

ZÁKLADY STAVEBNÍ MECHANIKY

BDA001

Základní pojmy a axiomy statiky. Rovinný svazek sil, výslednice, ekvivalence, rovnováha. Moment síly k bodu, dvojice sil. Soustava rovnoběžných sil v rovině a její statický střed.

Zdeněk Kala

Síly, které se obvykle probírají ve fyzice, zahrnují následující typy:

Gravitační síla - Síla přitažlivosti mezi dvěma hmotnými tělesy. Gravitace je univerzální síla, která působí mezi všemi objekty s hmotností. Je popsána Newtonovým gravitačním zákonem a také obecnou teorií relativity Alberta Einsteina.

Elektromagnetická síla - Síla působící mezi elektricky nabitými částicemi. Zahrnuje elektrické síly mezi nabitými částicemi a magnetické síly, které působí na pohybující se náboje. Je popsána Maxwellovými rovnicemi.

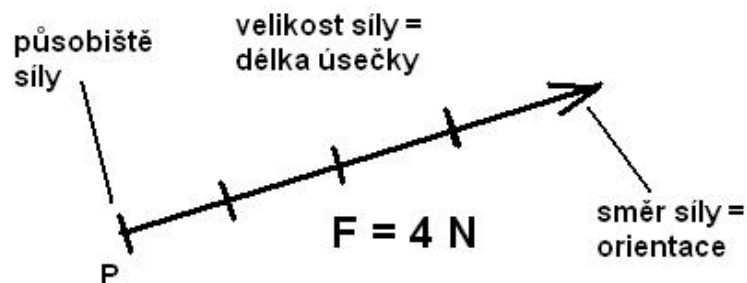
Slabá jaderná síla - Jedna ze čtyř základních sil, která je zodpovědná za určité typy radioaktivního rozpadu, jako je beta rozpad. Působí na velmi krátké vzdálenosti a je slabší než silná jaderná síla.

Silná jaderná síla - Také známá jako silná interakce, je to nejsilnější ze čtyř základních sil. Drží pohromadě protony a neutrony v jádře atomu a působí na velmi krátké vzdálenosti.

Mechanické síly - Tyto síly zahrnují různé typy, jako jsou tlakové a tahové síly (síla působící v ose nosníku), třecí síla (odporující pohybu mezi povrchy v kontaktu) a pružná síla (síla, která se objevuje, když je pružné těleso deformováno - Hookeův zákon. Snaží se vrátit těleso do jeho původního tvaru.).

Dostředivá a odstředivá síla - Dostředivá síla působí směrem do středu kruhového pohybu, zatímco odstředivá síla je vnímána jako síla působící směrem ven z centra rotace v rotujícím referenčním rámci.

Hydrostatický a hydrodynamický tlak - Síly působící v kapalinách v důsledku jejich tlaku a pohybu.



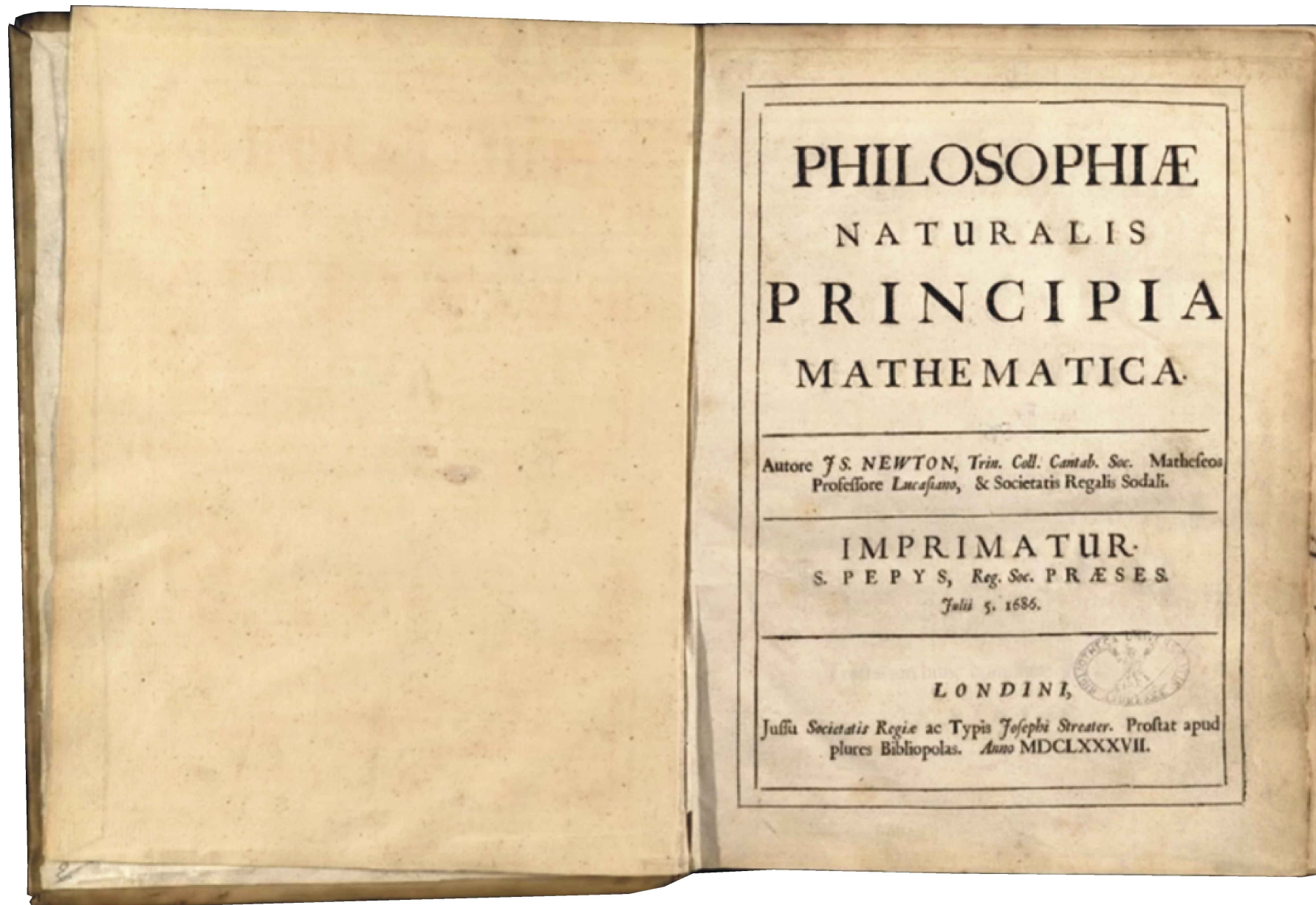
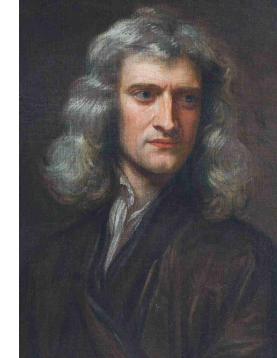
Isaac Newton (1642 - 1727)

Newtonovo pojetí jak interagují tělesa s pomocí síly.

Newton popsal základy vize jak funguje svět v knize Principia:

- pohybové zákony
- gravitační zákon

Kniha vznikla na podnět Edmunda Halley (Halleyova kometa), který zaplatil vydání, protože Newton nerad publikoval.:)



Pohybové zákony

- těleso setrvává v rovnoměrném přímočarém pohybu, dokud na něj nepůsobí síla
- zrychlení tělesa je úměrné působící síle a nepřímo úměrné jeho hmotnosti



$$F = ma$$

$$N \quad kg \quad ms^{-2}$$

Co je síla?

- síla je hmotnost krát zrychlení
- zrychlení je změna rychlosti s časem
- rychlost je změna dráhy s časem
- dráha je vzdálenost měřená v IS
- IS je soustava, kde platí zákon setrvačnosti
- těleso se pohybuje po přímce, pokud na něj nepůsobí síla



síla je jen matematický předpis,
který umožňuje výpočet dráhy

Co je síla?

- síla je hmotnost krát zrychlení
- zrychlení je změna rychlosti s časem
- rychlost je změna dráhy s časem
- dráha je vzdálenost měřená v IS
- IS je soustava, kde platí zákon setrvačnosti
- těleso se pohybuje po přímce, pokud na něj nepůsobí síla

Poznámka k úvaze:

Jenomže silové pojetí má jisté problémy. Nevíme co to je síla.

Definovat sílu matematicky je problém:

- *Síla je hmotnost krát zrychlení (problém: musíme říct, co to je hmotnost a zrychlení)*
- *zrychlení je změna rychlosti v čase (problém: pak musíme říct co to je rychlost, co to je čas)*
- *rychlost je změna dráhy s čase (problém: co to je dráha)*
- *dráha je vzdálenost měřená v IS (to se zdá jasný, dráha je odsud podsud, ale problém: já to musím někde měřit, v nějaké souřadnicovém systému, tyče tvořící osy x, y, z by musely být dokonale tuhé, protože každá tyč je pružná, má deformace. Protože nemáme dokonale tuhé tyče, tak nemůžeme sestavit dokonalý SS. Kam umístit SS, do vesmíru, aby platil zákon setrvačnosti, což je inerciální systém (IS), těleso se pohybuje rovnoměrně přímočaře, pokud na něho nepůsobí síly, a už jsme použili slovo síla, které jsem chtěli definovat, ... definice kruhem)*
- *IS je soustava, kde platí zákon setrvačnosti*
- *těleso se pohybuje po přímce, pokud na něj působí síla ... definice kruhem*

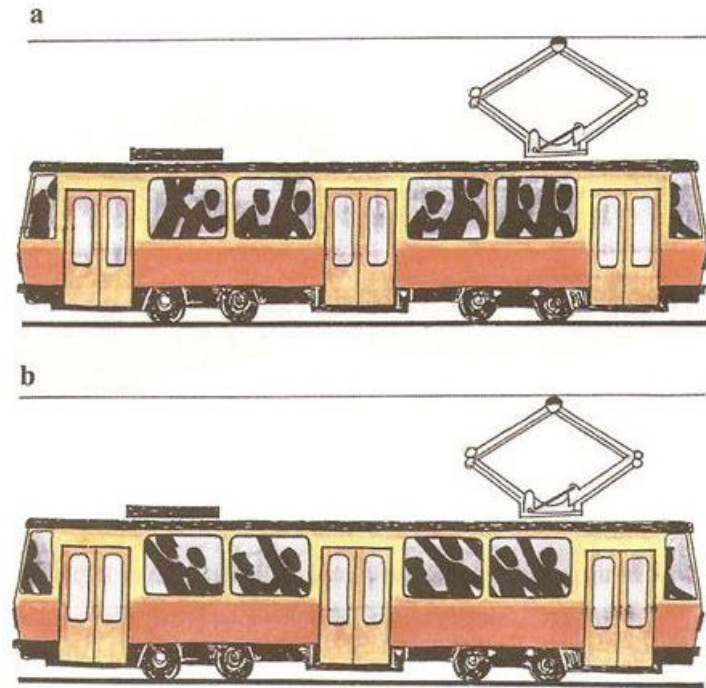
NEWTONOVY POHYBOVÉ ZÁKONY

1. ZÁKON SETRVAČNOSTI

Těleso zůstává v klidu nebo v rovnoměrném přímočarém pohybu, pokud na něj nepůsobí žádné vnější síly (nebo jsou tyto síly v rovnováze)

Příklady projevů zákona setrvačnosti

- Letící šíp
- Setrvačná síla v brzdící tramvaji



NEWTONOVY POHYBOVÉ ZÁKONY

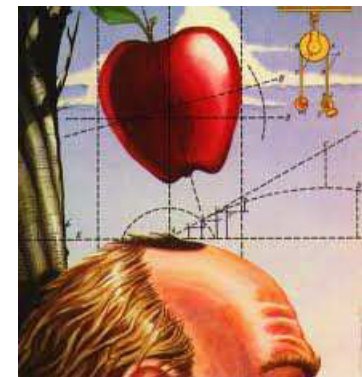
2. ZÁKON SÍLY

- Působí-li na těleso síla, která není s jinou silou v rovnováze, pohybuje se těleso rovnoměrně zrychleným pohybem (zrychluje nebo zpomaluje).
- Velikost zrychlení je přímo úměrná působící síle (kolikrát bude větší síla, tolikrát bude větší velikost zrychlení tělesa).
- Velikost zrychlení (a) je nepřímo úměrná hmotnosti tělesa (kolikrát bude větší hmotnost tělesa, tolikrát bude velikost zrychlení tělesa menší).

$$a = \frac{F}{m}$$

$$F = m \cdot a$$

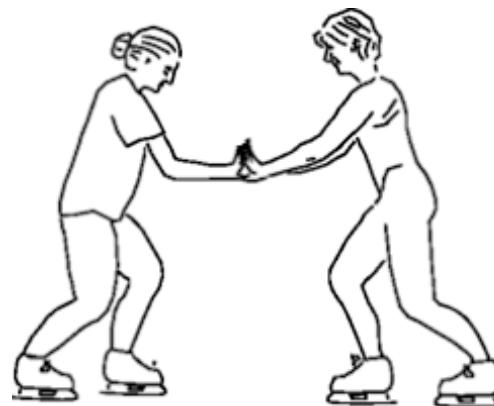
1 N je síla, kterou Země působí na těleso o hmotnosti 0,1 kg:



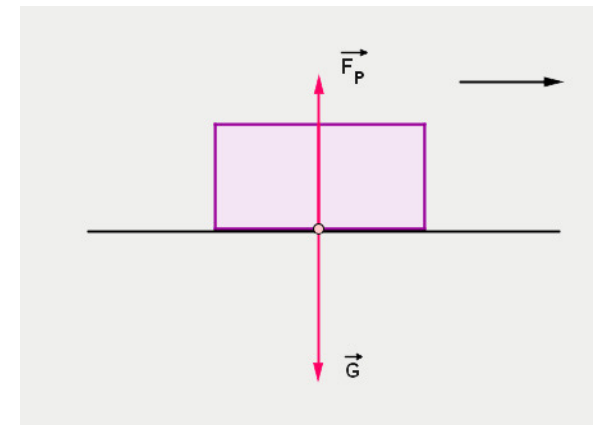
NEWTONOVY POHYBOVÉ ZÁKONY

3. ZÁKON AKCE A REAKCE (zákon vzájemného působení sil)

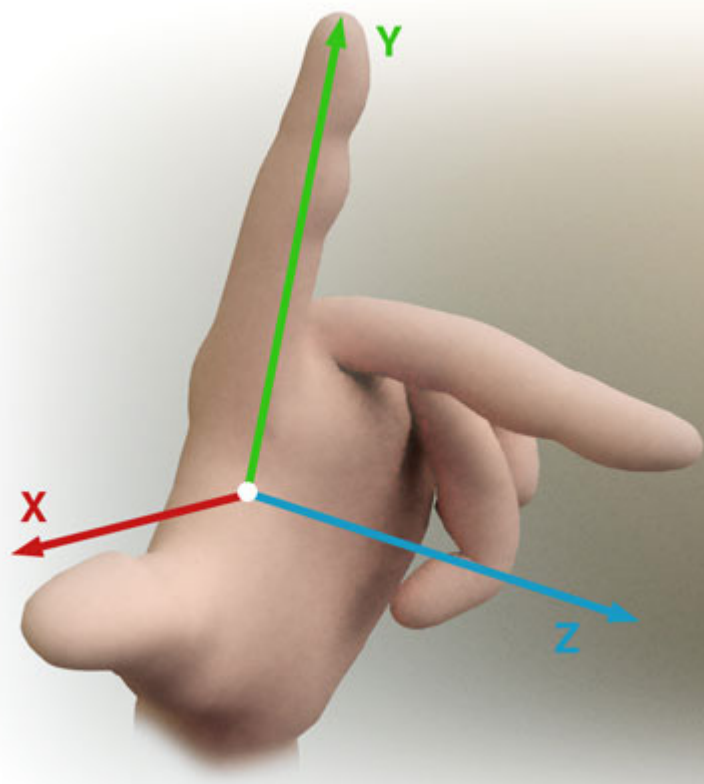
- Působí-li jedno těleso na druhé silou (akce), působí druhé na první stejně velkou silou opačného směru (reakce).
- Síly vzájemného působení současně vznikají a současně zanikají.
- Vzájemné působení sil (akce a reakce) je něco jiného než rovnováha sil. U rovnováhy sil působí dvě stejně velké síly opačného směru na jedno jediné těleso. V případě akce a reakce působí každá síla na jiné těleso.



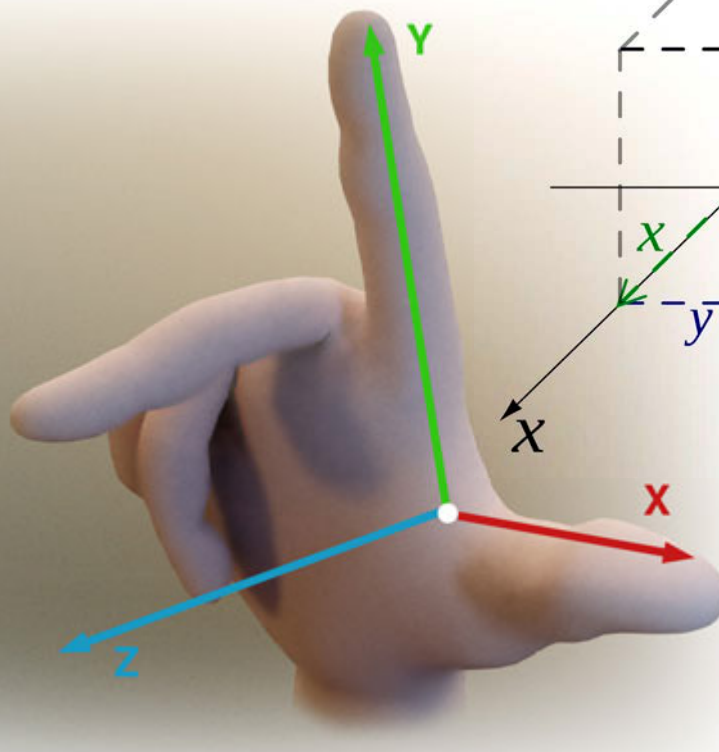
Akce - Reakce



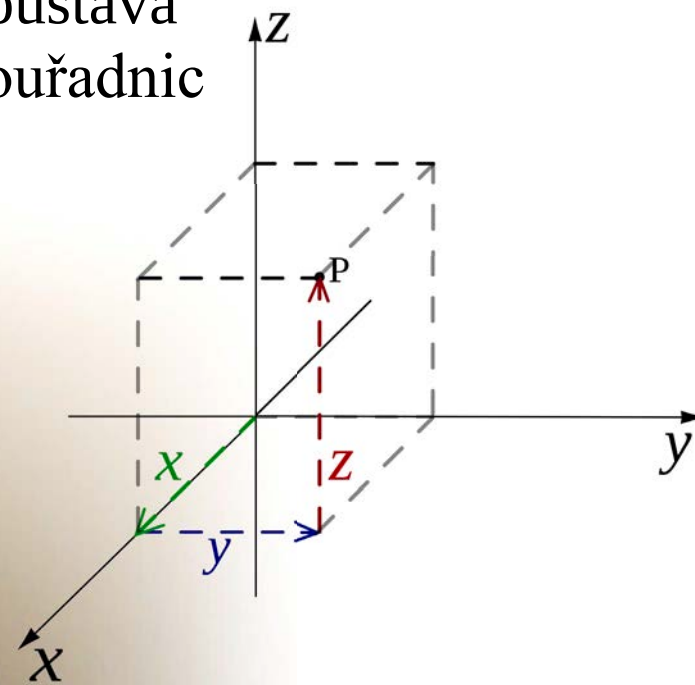
Pravotočivá a levotočivá soustava
prostorových kartézských souřadnic



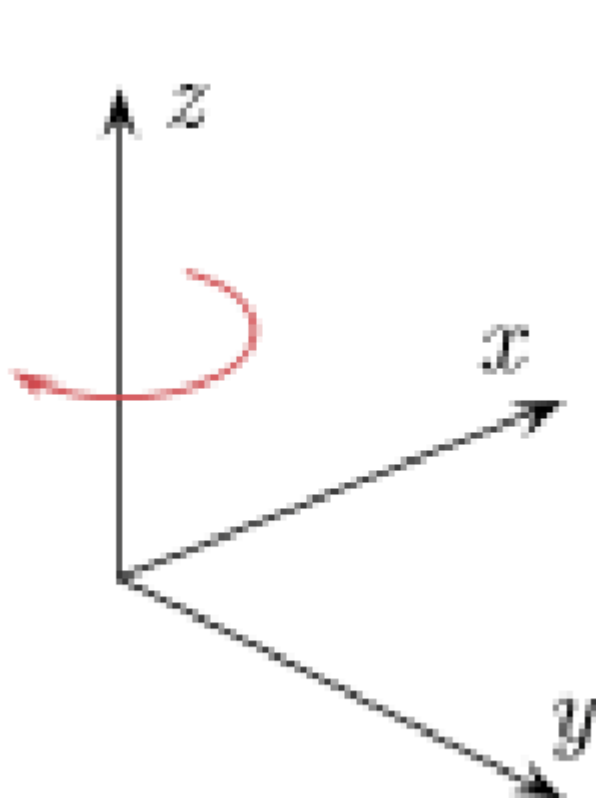
Levotočivá



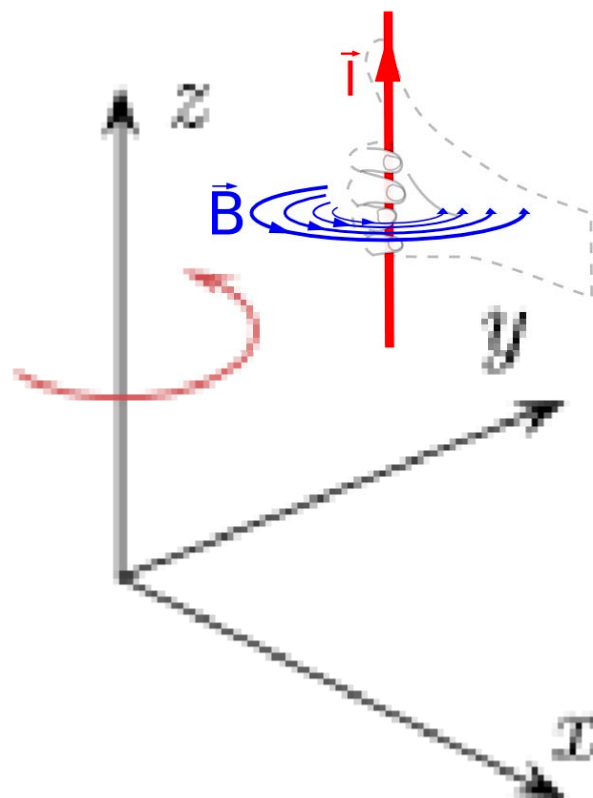
Pravotočivá



Pravotočivá a levotočivá soustava
prostorových kartézských souřadnic



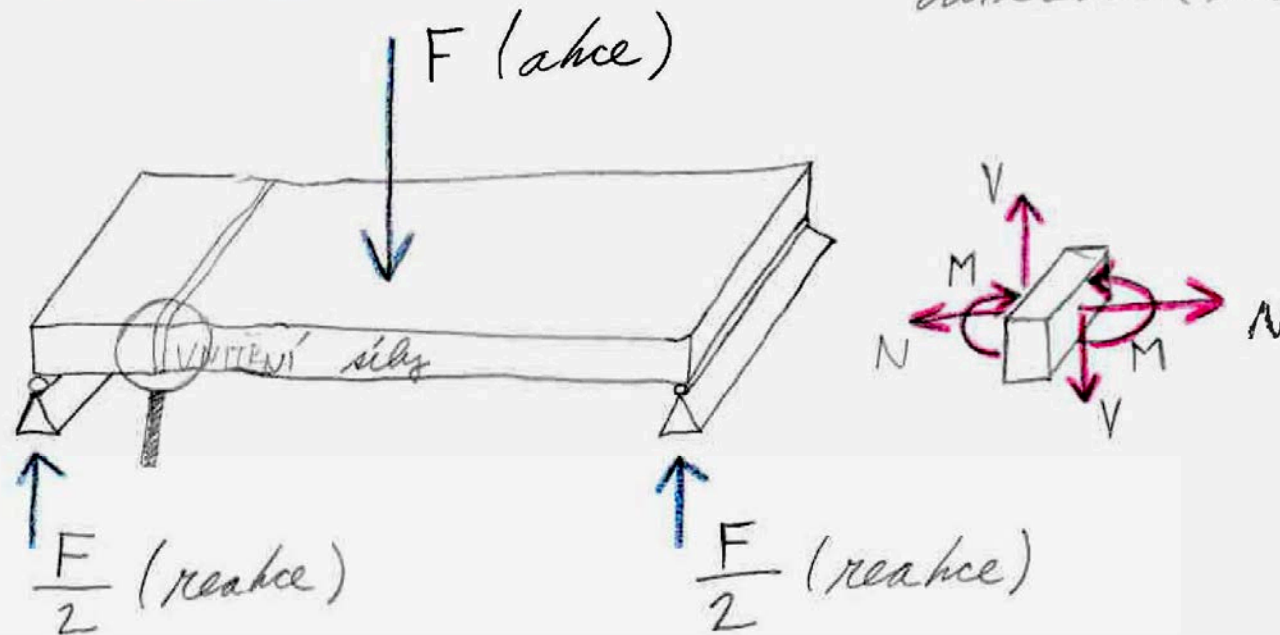
Levotočivá



Pravotočivá

SÍLA – VNITŘNÍ A VNĚJŠÍ

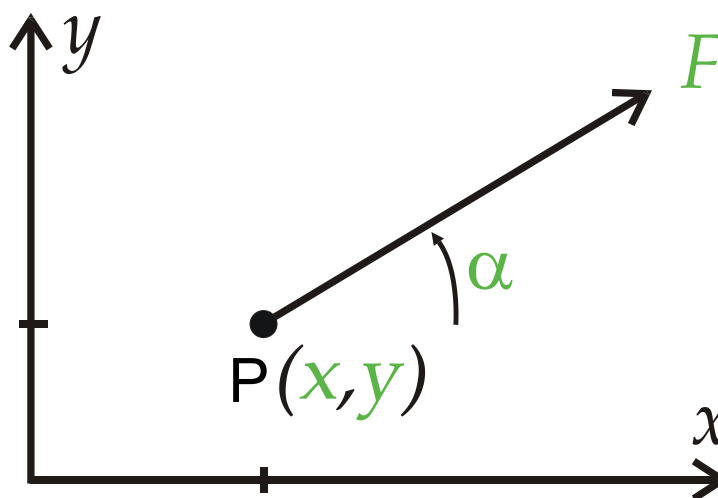
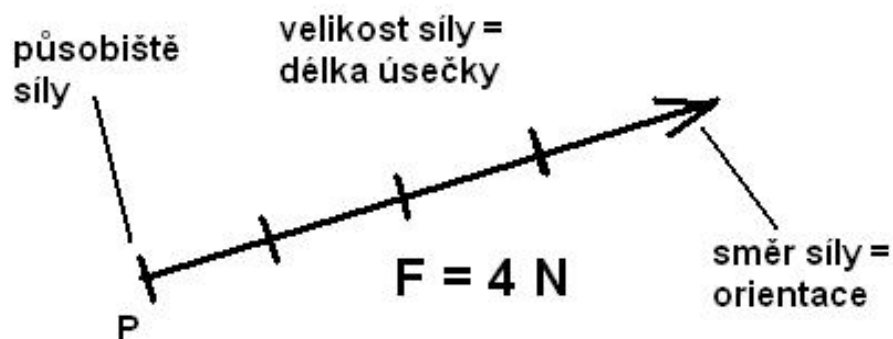
mějící síla (působí na těleso zvenčí) – akce
vnitřní síla (vzniká uvnitř tělesa působením v důsledku namáhání) – reakce



SÍLA v rovině

Síla je vektorová veličina, která je jednoznačně určena

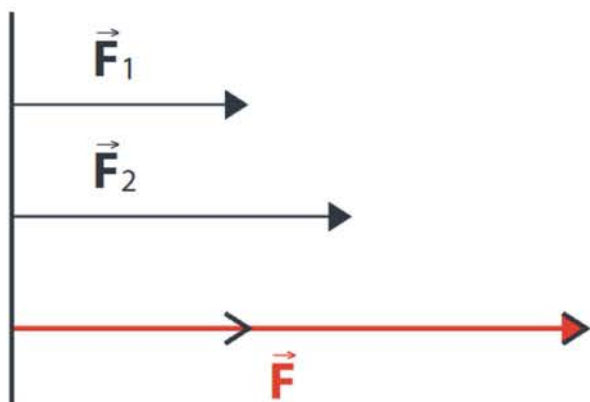
- velikostí [N]
- směrem a smyslem [$^{\circ}$]
- působištěm $[x, y]$



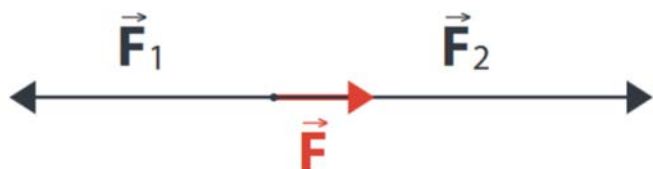
SKLÁDÁNÍ SIL

Síla, která má na těleso stejný účinek jako několik současně působících sil, se nazývá výslednice těchto sil. Nalezení výslednice sil se nazývá **skládání sil**.

Výslednice sil **stejného směru** na jedné přímce má se silami stejný směr a její velikost se rovná součtu velikostí všech sil. Pohybový účinek síly na pevné těleso se nezmění, posune-li se její působíště do jiného bodu tělesa po přímce, ve které síly působí.

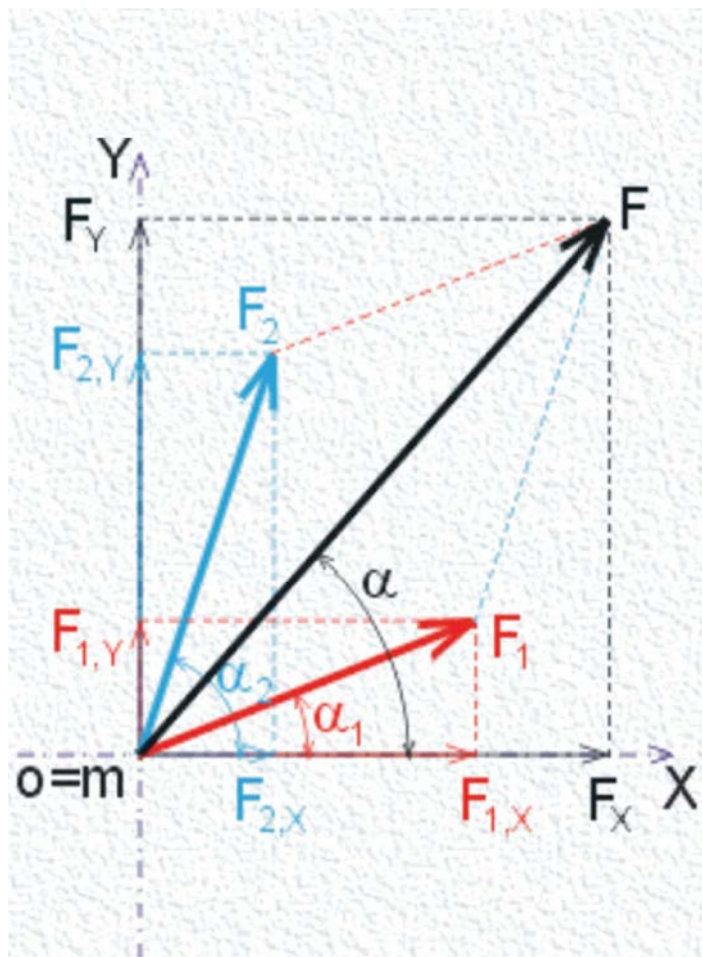


Výslednice dvou sil opačného směru má stejný směr jako větší síla a její velikost se rovná rozdílu velikosti obou sil.



SKLÁDÁNÍ SIL

U dvou sil **různého směru** se **společným působištěm** získáme výslednici doplněním na rovnoběžník



$$F_{1,x} = F_1 \cos \alpha_1$$

$$F_{2,x} = F_2 \cos \alpha_2$$

a do složek $F_{1,y}$ a $F_{2,y}$ rovnoběžných s osou y :

$$F_{1,y} = F_1 \sin \alpha_1$$

$$F_{2,y} = F_2 \sin \alpha_2$$

Potom vodorovnou a svislou složku síly F dostaneme ze vztahů :

$$F_x = F_{1,x} + F_{2,x}$$

$$F_y = F_{1,y} + F_{2,y}$$

Výslednou velikost síly F pak dostaneme ze vztahu :

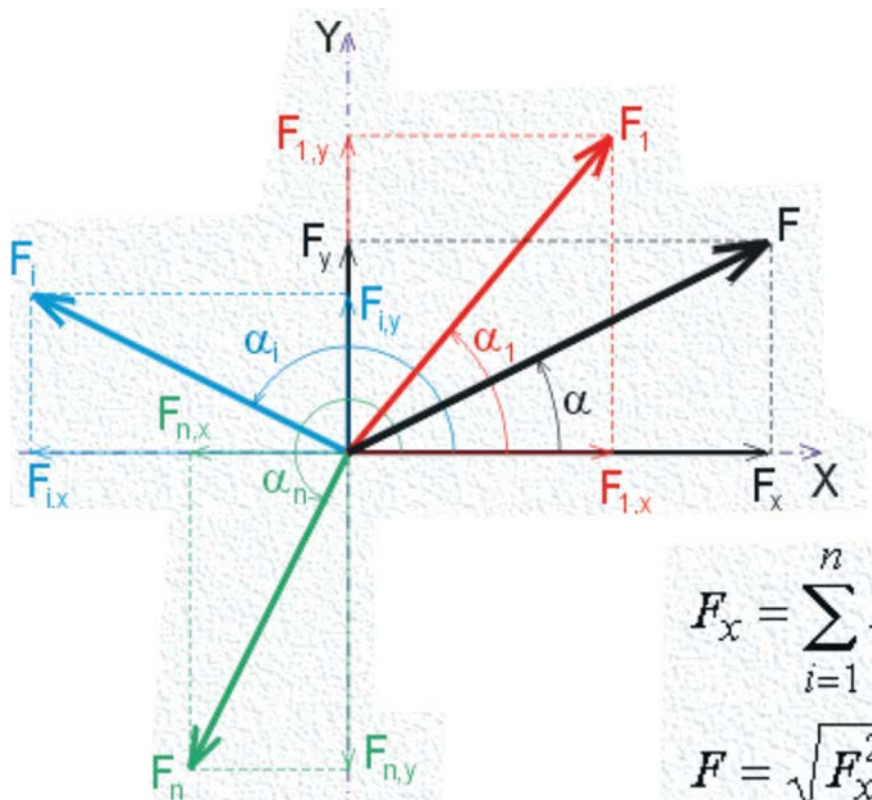
$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

Úhel α síly F dostaneme ze vztahů :

$$\cos \alpha = \frac{F_x}{F} \quad \sin \alpha = \frac{F_y}{F}$$

SKLÁDÁNÍ SIL

U dvou nebo více sil **různého směru** se **společným působištěm** získáme výslednici obdobně, tj. rozkladem každé síly do vodorovného a vertikálního směru:



$$F_x = \sum_{i=1}^n F_{i,x} = \sum_{i=1}^n F_i \cos \alpha_i$$

$$F_y = \sum_{i=1}^n F_{i,y} = \sum_{i=1}^n F_i \sin \alpha_i$$

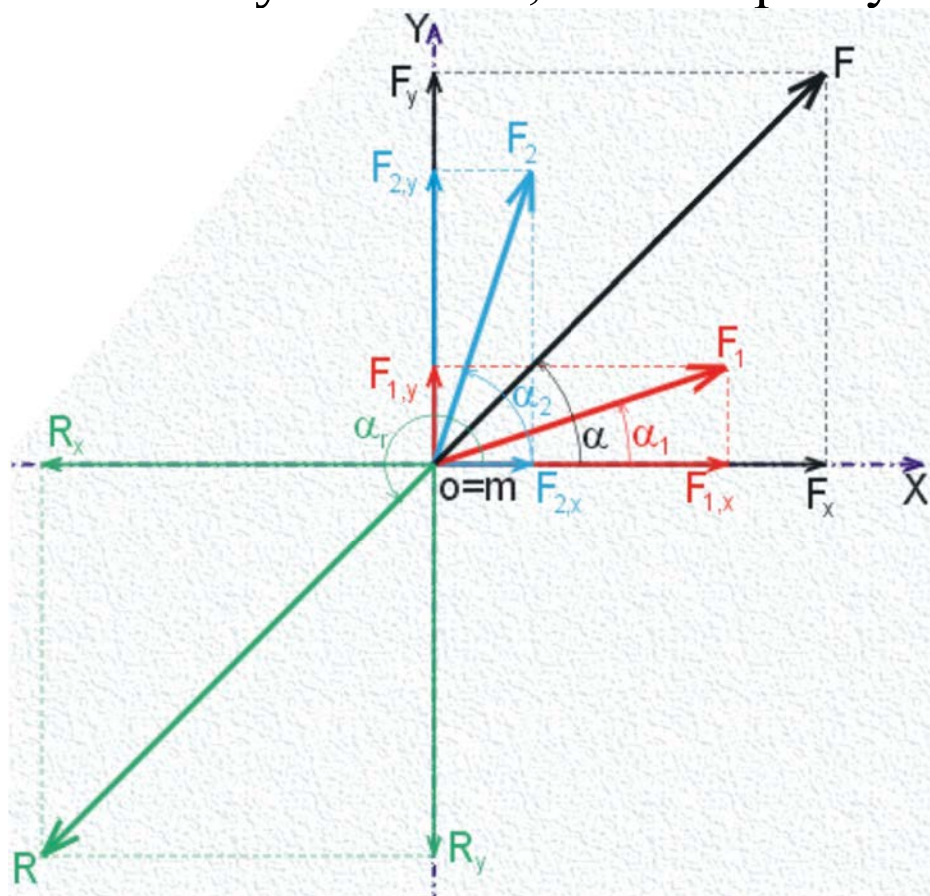
$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{F_x}{F} \quad \sin \alpha = \frac{F_y}{F}$$

VÝSLEDNICE A ROVNOVÁŽNÁ SÍLA

Výslednice je síla, kterou nahrazujeme účinek soustavy sil. Tedy statický účinek soustavy sil je stejný jako statický účinek výslednice.

Rovnovážná síla je síla, která vyrovnává účinek soustavy sil tak, že výsledný statický účinek soustavy sil a rovnovážné síly je nulový. Velikost rovnovážné síly R je shodná s velikostí výslednice F , ale má opačný směr.



Výslednice soustavy sil F_i je síla F , jejíž velikost určíme ze vztahů :

$$F_x = \sum_{i=1}^n F_{i,x} = \sum_{i=1}^n F_i \cos \alpha_i$$

$$F_y = \sum_{i=1}^n F_{i,y} = \sum_{i=1}^n F_i \sin \alpha_i$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{F_x}{F} \quad \sin \alpha = \frac{F_y}{F}$$

Rovnovážnou sílu R k soustavě sil F_i určíme ze vztahů :

$$R_x + \sum_{i=1}^n F_{i,x} = 0$$

$$R_y + \sum_{i=1}^n F_{i,y} = 0$$

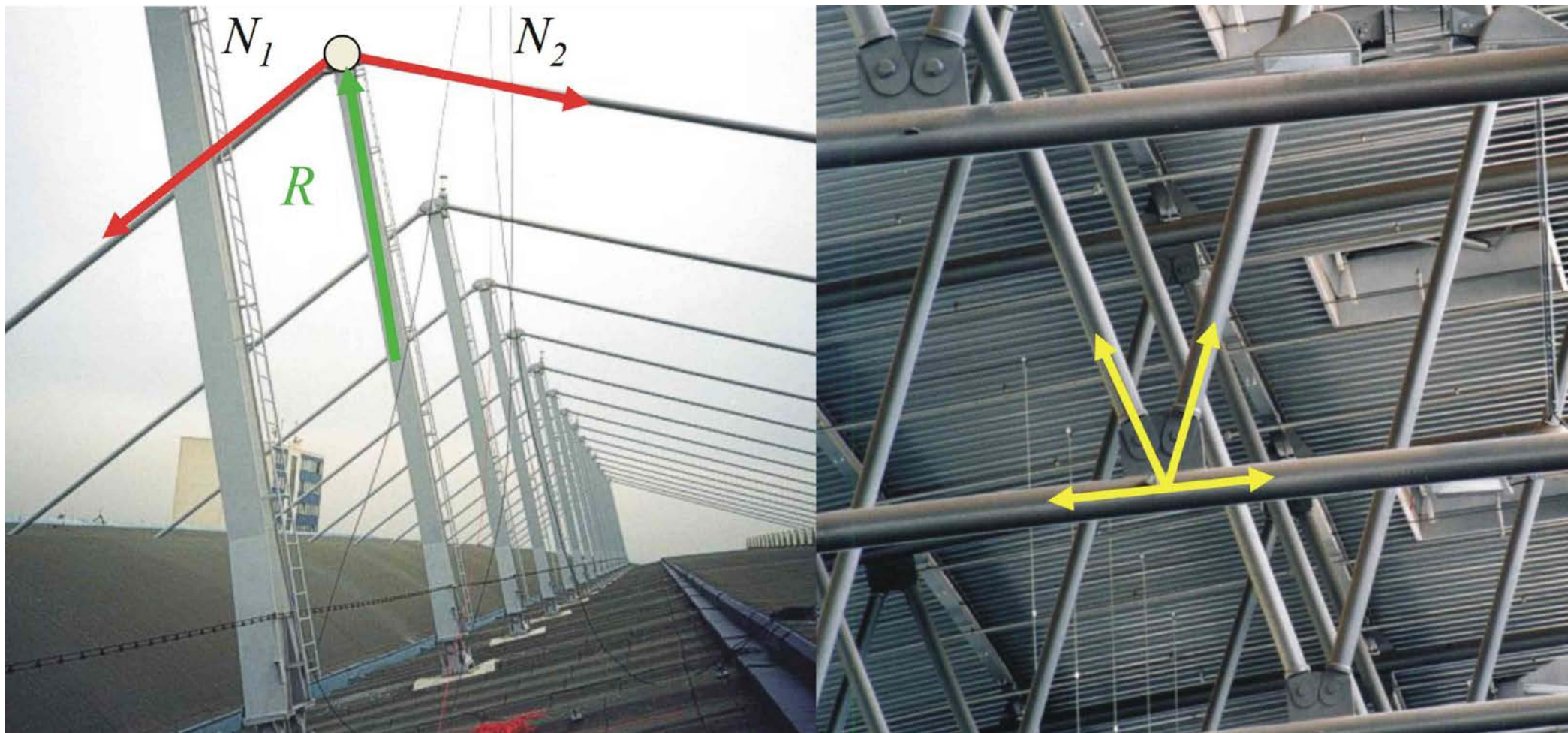
$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$\cos \alpha_r = \frac{R_x}{R} \quad \sin \alpha_r = \frac{R_y}{R}$$

Po přidání síly R jsou splněny silové podmínky rovnováhy ve směru x a y .

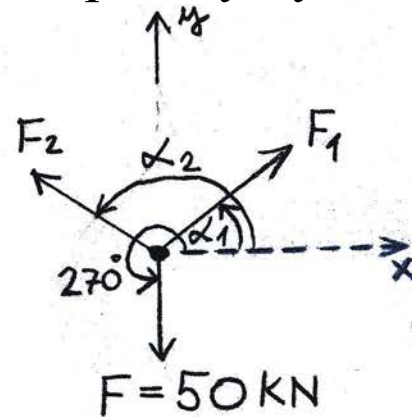
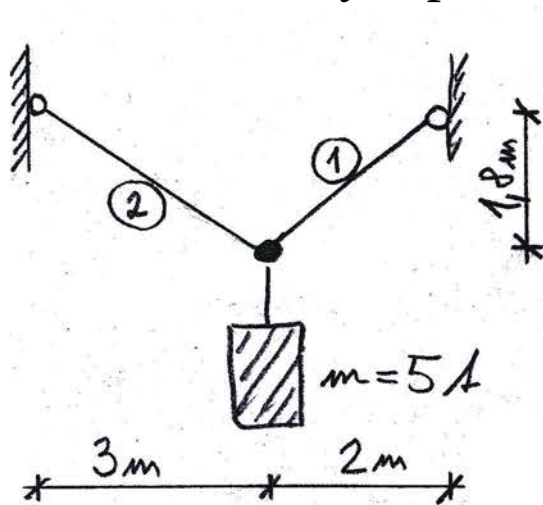
ROVNOVÁHA VE STYČNÍKU

Rovnovážná soustava sil- výslednice je nulová.



ROVNOVÁHA VE STYČNÍKU

Vypočtete osově síly v prutech 1 a 2. Správný výsledek má dobře jednotku a znaménko!



$$F = m \cdot g$$

$$F = 5 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$F = 50 \cdot 10^3 \text{ N} = 50 \text{ kN}$$

$$\tan \alpha_1 = \frac{1.8}{2} \Rightarrow \alpha_1 = 42^\circ$$

$$\tan \alpha_2 = \frac{1.8}{3} \Rightarrow \alpha_2 = 31^\circ$$

$$\alpha_2 = 180^\circ - 31^\circ = 149^\circ$$

2 podmínky rovnováhy:

$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$F_1 \cdot \cos \alpha_1 + F_2 \cdot \cos \alpha_2 + F \cdot \cos 270^\circ = 0$$

$$F_1 \cdot \sin \alpha_1 + F_2 \cdot \sin \alpha_2 + F \cdot \sin 270^\circ = 0$$

$$F_1 \cdot \cos 42^\circ + F_2 \cdot \cos 149^\circ + 50 \text{ kN} \cdot \cos 270^\circ = 0$$

$$F_1 \cdot \sin 42^\circ + F_2 \cdot \sin 149^\circ + 50 \text{ kN} \cdot \sin 270^\circ = 0$$

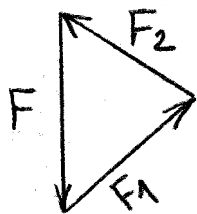
$$F_1 \cdot 0,743 + F_2 \cdot 0,857 = 0 \Rightarrow F_1 = F_2 \cdot \frac{0,857}{0,743}$$

$$F_1 \cdot 0,669 + F_2 \cdot 0,514 - 50 \text{ kN} = 0$$

$$F_2 \cdot \frac{0,857}{0,743} \cdot 0,669 + F_2 \cdot 0,514 - 50 \text{ kN} = 0$$

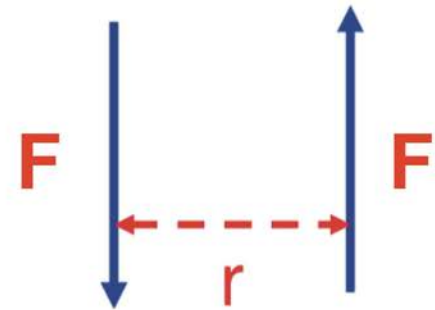
$$F_2 \cdot 1,286 = 50 \text{ kN} \Rightarrow F_2 = 38,873 \text{ kN}$$

$$F_1 = 44,837 \text{ kN}$$



STATICKÝ MOMENT DVOJICE SIL

- **dvojice sil**
 - rovnoběžné
 - opačně orientované
 - stejně velké



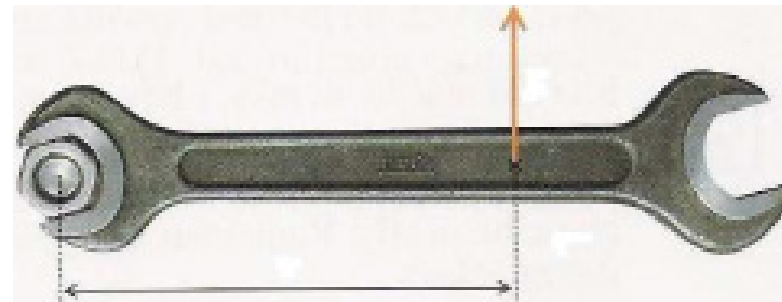
Moment dvojice sil:

$$M = F \cdot r \quad [\text{kNm}]$$

moment je ke všem bodům v rovině stejný

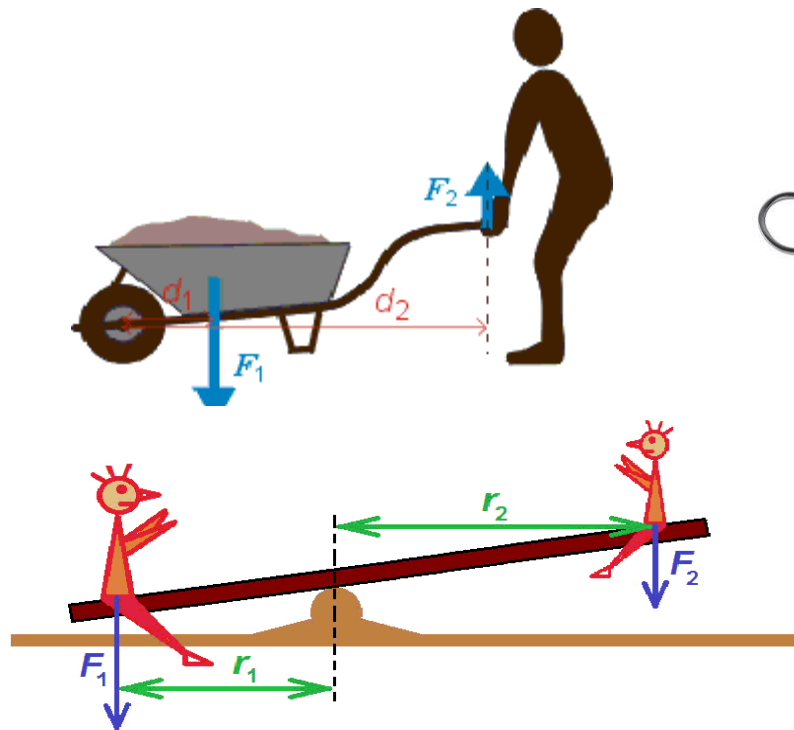


STATICKÝ MOMENT SÍLY K BODU

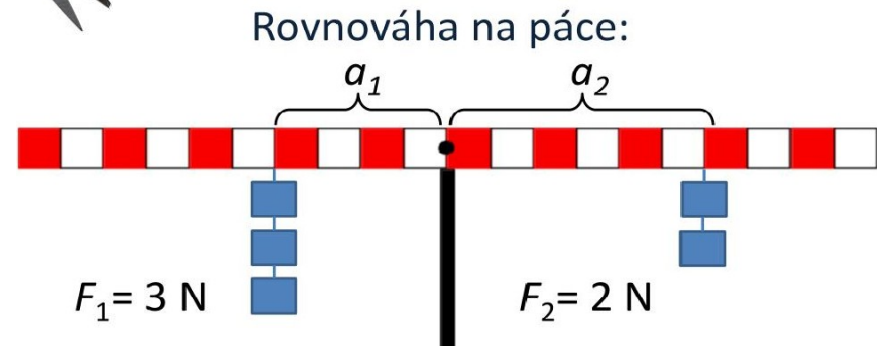


STATICKÝ MOMENT SÍLY

- Moment síly je fyzikální veličina, kterou označujeme M
- Jednotka momentu síly je $\text{N} \cdot \text{m}$ (newtonmetr)
- Moment síly je veličina, která popisuje otáčivý pohyb tělesa
- Vztah (vzoreček) pro výpočet momentu síly:

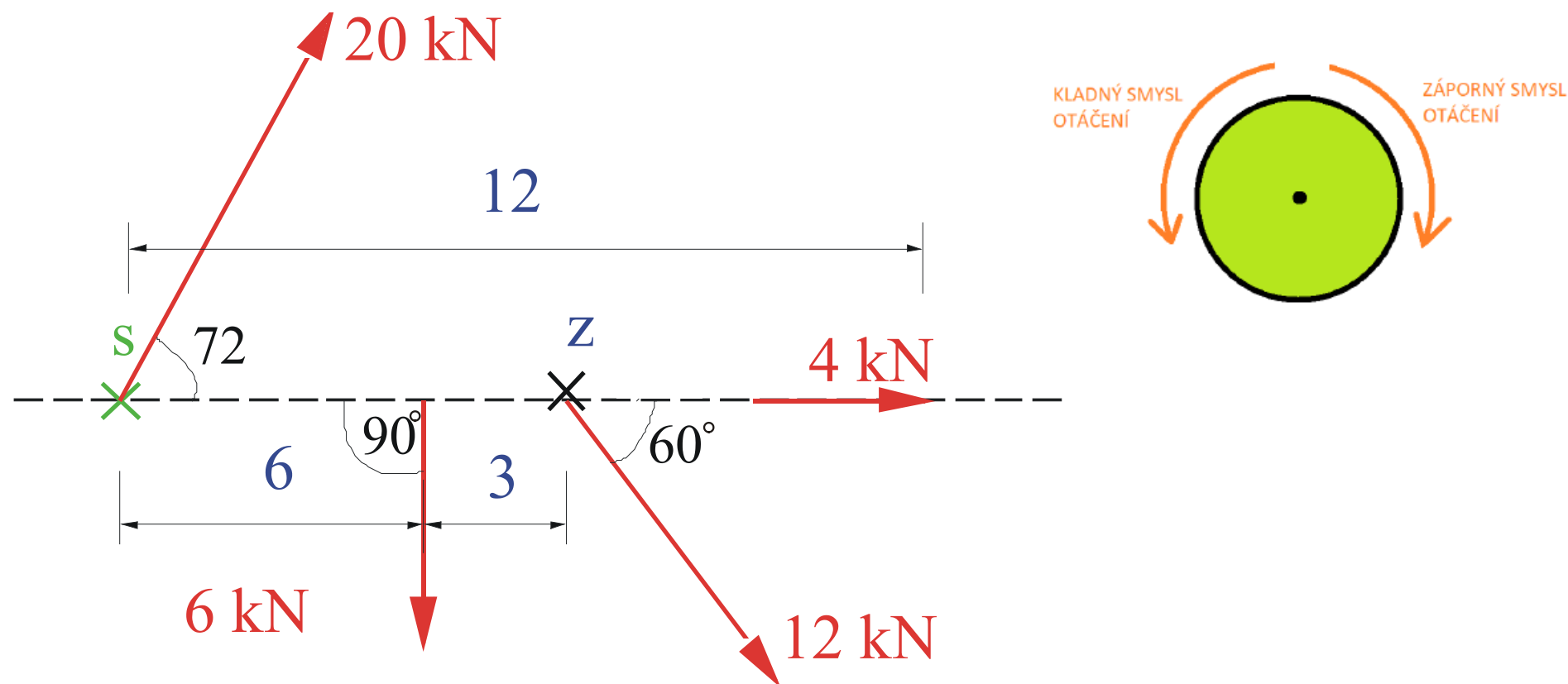


$$M = F \cdot r \quad [\text{kNm}]$$



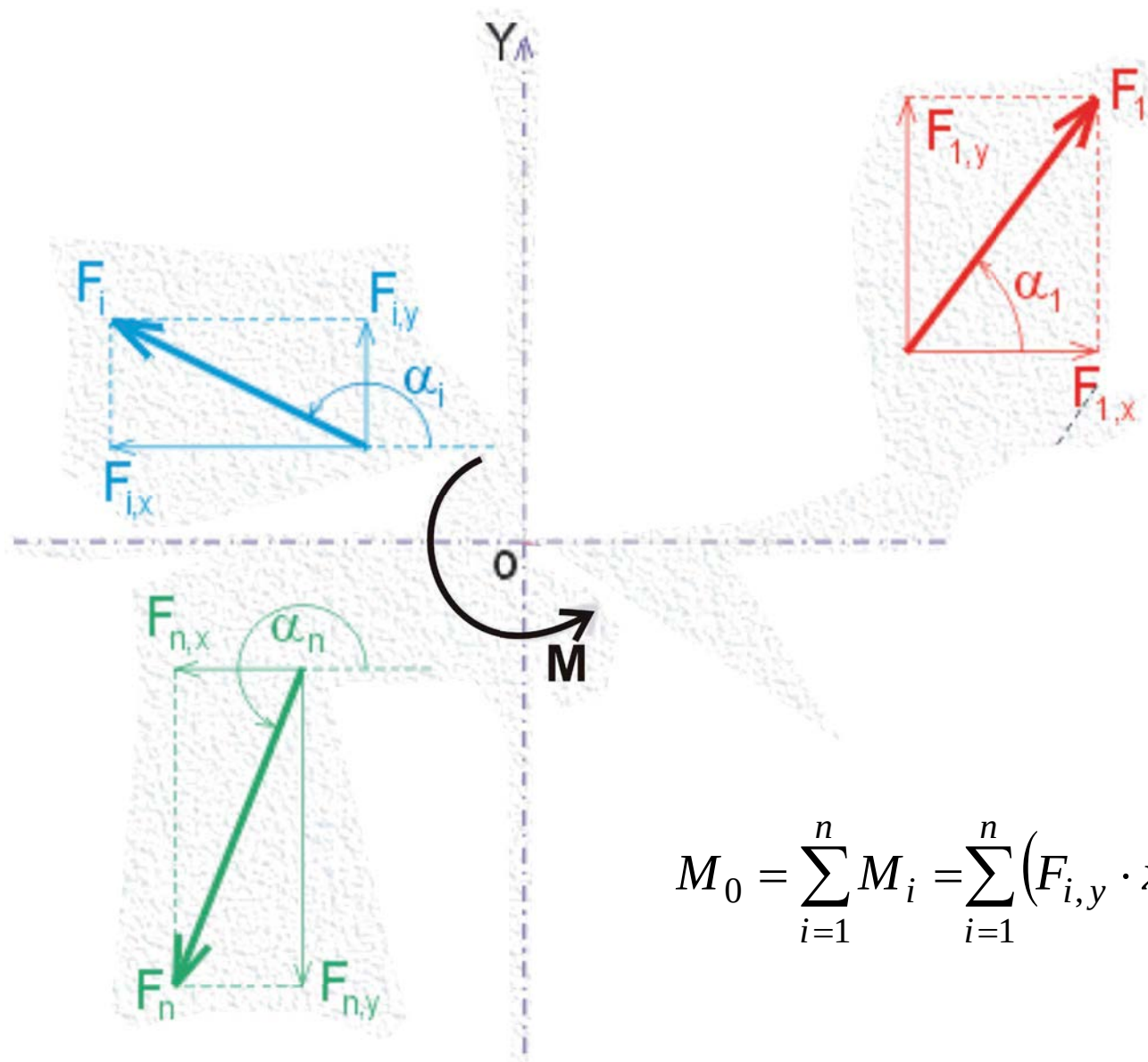
STATICKÝ MOMENT SIL K BODU

Stanovte výsledný moment sil k bodu **S**.



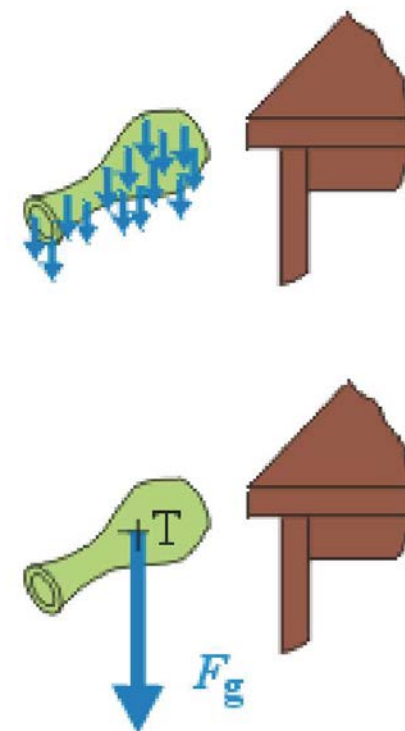
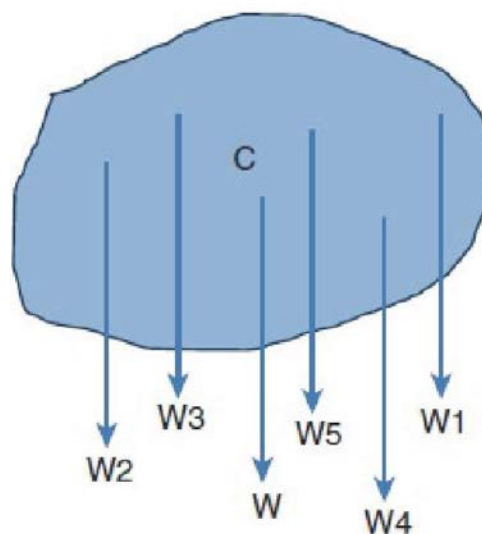
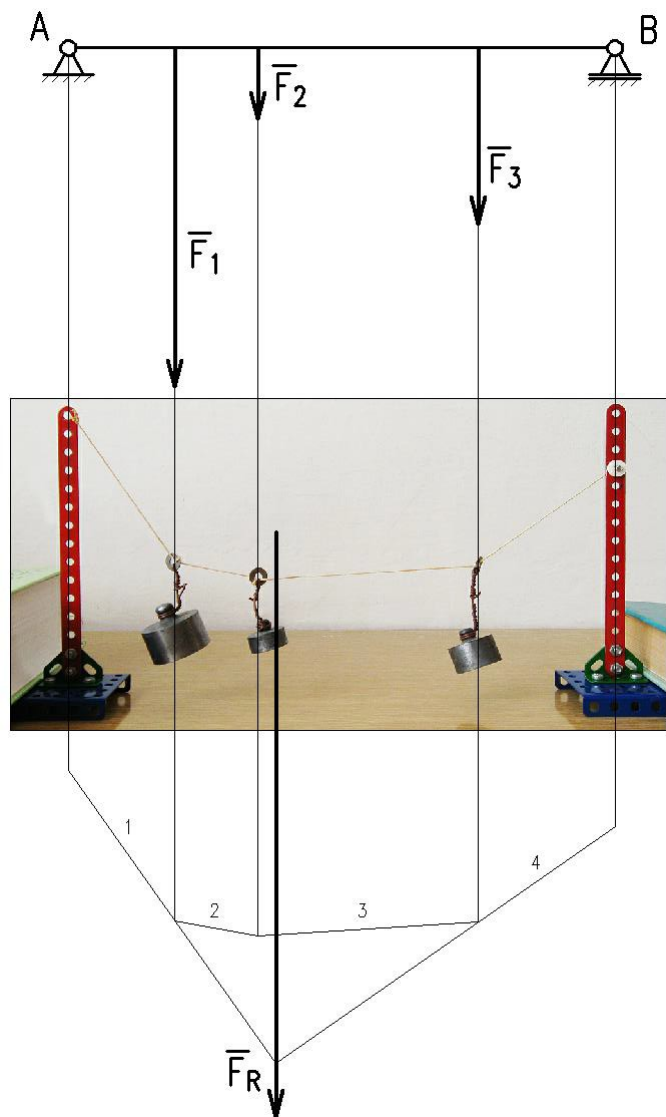
$$M_S = -6 \text{ kN} \cdot 6 \text{ m} - 12 \text{ kN} \cdot \sin(60^\circ) \cdot 9 \text{ m} = -129,53 \text{ kNm}$$

STATICKÝ MOMENT SIL K BODU

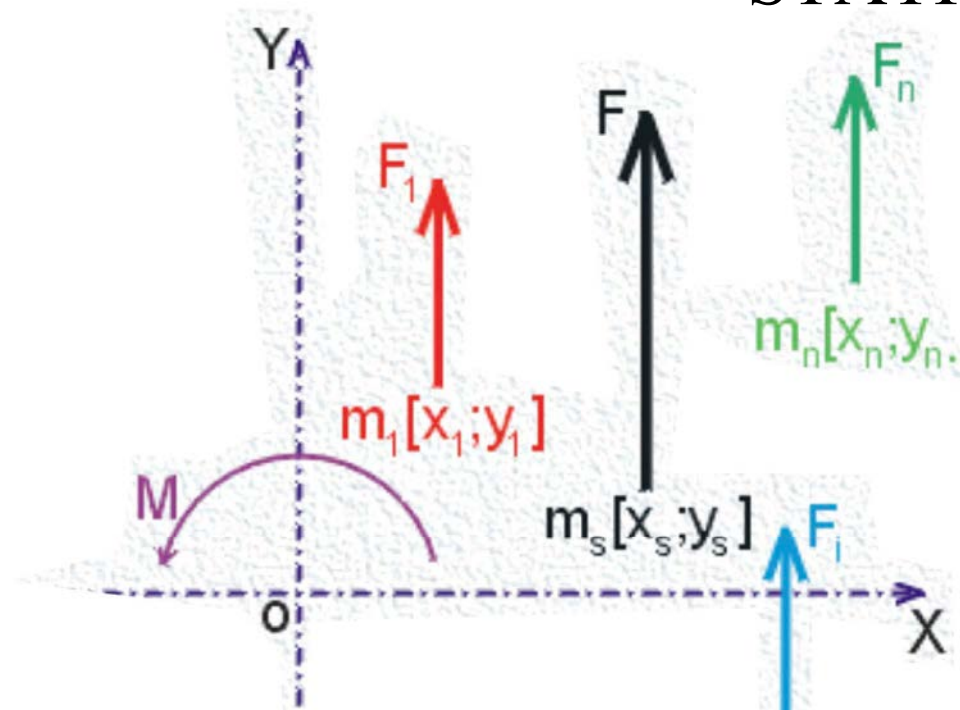


$$M_0 = \sum_{i=1}^n M_i = \sum_{i=1}^n (F_{i,y} \cdot x_i - F_{i,x} \cdot y_i)$$

SOUSTAVA ROVNOBĚŽNÝCH SIL V ROVINĚ A JEJÍ STATICKÝ STŘED



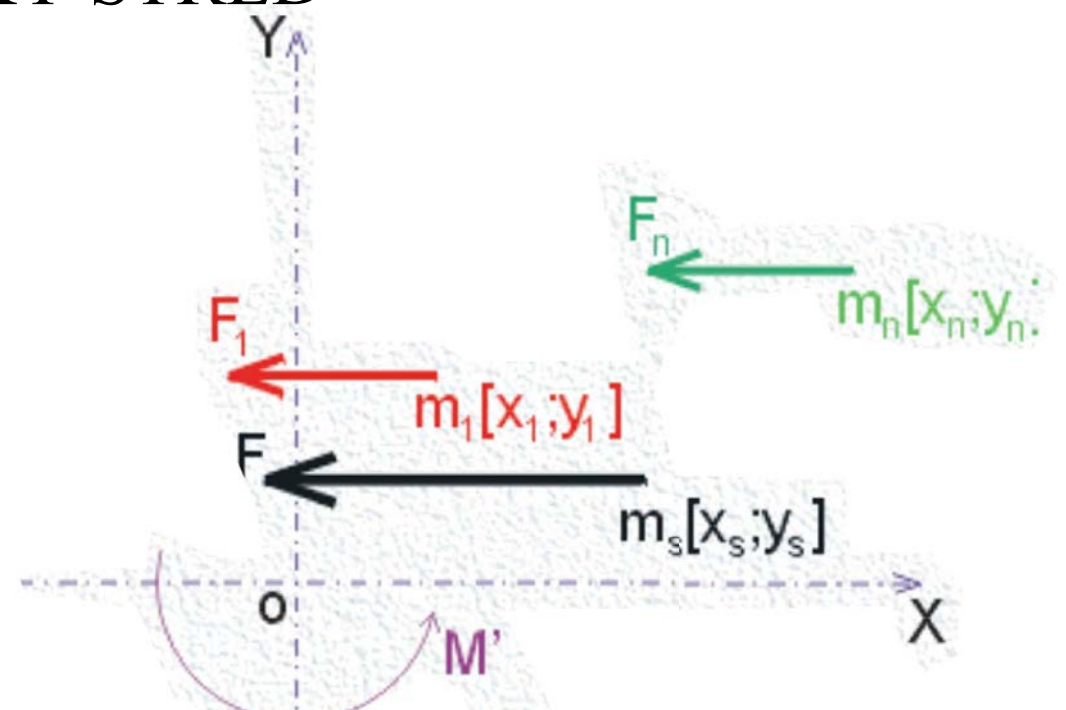
SOUSTAVA ROVNOBĚŽNÝCH SIL V ROVINĚ A JEJÍ STATICKÝ STŘED



$$F \cdot x_s = \sum_{i=1}^n F_i \cdot x_i$$

$$x_s = \frac{\sum_{i=1}^n F_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n F_i}$$

$$F = \sum_{i=1}^n F_i$$



$$F \cdot y_s = \sum_{i=1}^n F_i \cdot y_i$$

$$y_s = \frac{\sum_{i=1}^n F_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^n F_i}$$

