_6}\left[R_{ay} \cdot 2 \cdot f_1 + R_{ax} \cdot h - F_1 \cdot f_1\right]$$

Protože $F_4 \parallel F_6$ leží momentový střed síly N_5 v ∞.
Sílu N_5 lze stanovit ze silové podm. k.

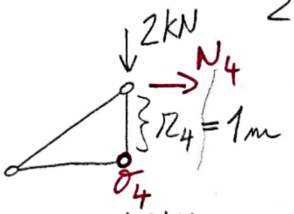
$$\sum F_{iy} = 0: \ N_5 \cdot \sin\alpha_5 + R_{ay} - F_1 = 0 \Rightarrow N_5 = \frac{F_1 - R_{ay}}{\sin\alpha_5}$$

Příklad: Průsečnou metodou v Ritterově úpravě řešte síly v prutech.

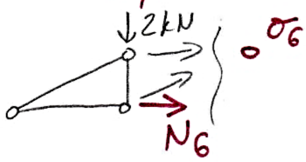


- Reakce $\Sigma M_a = 0$: $R_{by} \cdot 3 - 2 \cdot 1 - 1 \cdot 2 = 0 \Rightarrow R_{by} = \frac{4}{3}\ kN$

$\Sigma M_b = 0$ $\quad -R_{ay} \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 0 \Rightarrow R_{ay} = \frac{5}{3}\ kN$

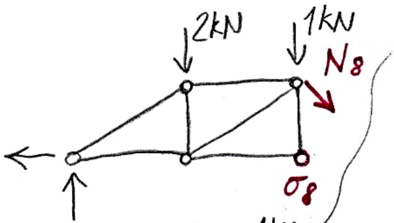


$$N_4 = -\frac{(5/3) \cdot 1}{1} = -\frac{5}{3}$$



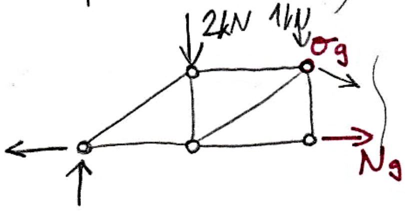
$$N_6 = \frac{1}{1}\left[\frac{5}{3} \cdot 2 \cdot 1 + 0 \cdot 1 - 2 \cdot 1\right] = \frac{4}{3}\ kN$$

$$N_5 = \frac{2 - 5/3}{\sin 45^\circ} = 0{,}4714\ kN$$



$$-N_8 \cdot \cos 315^\circ + 2 \cdot 1 - R_{ay} \cdot 2 = 0$$

$$N_8 = -1{,}886\ kN$$



$$N_9 \cdot 1 + 2 \cdot 1 - R_{ay} \cdot 2 = 0$$

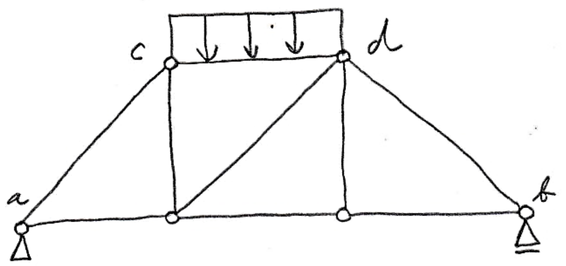
$$N_9 = 1{,}333\ kN$$

Výhody a použití průsečné metody

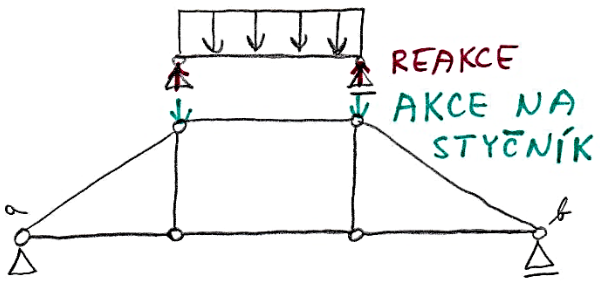
- Výhody a) Každou neznámou sílu můžeme určit z jedné rovnice
  b) K výpočtu nepotřebujeme znát síly jiných prutů

Použití: Tam kde potřebujeme stanovit osové síly jen některých prutů.

Mimostyčné zatížení



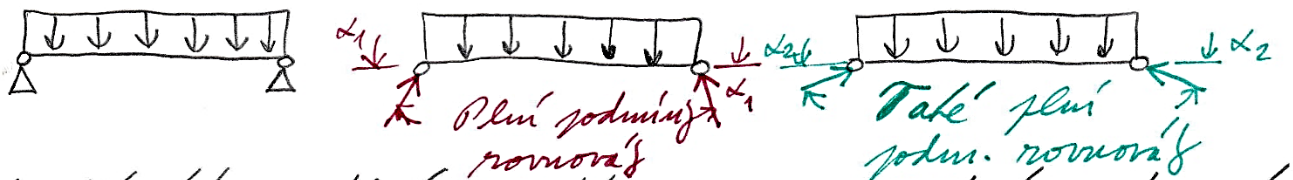
Při řešení převádíme na soustavu zatíženou pouze ve styčnících.



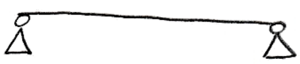
U příčně zatíženého prutu předpokládáme, že

1) působí jako kloubově uložený nosník
2) je součástí kloubové prutové soustavy zatížené jen ve styčnících

Protože prut zatížený mimostyčným zatížením je jako samostatný celek 1× staticky neurčitý je možno reakce stanovit z mnoha způsobů.



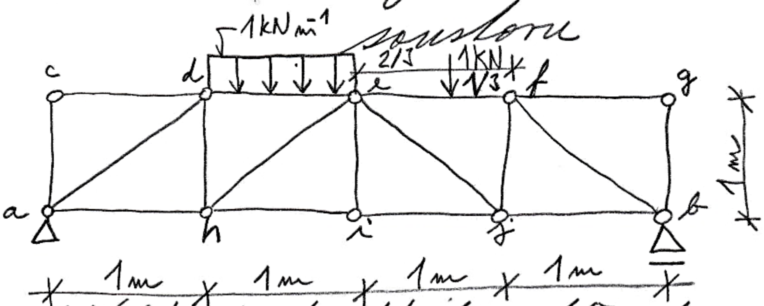
U příčného zatížení nosníku jsou primární vodorovné složky reakcí nulové a proto lze nosník



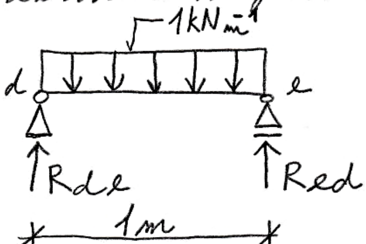
nahradit nosníkem

Jinak je nutno postupovat jinými metodami, viz 2. ročník.

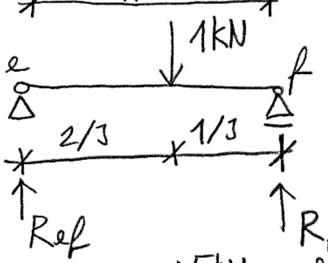
Příklad: Vyřešte danou kloubovou prutovou soustavu



- Náhradní styčníkové zatížení

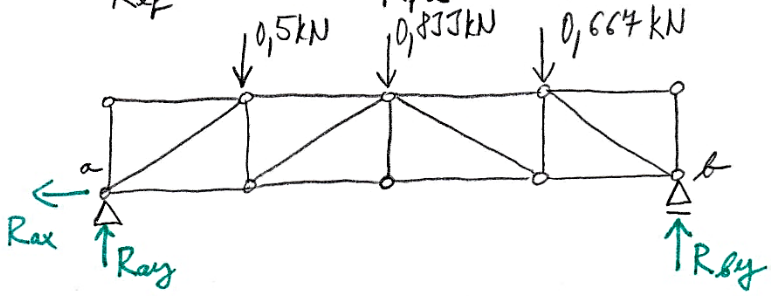


$$R_{de} = R_{ed} = \frac{1 \cdot 1}{2} = 0{,}5\ kN$$



$$\Sigma M_e = 0: \quad R_{fe} \cdot 1 - 1 \cdot \frac{2}{3} = 0 \Rightarrow R_{fe} = \frac{2}{3}\ kN$$

$$\Sigma M_f = 0 \quad -R_{ef} \cdot 1 + 1 \cdot \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow R_{ef} = \frac{1}{3}\ kN$$



- reakce vnějších vazeb

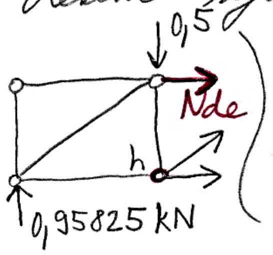
$$\Sigma M_a = 0: \quad -0{,}5 \cdot 1 - 0{,}833 \cdot 2 - 0{,}667 \cdot 3 + R_{by} \cdot 4 = 0$$

$$R_{by} = 1{,}04175\ kN$$

$$\Sigma M_b = 0 \quad 0{,}667 \cdot 1 + 0{,}833 \cdot 2 + 0{,}5 \cdot 3 - R_{ay} \cdot 4 = 0$$

$$R_{ay} = 0{,}95825\ kN$$

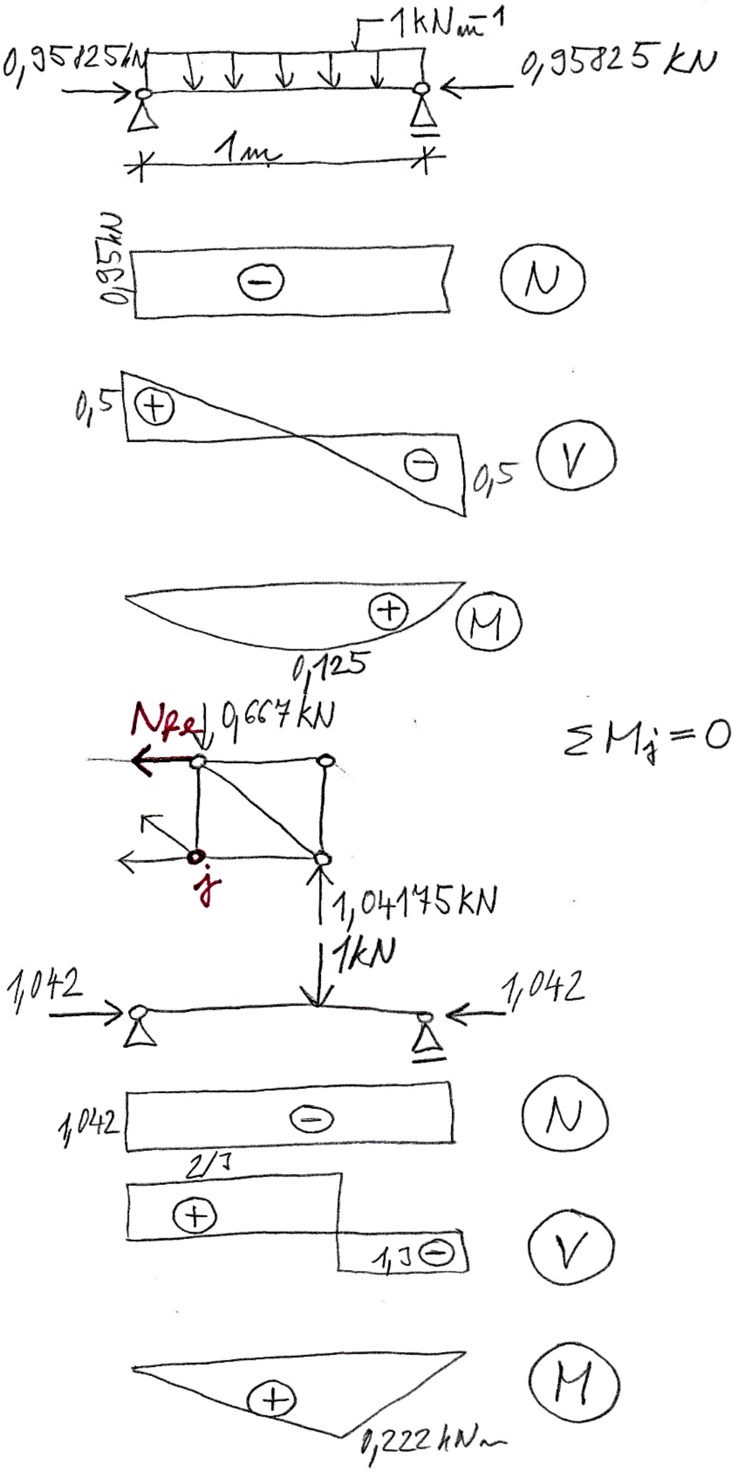
- Řešení vybraných prutů průsečnou metodou s Ritterovou úpravou



$$\Sigma M_h = 0$$

$$-N_{de} \cdot 1 - 0{,}95825 \cdot 1 = 0 \Rightarrow$$

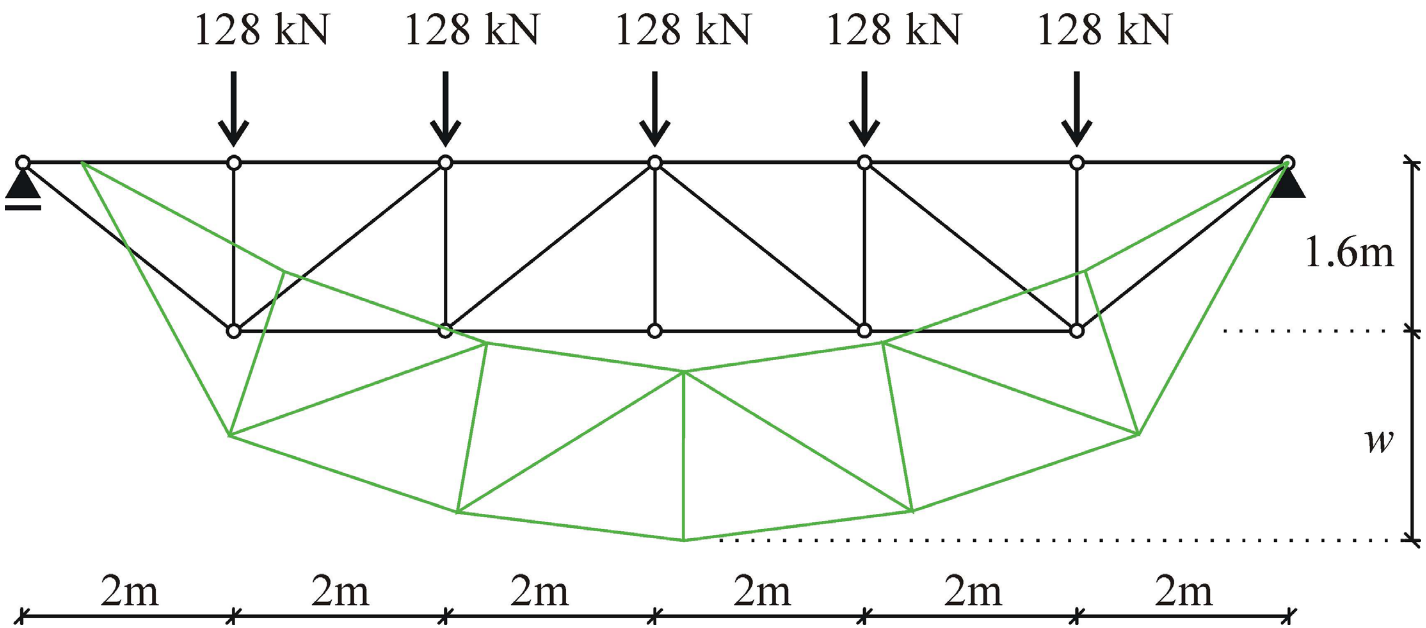
$$\Rightarrow N_{de} = -0{,}95825\ kN$$

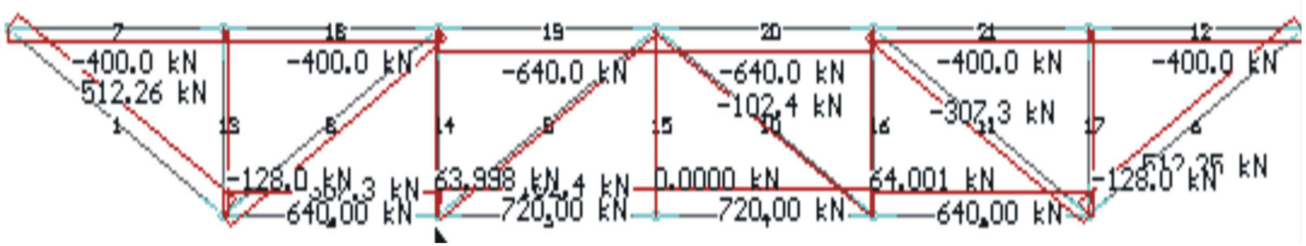


$$\Sigma M_j = 0: \quad 1{,}04175 \cdot 1 + N_{fe} \cdot 1 = 0$$

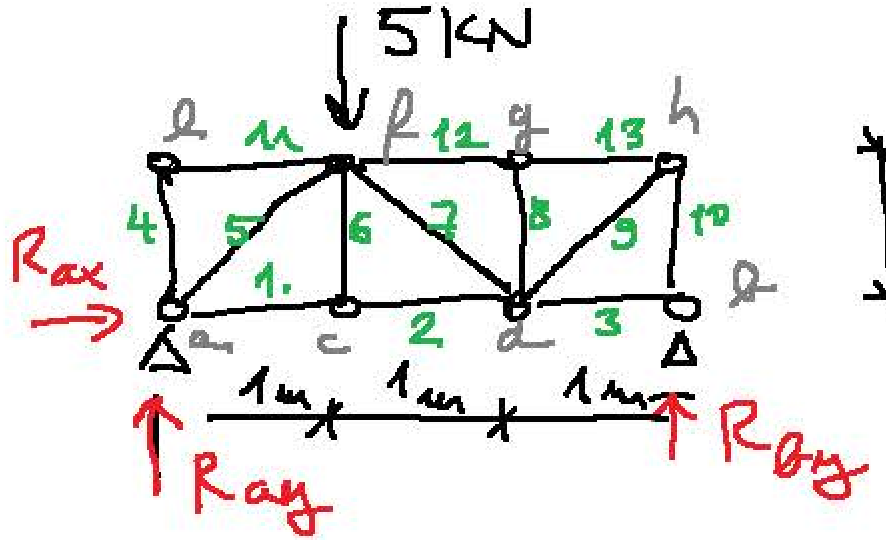
$$N_{fe} = -\,1{,}04175 \text{ kN}$$

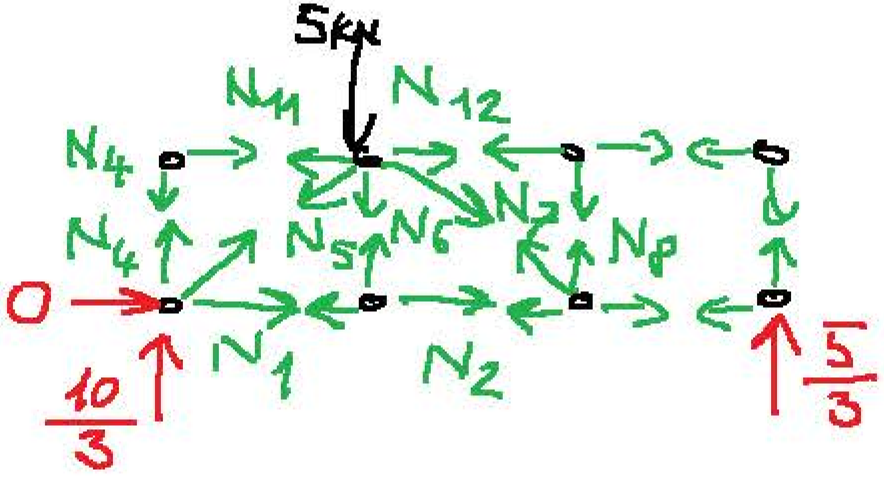
PŘÍHRADOVÝ VAZNÍK





Prut	N[kN]	Prut	N[kN]
1	512.263	13	-128.010
2	640.008	14	63.9983
3	720.006	15	0.00000
4	720.006	16	64.0016
5	640.004	17	-128.000
6	512.252	18	-400.010
7	-400.010	19	-640.008
8	-307.347	20	-640.004
9	-102.447	21	-400.002
10	-102.452		
11	-307.352		
12	-400.002		



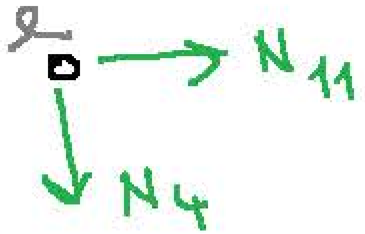


$$\Sigma M_a = 0 \qquad R_{by}\cdot 3 - 5\cdot 1 + R_{ax}\cdot 0 + R_{ay}\cdot 0 = 0 \Rightarrow R_{by} = \frac{5}{3}\,\text{kN}$$

$$\Sigma M_b = 0 \qquad -R_{ay}\cdot 3 + 5\cdot 2 + R_{ax}\cdot 0 + R_{by}\cdot 0 = 0 \Rightarrow R_{ay} = \frac{10}{3}\,\text{kN}$$

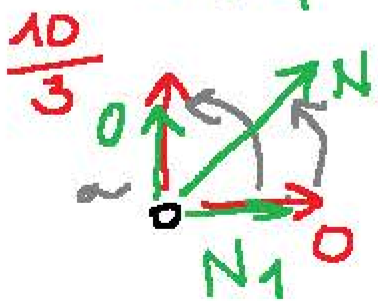
$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow R_{ax} = 0\,\text{kN}$$

$$\Sigma F_y = 0 \qquad \frac{10}{3} - 5 + \frac{5}{3} = 0 \;\checkmark$$



$$\Sigma F_x = 0 \qquad N_{11}\cdot\cos 0 + N_4\cdot\cos 270^\circ = 0 \Rightarrow N_{11} = 0$$

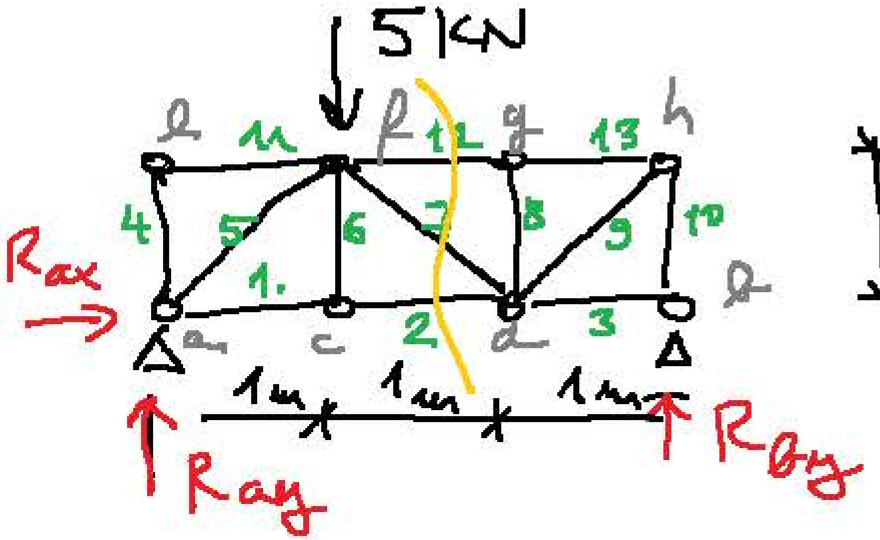
$$\Sigma F_y = 0 \qquad N_{11}\cdot\sin 0 + N_4\cdot\sin 270^\circ = 0 \Rightarrow N_4 = 0$$

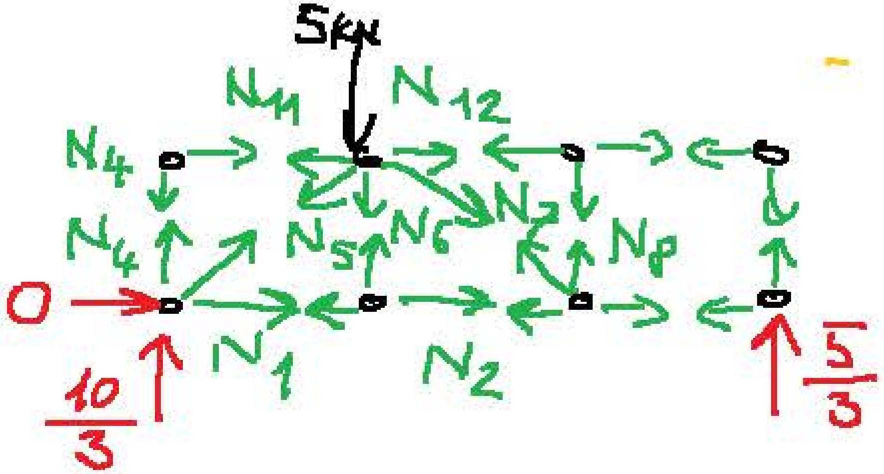


$$\Sigma F_x = 0 \qquad N_1\cdot\cos 0 + 0\cdot\cos 0^\circ + N_5\cdot\cos 45^\circ + 0\cdot\cos 90^\circ + \frac{10}{3}\cdot\cos 90^\circ = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 \qquad N_1\cdot\sin 0 + 0\cdot\sin 0^\circ + N_5\cdot\sin 45^\circ + 0\cdot\sin 90^\circ + \frac{10}{3}\cdot\cos 90^\circ = 0$$

$$N_1 = \frac{10}{3} = 3{,}\bar{3}\,\text{kN} \qquad N_5 = -4{,}714\,\text{kN}$$



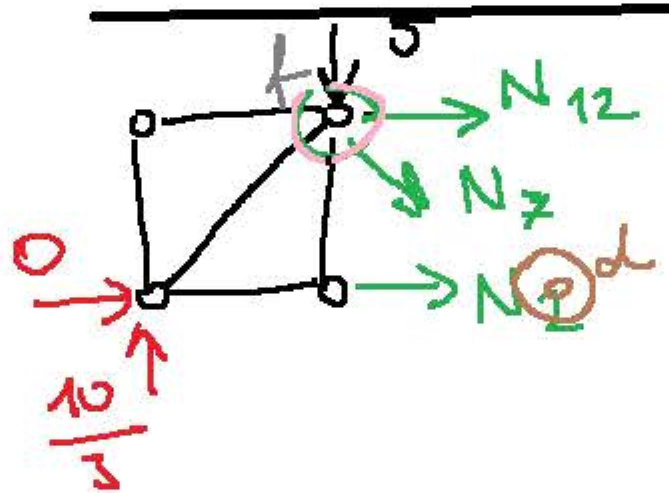


$\Sigma M_a = 0 \quad R_{By}\cdot 3 - 5\cdot 1 + R_{ax}\cdot 0 + R_{ay}\cdot 0 = 0 \Rightarrow R_{By} = \frac{5}{3}\,\text{kN}$

$\Sigma M_b = 0 \quad -R_{ay}\cdot 3 + 5\cdot 2 + R_{ax}\cdot 0 + R_{By}\cdot 0 = 0 \Rightarrow R_{ay} = \frac{10}{3}\,\text{kN}$

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow R_{ax} = 0\,\text{kN}$

$\Sigma F_y = 0 \quad \frac{10}{3} - 5 + \frac{5}{3} = 0$ ✓



$\Sigma M_f = 0 \quad -\frac{10}{3}\cdot 1 + 5\cdot 0 + N_{12}\cdot 0 + N_7\cdot 0 + 0\cdot 1 + N_2\cdot 1 = 0$

$N_2 = \frac{10}{3}$

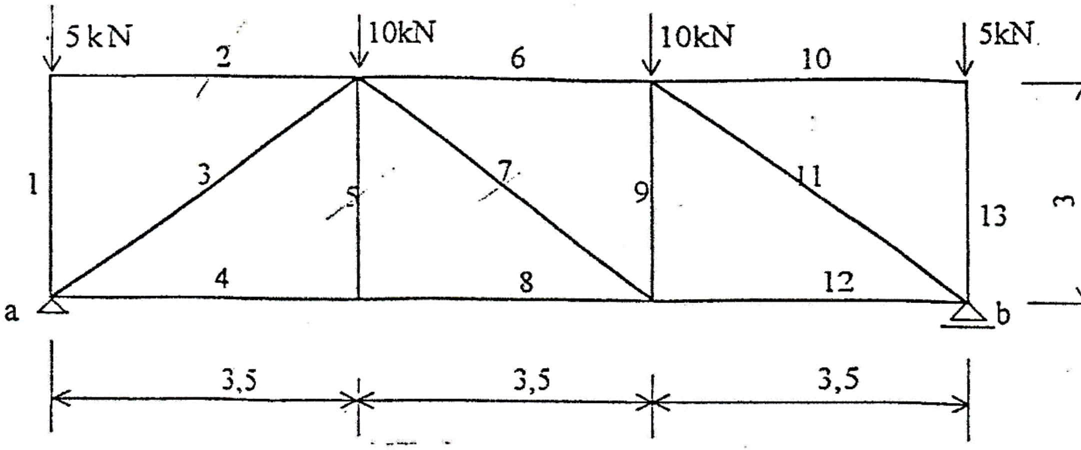
PRŮSEČNÁ METODA

$\Sigma M_d = 0 \quad -\frac{10}{3}\cdot 2 + 0\cdot 0 + N_7\cdot 0 + N_2\cdot 0 + 5\cdot 1 - N_{12}\cdot 1 = 0$

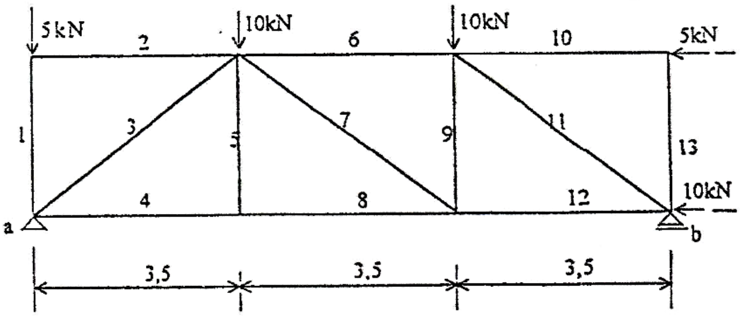
$N_{12} = -\frac{20}{3} + 5 = -\frac{20}{3} + \frac{15}{3} = -\frac{5}{3}\,\text{kN} = -1{,}66\,\text{kN}$

$\Sigma F_y = 0 \quad \frac{10}{3} - 5 + N_7\cdot \sin 315° = 0 \Rightarrow N_7 = -2{,}36\,\text{kN}$

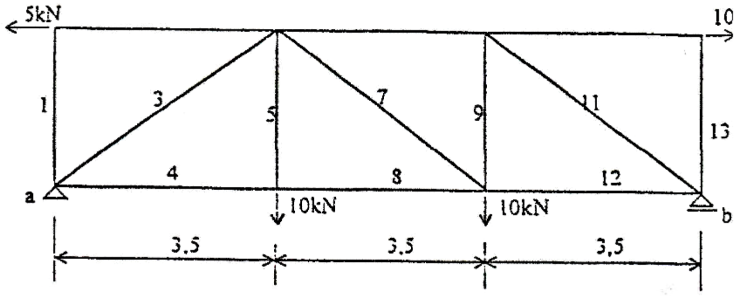
3a



3b



3c



ZAT·STAV:		a	b	c
REAKCE	V_a	15,0	16,429	8,571
	H_a	0	15,0	-5,0
	V_b	15,0	8,571	11,429
OSOVÉ SÍLY N_i (kN) V PRUTU i	1	-5,0	-5,0	0
	2	0	0	5,0
	3	-15,366	-17,561	-13,171
	4	11,667	-1,667	15,0
	5	0	0	10,0
	6	-11,667	-15,0	-3,333
	7	0	2,195	-2,195
	8	11,667	-1,667	15,0
	9	0	-1,429	11,429
	10	0	-5,0	10,0
	11	-15,366	-13,171	-17,561
	12	11,667	0	13,333
	13	-5,0	0	0