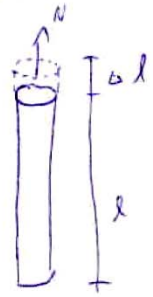
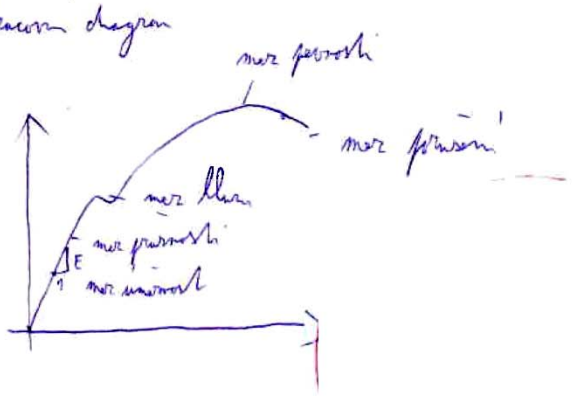
1) Hookův zákon : $\sigma = E \cdot \varepsilon$



$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

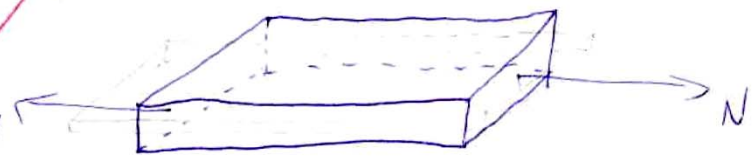
Pracovní diagram



2) Poissonův součinitel - udává stlačitelnost materiálu μ

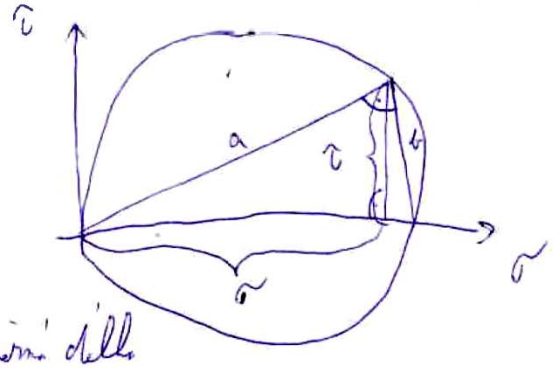
např. korek - $0 < \mu < 0{,}5$ - nestlačitelné , ocel : $\mu = 0{,}3$, beton : $\mu = 0{,}15 - 0{,}2$

$$\mu = -\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$$



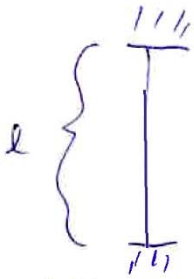
3) diferenciální rovnice ohybové čáry : $\cancel{w'' = \frac{EI}{L_{CR}^2}}$ $w'' = \frac{M(x)}{EI}$ $w'' + \frac{F}{EI} w = 0$

4) Mohrova kružnice hlavních napětí $\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$



5) vzpěrná délka

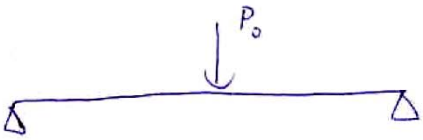
- délka štíhlého prutu

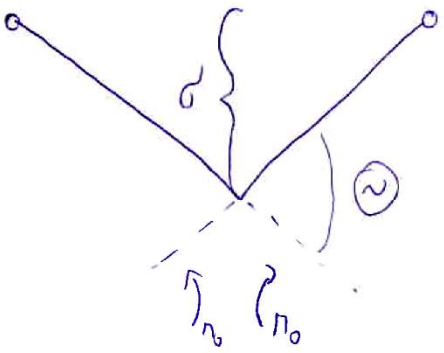


6) Mezní plastický moment a mezní plastická únosnost kinematickou metodou

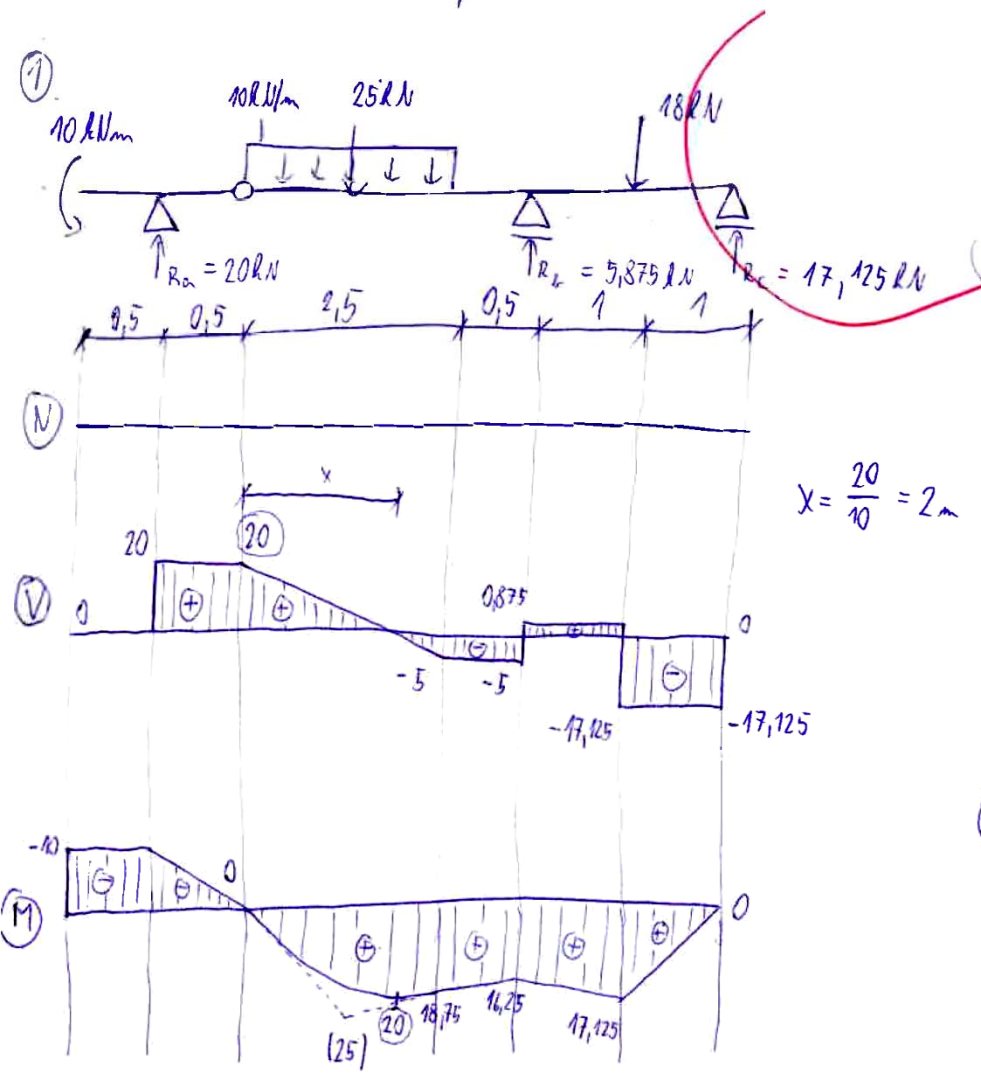
druhá strana →

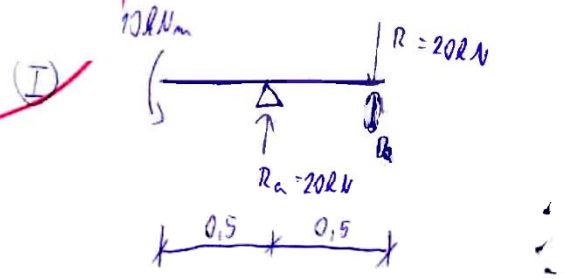
6)





Max. absolutní hodnota obou napětí





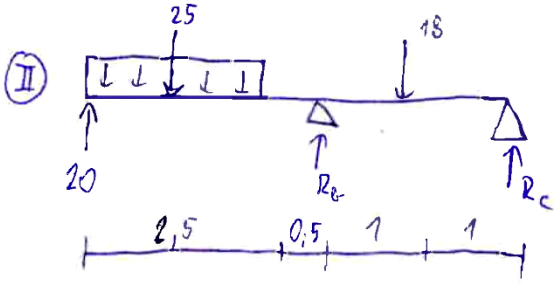
$$x = \frac{20}{10} = 2\,m$$

$$\Sigma M_R = 0$$

$$10 - 0{,}5 R_a = 0$$

$$R_a = 20\,kN$$

$$R = 20\,kN$$



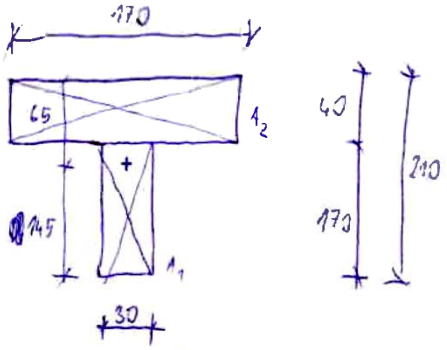
$$\Sigma M_c = 0$$

$$-5 \cdot 20 + 3{,}75 \cdot 25 - 2R_b + 18 = 0$$

$$R_b = 5{,}875\,kN$$

$$R_c = 17{,}125\,kN$$

$$M_x = -10 + 20 \cdot 2{,}5 - 10 \cdot 2 \cdot \frac{2}{2} = 20\,kNm$$



$$A_1 = 5{,}1 \cdot 10^{-3}\,m^2$$

$$A_2 = 6{,}8 \cdot 10^{-3}\,m^2$$

$$z_t = \frac{5{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}085 + 6{,}8 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}19}{0{,}0119}$$

$$z_t = 0{,}145\,m$$

$$I_y = \frac{1}{12} \cdot 0{,}03 \cdot 0{,}17^3 + 5{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot (0{,}06)^2$$

$$+ \frac{1}{12} \cdot 0{,}17 \cdot 0{,}04^3 + 6{,}8 \cdot 10^{-3} \cdot (0{,}045)^2$$

$$= 3{,}06425 \cdot 10^{-5} + 1{,}46767 \cdot 10^{-5} = 4{,}53192 \cdot 10^{-5}\,m^4$$

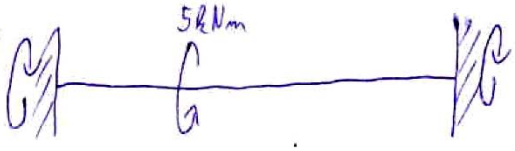
$$\max|\sigma_x| = \frac{M_y}{I_y} \cdot z$$

$$= \frac{20}{4{,}53192 \cdot 10^{-5}} \cdot 0{,}145 = \underline{\underline{63{,}99\,MPa}}$$

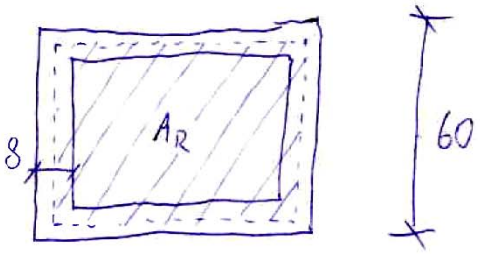
$$\max|\tau_{xz}| = \frac{V \cdot S_y}{I_y \cdot t}$$

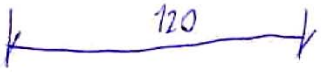
$$= \frac{20 \cdot 0{,}03 \cdot 0{,}145 \cdot \frac{0{,}145}{2}}{4{,}53192 \cdot 10^{-5} \cdot 0{,}03} = \underline{\underline{4{,}639\,MPa}}$$

③

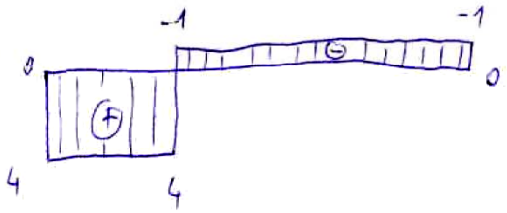








Ⓜ

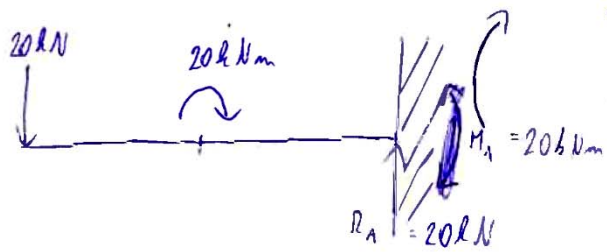


$$A_R = 0{,}112 \cdot 0{,}052 = 5{,}824 \cdot 10^{-3}\ m^2$$

$$\max \tau_{xs} = \frac{T}{2A_R \cdot t}$$

$$\max \tau_{xs} = \frac{4}{2 \cdot 5{,}824 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}008} = 42{,}926\ MPa$$

Příklad na volném konci konzoly - Mohrova metoda

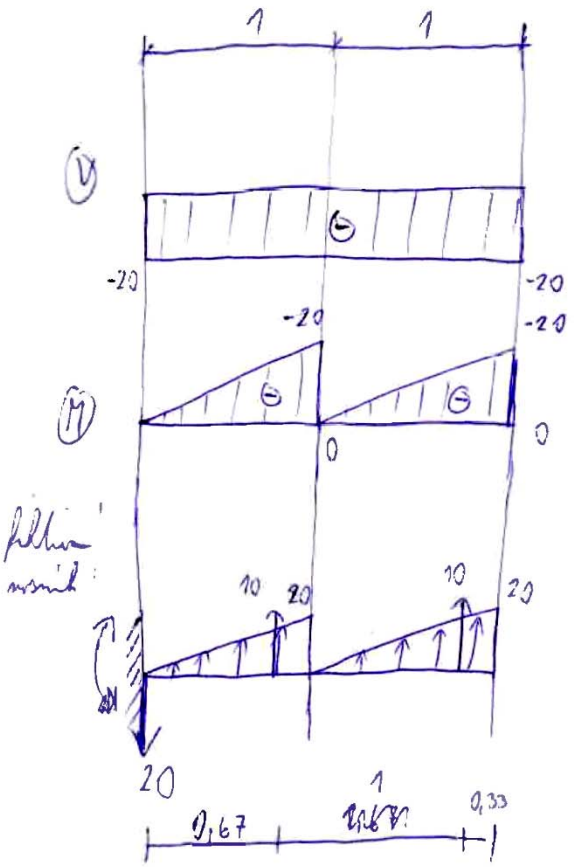
② 

$\Sigma M_a = 0$

$20 \cdot 2 - 20 + M_a = 0$

$M_a = 20\ kNm$

$R_a = 20\ kN$



$E = 210\ GPa$

$I = 0,00001587\ m^4 = 15,87 \cdot 10^{-6}\ m^4$

$\Sigma M_F = 0$

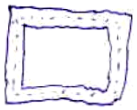
$M_F + 10 \cdot 0,67 + 10 \cdot 1,67$

$M_F = 23,4\ kNm$

$$w = \frac{23,4}{210 \cdot 15,87} = 7,021 \cdot 10^{-3}\ m = 7,021\ mm$$

1) Popište vzorec u tuhostěného uzavřeného průřezu, smykové napětí J_{xz}

$$\tau = \frac{4Ak^2}{I_t \cdot \sum \frac{h_1}{t_1}}$$



2) Co to je volné a vzacné kroucení

3) srovnávací napětí?

$$\sqrt{\sigma^2 + \tau^2}$$

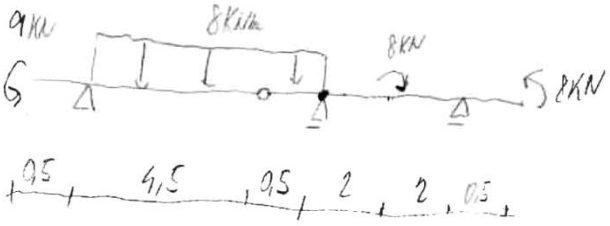
4) prostorový ohyb?

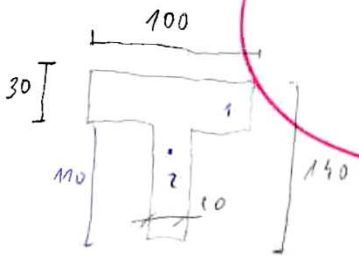
$$\sigma = \frac{M_y}{I_y} \cdot z + \frac{M_z}{I_z} \cdot y$$

5) Co to je střed smyku

. je bod ~~[illegible]~~ pokud výslednice vnitřních sil prochází středem smyku, není přímo zamítán kroucením. V opačném případě je namáhán kroucením. U 2 symetrického průřezu je shodný s těžištěm

Výpočtické namáhání obvodem hodnota σ_b a I





$z = 0,095385\ m$

$I = \frac{1}{12} 0,07 \cdot 0,11^3 + 7,2 \cdot 10^{-3} \cdot 0,040385^2$

$+ \frac{1}{12} 0,1 \cdot 0,03^3 + 3 \cdot 10^{-3} \cdot 0,079615^2$

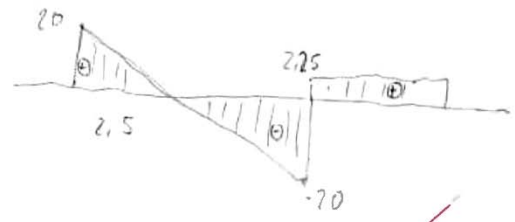
$I = 4,54,654,55 + 2,63113$

$35,8086 + 2,63114$

$I = 8,907 \cdot 10^{-5} + 7,836 \cdot 10^{-6}$

$I = 8,9356 \cdot 10^{-6}$

$I = 5,8 \cdot 10^{-6} + 7,836^{-6} = 8,656 \cdot 10^{-6}\ m^4$



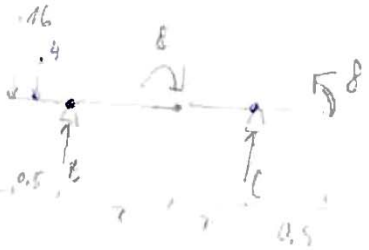


$-9 + A \cdot 4,5 - 8 \cdot 4,5 \cdot 2,25$

$A = 20$

$-9 + 4,5 \cdot 8 \cdot 2,25 - Z \cdot 4,5$

$Z = 16$



$-16 \cdot 0,5 + 8 - 8 - C \cdot 4$

$-8 = C \cdot 4$

$C = -2,25$

$-16 \cdot 4,5 + B \cdot 4 + 8 - 8 - 4 \cdot 4,25$

$B = 22,25$

$-9 + 20 \cdot 5 - 10 \cdot 2,5$

$M_1 = -9$

$M_2 = -9$

$M_{MAX} = 16$

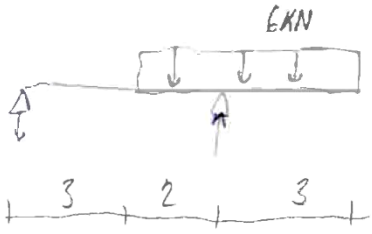
$M_3 = -9$

$\tau = \frac{16 \cdot 10^3}{8,656 \cdot 10^{-6}} \cdot 0,095385 = 176,3\ MPa$

$\tau = \frac{20 \cdot 10^3 \cdot (0,07 \cdot 0,095385 \cdot 0,095385)}{8,656 \cdot 10^{-6} \cdot 0,07}$

$\tau = 105\,104\,77,02 = 10,51\ MPa$

2| Clebsovou metodou průhybovou křivku



$Q = 30$

$5 \cdot B - 30 \cdot 5{,}5 =$

$B = 33$

$A = -3$

$$M = -3 \cdot x - \Big|_{x>3} 6 \cdot \frac{(x-3)^2}{2} + \Big|_{x>5} 33 \cdot (x-5)$$

$$WEI'' = 3x + \Big| 6 \cdot \frac{(x-3)^2}{2} - \Big| 33 \cdot (x-5)$$

$$3\frac{x^3}{6}$$

$$WEI' = C_1 + 3\frac{x^2}{2} + \Big|_{x>3} 6 \cdot \frac{(x-3)^3}{6} - \Big|_{x>5} 33 \cdot \frac{(x-5)^2}{2}$$

$$WEI = C_2 + C_1 x + \cancel{6} \cdot \frac{x^4}{\cancel{6}\,4} - \Big| 33 \cdot \frac{(x-5)^3}{6}$$

$C_1 = 0$

(5) $C_2 = 0 + 5C_1 + \frac{5^4}{4} - 5{,}5 \cdot (0)^3$

$$WEI = C_2 + C_1 x + \frac{x^3}{2} + \Big|_{x>3} \frac{(x-3)^4}{4} - \Big|_{x>5} 5{,}5 \cdot (x-5)^3$$

$C_2 = 0$

$5C_1 + \frac{5^3}{2} + \frac{2^4}{4} = 0$

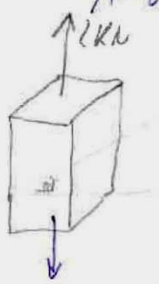
$C_1 = -13{,}3$

$$W_x = \frac{1}{EI}\left[-13{,}3x + 0 + \frac{x^3}{2} + \Big|_{x>3} \frac{(x-3)^4}{4} - \Big|_{x>5} 5{,}5 \cdot (x-5)^3\right]$$

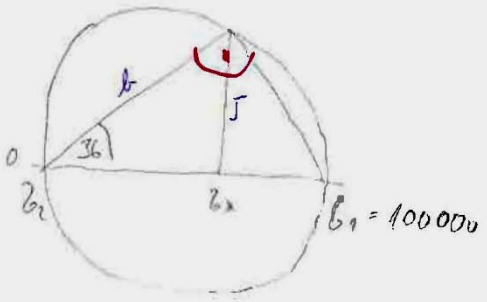
3) S pomocí mozové kružnice vypočtěte hodnoty normálového napětí ~~sigma~~ σ a T

$\alpha = 36°$

$A = 0{,}2\ m^2$



$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{2 \cdot 10^3}{0{,}2} = 100\,000\ N$$



$$\cos = \frac{b}{c} = c \cdot \cos\alpha = b$$

$b = 80901{,}69944$ ✓

$b \cdot \cos 36 = 80901{,}69944 \cdot \cos 36 = 65450{,}849$ ✓

$$\tau = \sqrt{c^2 - b^2} = \sqrt{80901{,}69944^2 - 65450{,}849^2} = b \cdot \sin 36$$

$= 4{,}76$

~~$\tau = 47{,}552{,}82681$~~

$\tau = 4755{,}28\ N$

1) Poissonův souč.

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{l' - l}{l} \qquad \varepsilon' = \frac{b' - b}{b}$$

$$\mu = \frac{-\varepsilon'}{\varepsilon}$$

$b' < b$ NEBO $h' < h$

$\frac{h' - h}{h}$

POMĚR PŘÍČNÉHO ZÚŽENÍ K PRODLOUŽENÍ DÉLKY

$0 \leq \mu \leq 0{,}5$

korek — pryž

OCEL $\mu = 0{,}3$

BETON $\mu = 0{,}2$

2) Saint-Venantův princip lokálnosti



STEJNÉ

3) Věta o vzájemnosti smykových napětí

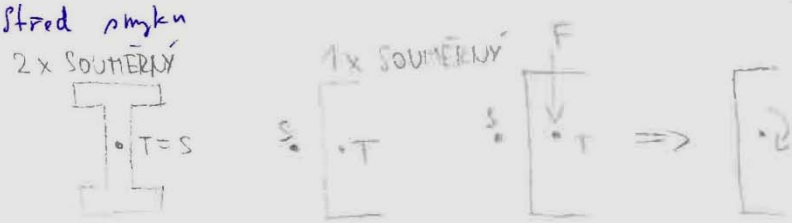
$$\tau_{xy} = \tau_{yx}$$

4) Jádro průřezu



OBLAST V OKOLÍ TĚŽIŠTĚ KDE PŮSOBÍ VÝSLEDNICE VNITŘNÍCH SIL TAK, ABY V CELÉM PRŮŘEZU BYLA NORMÁLOVÁ NAPĚTÍ TÉHOŽ ZNAMÉNKA

5) Střed smyku



DOCHÁZÍ KE KROUCENÍ, SÍLA MUSÍ JÍT DO STŘEDU STYKU

6) Vzpěrná délka

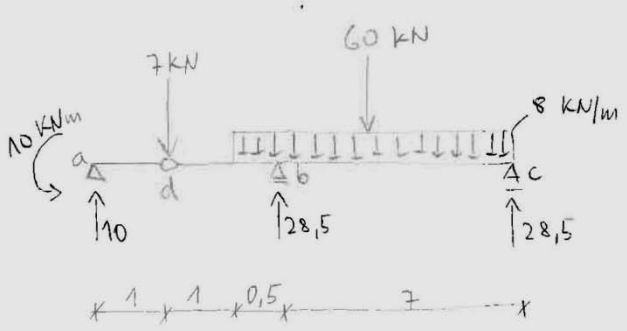
L_{cr} = VZDÁLENOST INFLEXNÍCH BODŮ

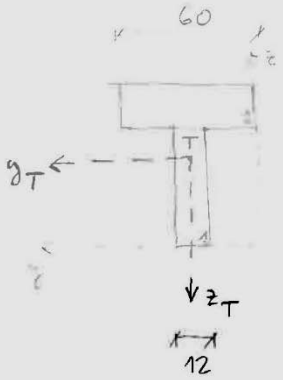


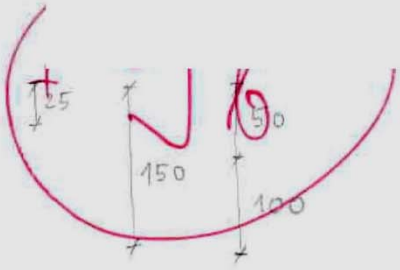
SOUVISÍ SE STABILITOU

1)

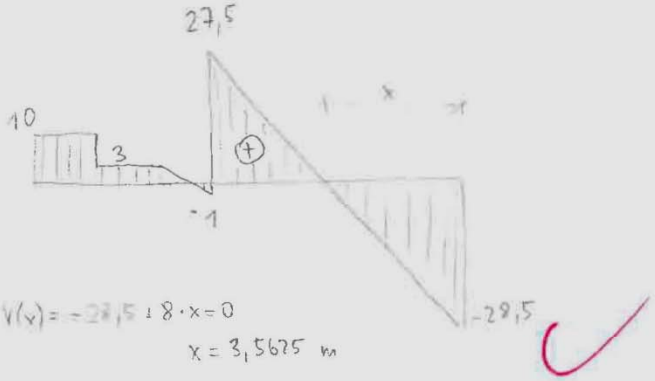
Vypočtěte max. abs. hodnotu normálového a smyk. napětí na k-ci.







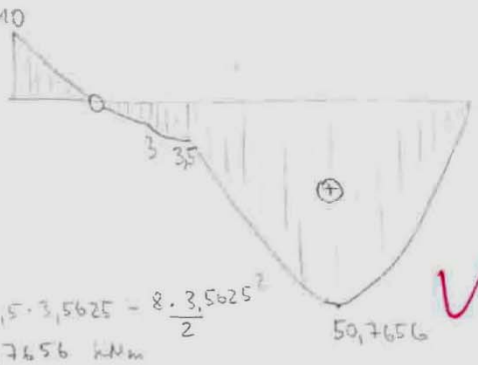
(V)



$V(x) = -28,5 + 8 \cdot x = 0$

$x = 3,5625$ m

(M)



$M(x) = 28,5 \cdot 3,5625 - \frac{8 \cdot 3,5625^2}{2} = 50,7656$ kNm

TĚŽIŠTĚ

$y_1 = 30$ mm $\quad y_2 = 30$ mm $\Rightarrow y_T = 30$ mm

$z_1 = 62,5$ mm $\quad z_2 = 137,5$ mm

$A_1 = 1500$ mm^2 $\quad A_2 = 1500$ mm^2

$A = 3000$ mm^2

$z_T = \frac{62,5 \cdot 1500 + 137,5 \cdot 1500}{3000} = 100$ mm

$I_y = \left[\frac{1}{12} \cdot 12 \cdot 125^3 + 1500(62,5-100)^2\right] +$

$+ \left[\frac{1}{12} \cdot 60 \cdot 25^3 + 1500(137,5-100)^2\right]$

$I_y = 6,25 \cdot 10^6$ mm4 $= 6,25 \cdot 10^{-6}$ m4

REAKCE

$\sum M_{id}^{L} = 0 \quad R_a \cdot 1 - 10 = 0$

$R_a = 10$ kN

$\sum M_{ic} = 0 \quad 10 \cdot 9,5 - 10 - 7 \cdot 8,5 + R_b \cdot 7 - 60 \cdot 3,75 = 0$

$R_b = 28,5$ kN

$\sum F_{iz} = 0$

$10 - 7 + 28,5 - 60 + R_c = 0$

$R_c = 28,5$ kN

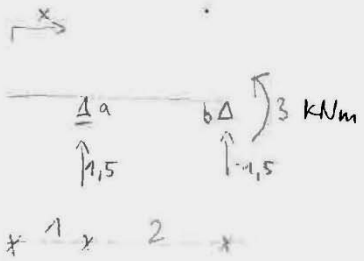
SMYK. NAPĚTÍ

$|\tau|_{max} = \left|\frac{V_z \cdot S_y(z)}{I_y \cdot b(z)}\right| = \left|\frac{-28,5 \cdot 0,012 \cdot 0,1 \cdot 0,05}{6,25 \cdot 10^{-6} \cdot 0,012}\right| = \boxed{22\,800 \text{ kPa}}$

NORM. NAPĚTÍ

$|\sigma|_{max} = \left|\frac{M_z}{I_y} \cdot z\right| = \left|\frac{50,7656}{6,25 \cdot 10^{-6}} \cdot 0,1\right| = \boxed{812\,250 \text{ kPa}}$

2) Clebschovou metodou vypočtěte průhybovou křivku.



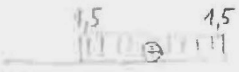
$EI = konst$

REAKCE

$R_a \cdot 2 - 3 = 0$

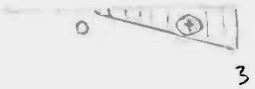
$R_a = 1,5\ kN$

(V)



$$M(x) = \Big| \; 1,5 \cdot (x-1)$$
$$x>1$$

(M)



$$\varphi(x) = -\int \frac{M(x)}{EI}\,dx = -\frac{1}{EI}\left[C_1 + \Big| \; \frac{1,5}{2}(x-1)^2\right]$$
$$x>1$$

$$w(x) = \int \varphi(x)\,dx = -\frac{1}{EI}\left[C_1 x + C_2 + \Big| \; \frac{1,5}{6}(x-1)^3\right]$$
$$x>1$$

OKRAJOVÉ PODMÍNKY

$w_a = w(x=1) = 0 \quad \rightarrow \quad C_1 \cdot 1 + C_2 = 0 \qquad /\cdot(-1)$

$w_b = w(x=3) = 0 \quad \rightarrow \quad C_1 \cdot 3 + C_2 + \frac{1,5}{6} \cdot 2^3 = 0$

$-C_1 - C_2 = 0$

$3C_1 + C_2 = -2 \quad \rightarrow \quad -3 + C_2 = -2$

$\boxed{C_1 = 1}$

$2C_1 = -2$

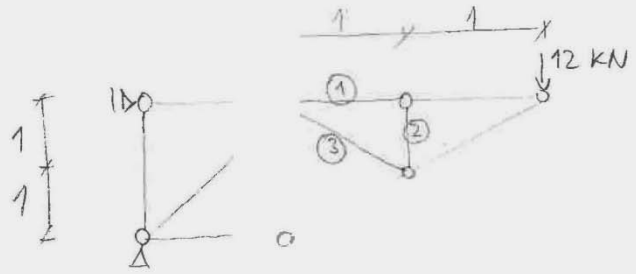
$\boxed{C_1 = -1}$

PRŮHYBOVÁ KŘIVKA

$$w(x) = -\frac{1}{EI}\left[-x + 1 + \Big| \; 0,25\,(x-1)^3\right]$$
$$x>1$$

✓

5) Vypočtěte protažení a zkrácení prutů 1,2,3



$E = 210\ GPa$

$A = 5{,}5 \cdot 10^{-2}\ m$



$$\Sigma M_{ia} = 0$$

$$12 \cdot 1 - N_1 \cdot 1 = 0$$

$$12 = N_1$$

$$\Delta_1 = \frac{N_1 \cdot l_1}{EA} = \frac{}{210 \cdot 10^6 \cdot 5{,}5 \cdot 10^{-2}}$$

$1{,}03896 \cdot 10^{-6}\ m$ ✓

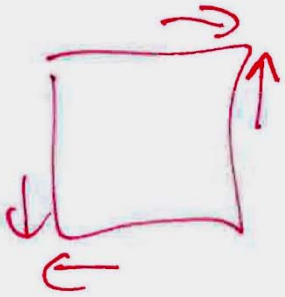
$N_2 = 0\ kN$

$\Delta_2 = 0\ m$

1) Věta o vzájemnosti smykového

- ~~Křížek~~
- ak na nosník nepůsobí ohybový moment

smykové tření



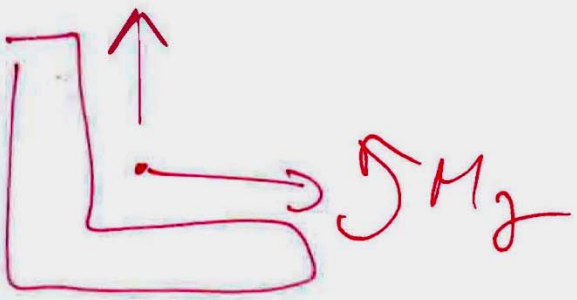
2) Jádro průřezu

oblast okolo těžiště průřezu, v níž musí působit výslednice vnitřních sil, aby v celém průřezu vznikla normálová napětí téhož znaménka

3) Šikmý ohyb

$M_y = M \cos\alpha$

$M_z = M \sin\alpha$



4) Střed smyku

- hypotetický bod v průřezu, kterým musí procházet výslednice posouvajících sil, aby nevzniklo v průřezu ke kroucení

5) Volné a vázané kroucení

- volné $\sigma = 0$ - není bráněno deplanace

- vázané $\sigma \neq 0$

✓

6) Diferenciální rovnice ohybové čáry

- v Clebschově metodě, výpočet ~~deformace~~ průhybu či pootočení

- ~~použití integrálu s max. 2 proměnné $c_1 x + c_2$~~



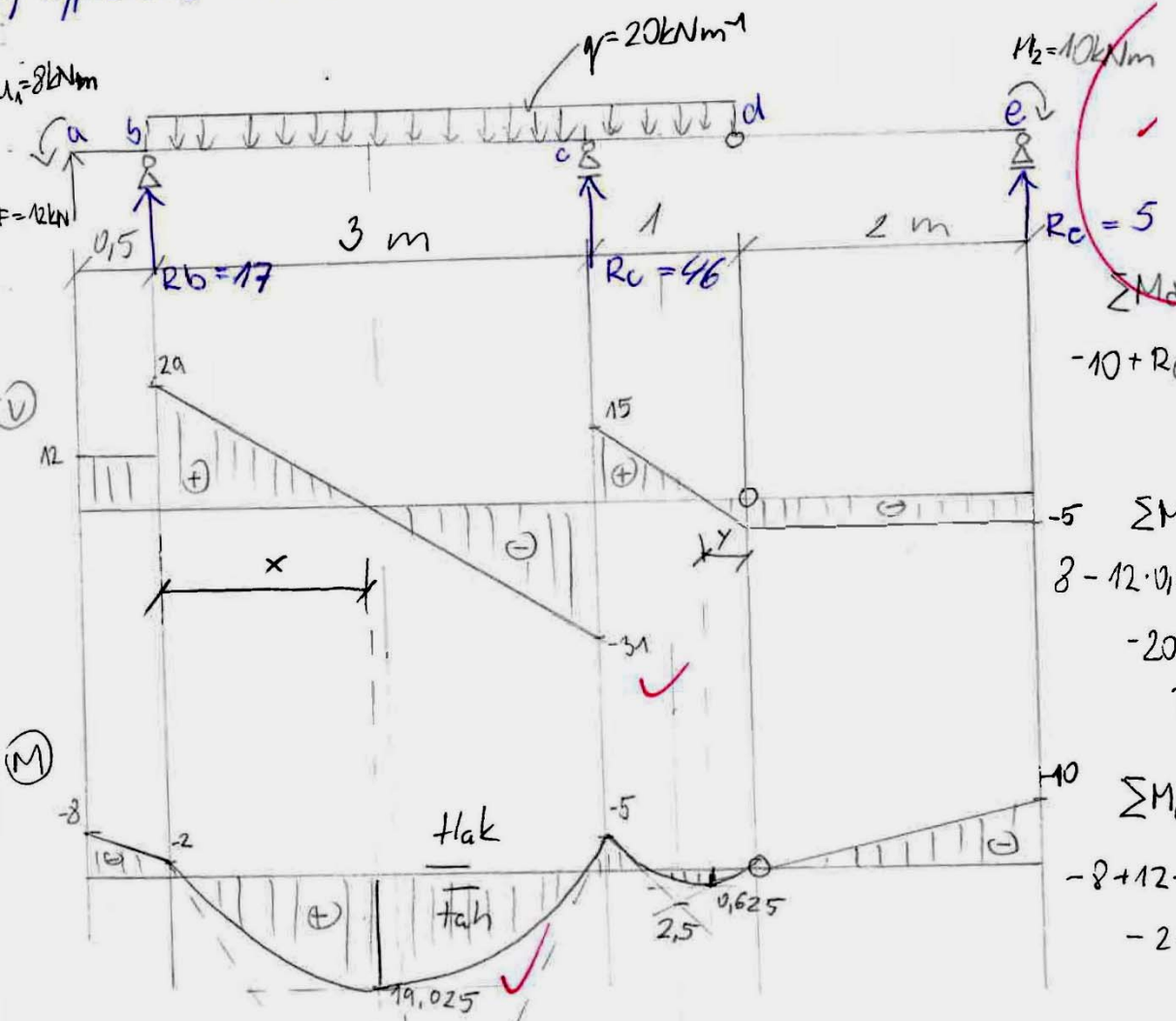
$$M(x) \to + \ldots \to -\int \frac{M(x)}{EI}\,dx = \varphi, \quad \int \varphi(x)\,dx = -\iint \frac{M(x)}{EI}\,dx$$

- z momentové v bodě x vypočteme

1. $\int \Rightarrow \varphi$, 2. $\int \Rightarrow w$ + okrajové podmínky

$\to c_1 x + c_2$

1.) Vypočtěte $\max|\sigma_x|$ a $\max|\tau_x|$ na konstrukci.



$\sum M_d = 0$

$-10 + R_e \cdot 2 = 0$

$R_e = 5\,kN$

$\sum M_b = 0$

$8 - 12 \cdot 0{,}5 + R_c \cdot 3 + 5 \cdot 6 - 10$

$-20 \cdot 4 \cdot 2 = 0$

$R_c = 46\,kN$

$\sum M_d = 0$

$-8 + 12 \cdot 4{,}5 + R_b \cdot 4 + 46 \cdot 1$

$-20 \cdot 4 \cdot 2 = 0$

$R_b = 17\,kN$

$V(x) = 12 + 17 - 20x = 0$

$x = 1{,}45\,m$

$M(x) = -8 + 12 \cdot (0{,}5 + x) + 17x - 20x\frac{x}{2}$

$M(x = 1{,}45) = 19{,}025\,kNm$

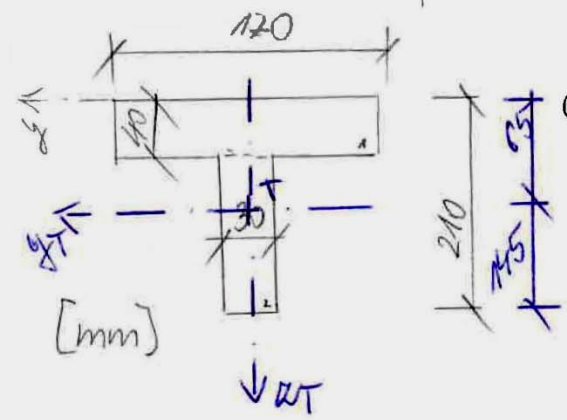
$-41{,}5$

$V(y) = -5 + 20 \cdot y = 0$

$y = 0{,}25\,m$

$(M_y) = -10 + 5 \cdot (2 + y) - 20 \cdot y\frac{y}{2}$

$(M_y = 0{,}25) = 0{,}625\,kNm$



① : $A_1 = 6800\,mm^2$

$z_1 = 20\,mm$

② : $A_2 = 5100\,mm^2$

$z_2 = 125\,mm$

$A = 11900\,mm^2$

$z_T = \frac{A_1 \cdot z_1 + A_2 \cdot z_2}{A} = 65\,mm$

$I_y = 45319166{,}67\,mm^4 = 45{,}32 \cdot 10^{-6}\,m^4$

$M_x = 19{,}025 \Rightarrow \sigma_d = \frac{19{,}025\,kN}{45{,}32 \cdot 10^{-6}\,m^4} \cdot 0{,}145\,m = 60{,}87\,MPa$

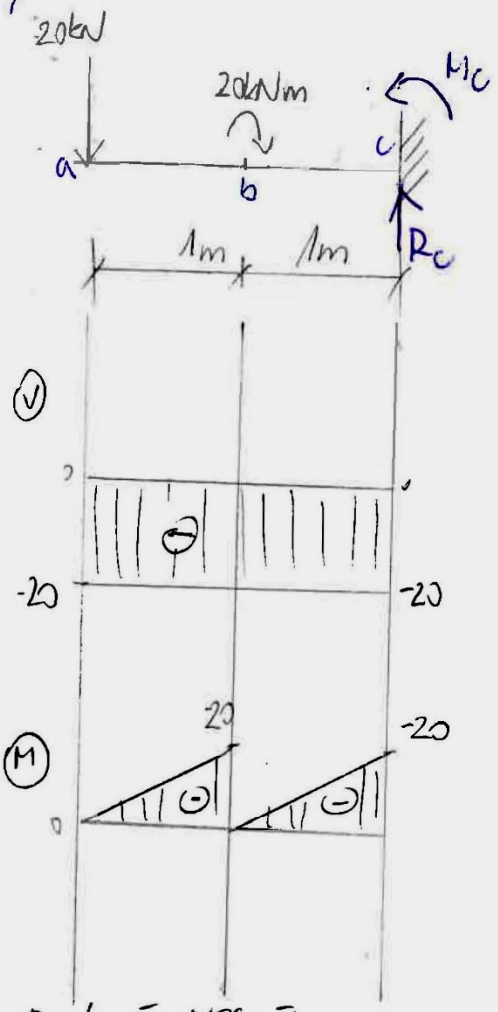
$\sigma_h = \frac{19{,}025}{45{,}32 \cdot 10^{-6}} \cdot (-0{,}065) = -27{,}29\,MPa$

$V = 31 \Rightarrow \tau_{xs} = \frac{31 \cdot 0{,}030 \cdot 0{,}145 \cdot 0{,}0725}{45{,}32 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}030} = 7{,}19\ MPa$ ✓

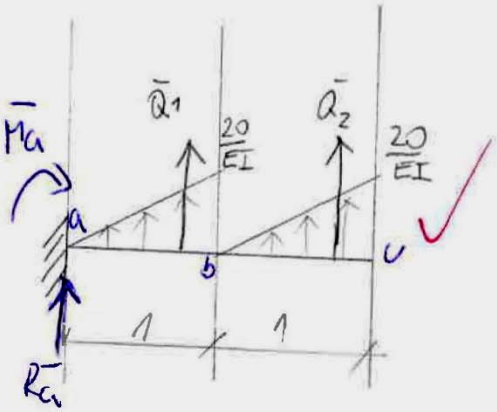
$\max|\sigma_x| = 60{,}87\ MPa$ ✓

$\max|\tau_x| = 7{,}19\ MPa$ ✓

2) MOHROVA METODA w[mm]



DUÁLNÍ NOSNÍK



$E = 210 GPa$

$I = 0,0000 1587 m^4$

$\sum M_c = 0$

$-20 \cdot 2 + 20 - M_c = 0$

$M_c = -20 kNm$

$\sum M_a = 0$

$-20 - 20 + R_c \cdot 2 = 0$

$R_c = 20 kN$

$\bar{Q}_1 = \frac{20}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{10}{EI}$

$\bar{Q}_2 = \frac{20}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{10}{EI}$

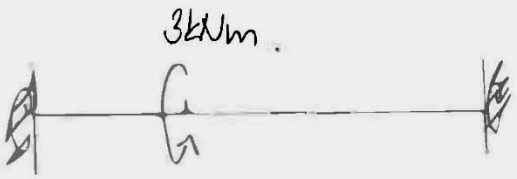
$\sum M_a = 0$

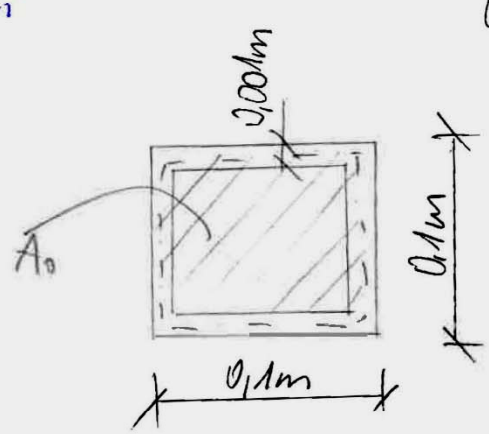
$-\bar{M}_a + \bar{Q}_1 \cdot \frac{2}{3} + \bar{Q}_2 \cdot \frac{5}{3} = 0$

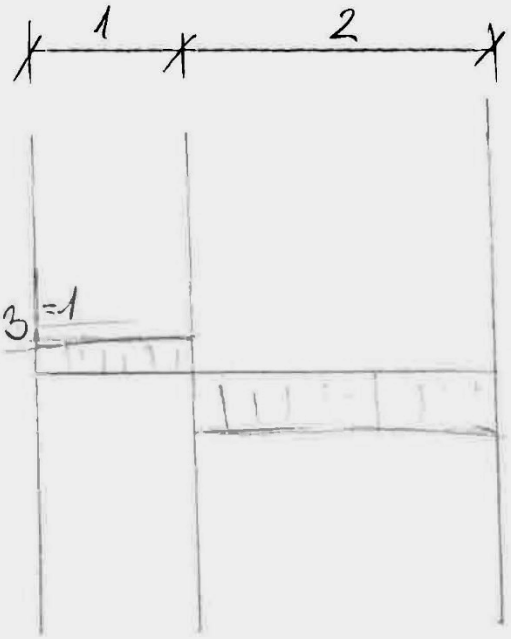
$\bar{M}_a = \frac{23,333}{EI}$

$w_a = \bar{M}_a = \frac{\frac{70}{3}}{210 \cdot 10^6 \cdot 0,0000 1587} = 7,001 \cdot 10^{-3} m \doteq 7 mm$

Vypočtěte max hodnotu kroucení τ_{xs} = MPa







$\frac{2}{3}3 = 2$



$$\max \tau_{xs} = \frac{M_x}{2 \cdot A_0 \cdot t_{min}} = \frac{2\ kN}{2 \cdot 9{,}801 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}001} = 102{,}03\ MPa$$

$$A_0 = 0{,}099 \cdot 0{,}099 = 9{,}801 \cdot 10^{-3}\ m^2$$

$$\tau_{xs} = \frac{M_x}{W_x}$$

$$W_x = 2\ A_0 \cdot t_{min} = 2 \cdot 9{,}801\ 10^{-3} \cdot 0{,}001 = 1{,}9602 \cdot 10^{-5}$$

5. VÝSEČOVÝ MOMENT SETRVAČNOSTI



- ~~(u středu smyku)~~



moment setrvačnosti
- jen v určitém výseku

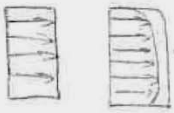
6. VOLNÉ A VÁZANÉ KROUCENÍ

- deplanace – u těles nekruhového průřezu – když působí krut, obrazec se bortí
  - VOLNÁ – necháme deplanovat, normálové napětí $\sigma = 0$
  - VÁZANÁ – $\sigma \neq 0$

7. VZPĚRNÁ DÉLKA

- vzdálenost inflexních bodů
- je to délka prutu kloubově uloženého usazeného, na který když působí kritická síla, tak se kroutí
- značí se $\boxed{L_{cr}}$

1. SAINT-VENANTŮV PRINCIP LOKÁLNOSTI



— nelinearita

2. VĚTA O VZÁJEMNOSTI SMYKOVÝCH NAPĚTÍ

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy}$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx}$$

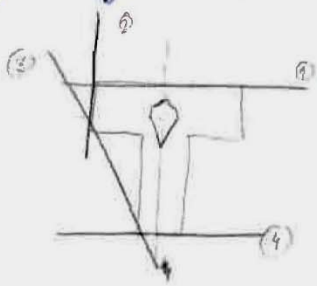
3. JÁDRO PRŮŘEZU

- je to oblast kolem těžiště, kde ~~jsou~~ výslednice ~~takové~~ působí tak, aby normálová napětí byla stejného znaménka



$$y_j = -\frac{i_z^2}{y_n}$$

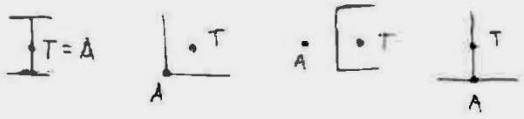
$$z_j = -\frac{i_y^2}{z_n}$$



4. STŘED SMYKU

$$a = \frac{t \cdot t_0^2 \cdot h_0^2}{4 I_y}$$

- typické polohy středu smyku (A) T - těžiště

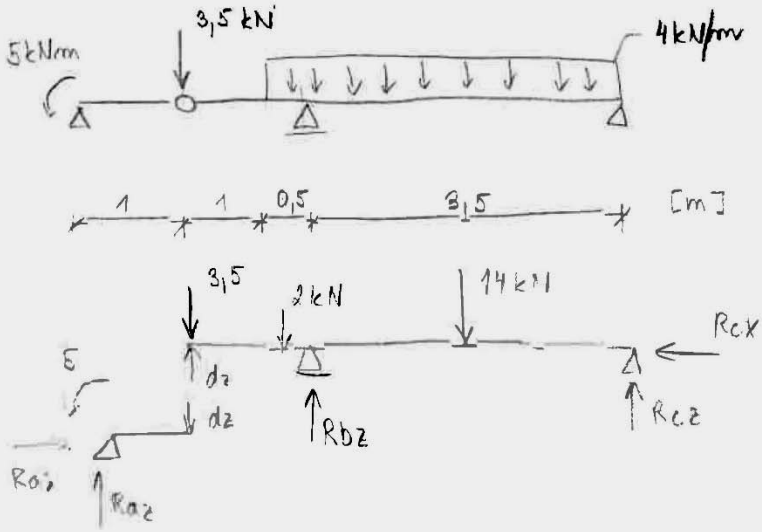


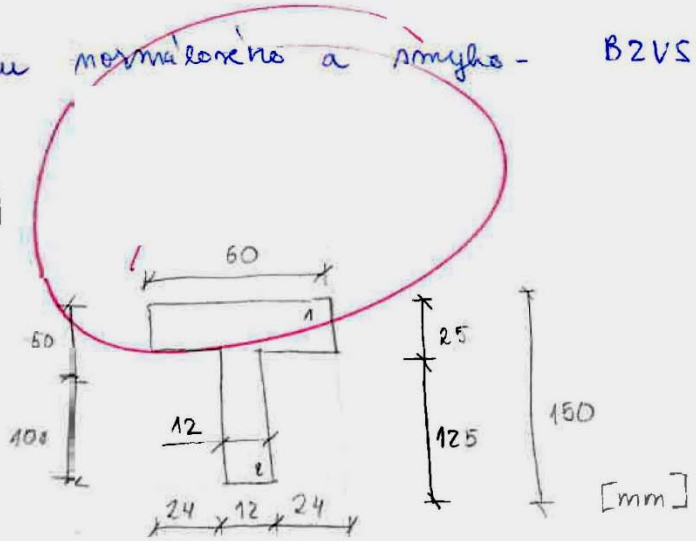
(1) Vypočtěte absolutní maximální hodnotu normálového a smykového napětí na konstrukci

B2VS1

$\max|\sigma_x|$

$\max|\tau_{xz}|$





$R_{cx} = R_{ax} = 0$

$\Sigma M_d = 0$

$-R_{az} \cdot 1 + 5 = 0$

$R_{az} = 5\,kN$

$\Sigma M_a = 0$

$-d_z \cdot 1 + 5 = 0$

$d_z = 5\,kN$

$\Sigma M_b = 0$

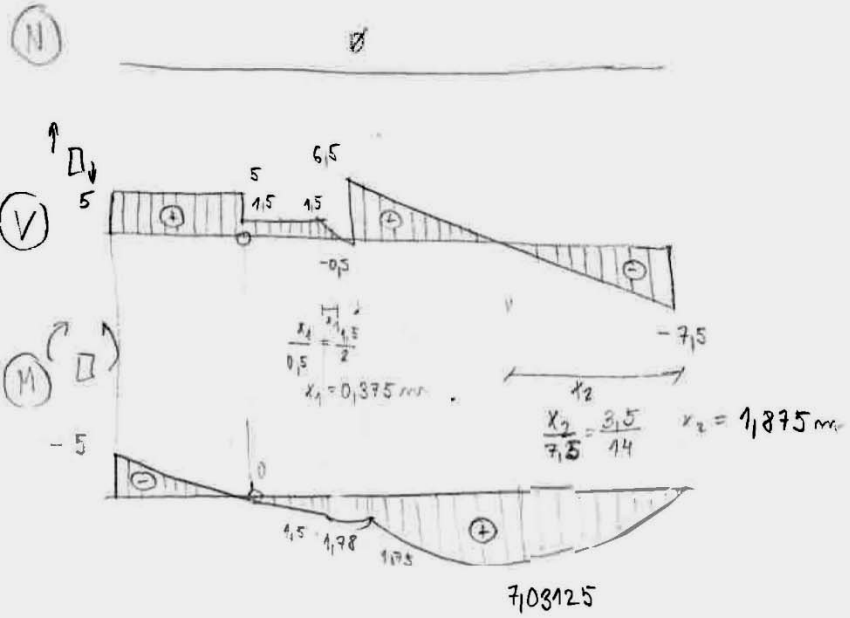
$-d_z \cdot 1{,}5 + 3{,}5 \cdot 1{,}5 + 2 \cdot 0{,}25 - 14 \cdot 1{,}75 + R_{cz} \cdot 3{,}5 = 0$

$R_{cz} = 7{,}5\,kN$

$\Sigma M_c = 0$

$-d_z \cdot 5 + 3{,}5 \cdot 5 + 2 \cdot 3{,}75 - R_{bz} \cdot 3{,}5 + 14 \cdot 1{,}75 = 0$

$R_{bz} = 7\,kN$



$A_1 = 25 \cdot 60 = 1500\,mm^2$

$A_2 = 125 \cdot 12 = 1500\,mm^2$

$A = 3000\,mm^2$

$y_c = 30$ mm

$z_c = \frac{25 \cdot 60 \cdot 12{,}5 + 125 \cdot 12 \cdot 87{,}5}{3000} = 50$ mm

$M_{max_2} = 7{,}5 \cdot 1{,}875 - 0{,}5 \cdot 4 \cdot 1{,}875^2 = 7{,}03125\,kNm$

$M_{max_1} = -5 + 5 \cdot 2{,}375 - 3{,}5 \cdot 1{,}375 - 0{,}5 \cdot 4\, 0{,}375^2 = 1{,}78\,kNm$

$I_y = \frac{1}{12} \cdot 0{,}06 \cdot 0{,}025^3 + 0{,}06 \cdot 0{,}025 \cdot (0{,}0125 - 0{,}05)^2 + \frac{1}{12} \cdot 0{,}012 \cdot 0{,}125^3 + 0{,}012 \cdot 0{,}125\,(0{,}0875 - 0{,}05)^2 =$

$= 6{,}25 \cdot 10^{-6}\,m^4$

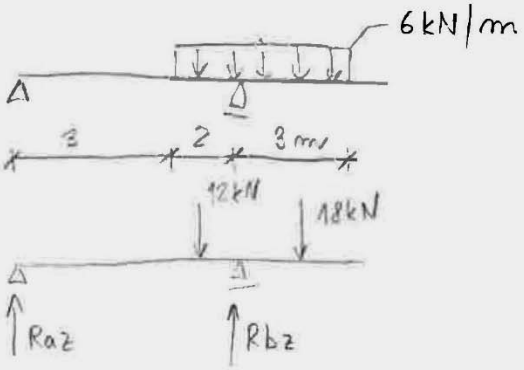
$\max|\sigma_x| = \frac{M_{max}}{I_y} \cdot z$

$\max|\sigma_x| = \frac{7031{,}25}{6{,}25 \cdot 10^{-6}} \cdot 0{,}1 = 112{,}5\,MPa$ ✓

$\max|\tau_{xz}| = \frac{7500 \cdot 0{,}012 \cdot 0{,}1 \cdot \frac{0{,}1}{2}}{6{,}25 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}012} = 6\,MPa$ ✓

$\max|\tau_{xz}| = \frac{V_z \cdot S_y}{I_y \cdot t}$

(2) Clebschovou metodou vypočtěte průhybovou křivku



$EI = konst.$

$c_2 = \dots$

$c_1 = \dots$

$W'(x) = \frac{1}{EI}\left[c_1 \cdot x + c_2 \dots\right.$ ← desetinná čárka

$\Sigma M_a = 0$

$-12 \cdot 4 + R_{bz} \cdot 5 - 18 \cdot 6{,}5 = 0$

$R_{bz} = 33\,kN$

$\Sigma M_b = 0$

$-R_{az} \cdot 5 + 12 \cdot 1 - 18 \cdot 1{,}5 = 0$

$R_{az} = -3\,kN$

$M(x) = -3 \cdot x \Big| - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot (x-3)^2 \Big| + 33 \cdot (x-5)$

$x < 3$ $\quad x < 5$

$\varphi(x) = \frac{1}{EI}\left(\frac{3x^2}{2}\Big| + 6(x-3)^3\Big| - 33\,\frac{(x-5)^2}{2} + c_1\right)$

$W(x) = \frac{1}{EI}\left(\frac{3x^3}{6}\Big| + \frac{(x-3)^4}{4}\Big| - 33\,\frac{(x-5)^3}{6} + c_1 x + c_2\right)$

$W(x) = \frac{1}{EI}\left(\frac{x^3}{2}\Big| + \frac{(x-3)^4}{4}\Big| - \frac{11\,(x-5)^3}{2} + c_1 x + c_2\right)$

$W(x=0) = 0 \dots \Rightarrow c_2 = 0$

$W(x=5) = 0 \dots \quad \frac{5^3}{2} + \frac{(5-3)^4}{4} + 5 \cdot c_1 = 0$

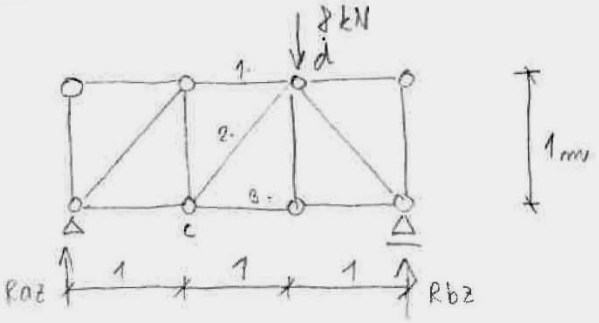
$5 \cdot c_1 = -66{,}5$

$c_1 = -13{,}3$ ✓

$$W(x) = \frac{1}{EI}\left(-13{,}3\,x + \frac{x^3}{2}\Big| + \frac{(x-3)^4}{4}\Big| - \frac{11\,(x-5)^3}{2}\right)$$

(5,5)

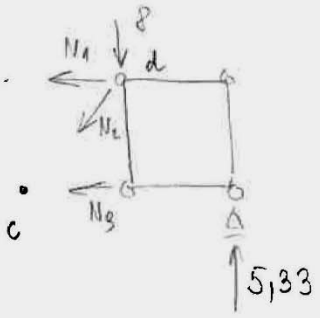
③ Vypočítejte osové přetvoření/zkrácení prutů 1, 2, 3



$E = 210\ GPa$

$A = 0{,}004\ m^2$

$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot A}$ ZNAMÉNKO !



$\Sigma M_a = 0$

$-2 \cdot 8 + R_{bz} \cdot 3 = 0$

$R_{bz} = 5{,}33\ kN$

$\Sigma M_b = 0$

$-3 \cdot R_{az} + 8 = 0$

$R_{az} = 2{,}67\ kN$

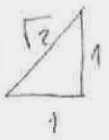
$\Sigma M_c = 0$

$-8 \cdot 1 + 5{,}33 \cdot 2 + N_1 \cdot 1 = 0$

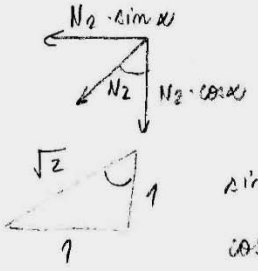
$N_1 = -2{,}66\ kN$ (TLAK)

$\Delta l_1 = \frac{-2{,}660 \cdot 1}{210 \cdot 10^9 \cdot 0{,}004} = -3{,}167 \cdot 10^{-6}\ m$ ✓

$= -0{,}003167\ m = -0{,}03167\ mm$



$l_2 = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$



$\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Sigma M_d = 0$

$5{,}33 \cdot 1 - N_3 \cdot 1 = 0$

$N_3 = 5{,}33\ kN$ (TAH)

$\Delta l_3 = \frac{5{,}330 \cdot 1}{210 \cdot 10^9 \cdot 0{,}004} = +6{,}35 \cdot 10^{-6}\ m$ ✓ $= 0{,}00635\ mm$

$\Sigma F_x = 0$

~~$V_A + R_2 \frac{1}{\sqrt{2}} + N_3 = 0$~~

~~$5{,}33 + 5{,}33 = -N_2 \frac{1}{\sqrt{2}}$~~

~~$N_2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = -2{,}66\ kN$~~

~~$N_2 = -3{,}76\ kN$~~

$\Delta l_2 = \frac{-3780 \cdot \sqrt{2}}{210 \cdot 10^9 \cdot 0{,}004} =$

$N_1 + N_2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + N_3 = 0$

$-2{,}66 + 5{,}33 = -N_2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$

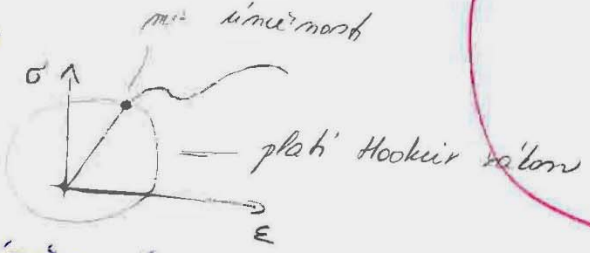
$= -6{,}36 \cdot 10^{-6}\ m$ ✓ $= -0{,}00636\ mm$

$N_2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = -2{,}67\ kN$

$N_2 = -3{,}78\ kN$ (TLAK)

HOOKŮV ZÁKON

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$



- až do meze úměrnosti je napětí přímo úměrné prodloužení (deformaci)
- deformace je úměrná napětí materiálu

MEZNÍ PLASTICKÝ MOMENT

$$M_c = \sigma_0 \left(S_{1y} + S_{2y} \right)$$

PRŮŘEZOVÁ SOUŘADNICE A PRŮŘEZOVÝ MOMENT SETRVAČNOSTI

w

KYVNÁ DÉLKA

- délka kloubově uloženého prutu o stejné ohybové tuhosti EI, který ztratí stabilitu při zatížení osovou tlakovou silou stejné jako na vyšetřované konstrukci
- lze ji také definovat jako vzdálenost inflexních bodů na vybočeném prutu (tam, kde je na vybočeném prutu ohybový moment roven nule)

DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE OHYBOVÉ ČÁRY

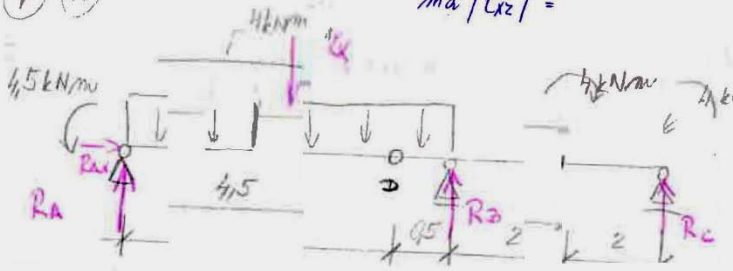
$$EI\, w'' = -M_y$$

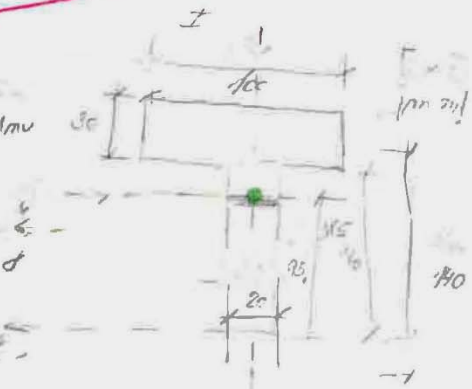
1. Vypočtěte max absolutní hodnotu normálového a smykového napětí na konstrukci

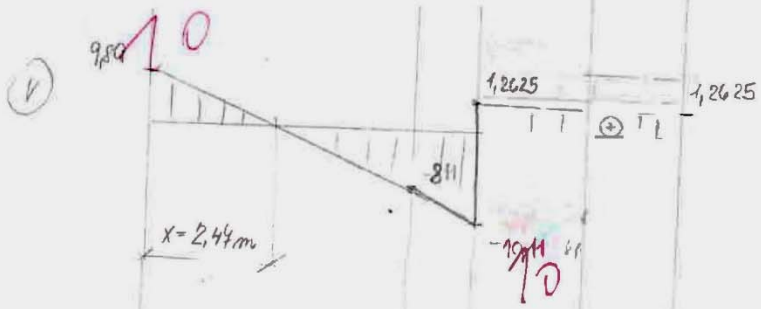
$\max|\sigma_x| =$

$\max|\tau_{xz}| =$

(V) (M)







$R_{Ax} = 0$ kN

$Q = 4 \cdot 5 = 20$ kN

$\Sigma M_D^L = 0$

$Q \cdot 2 - R_A \cdot 4{,}5 + 4{,}5 = 0$ 10

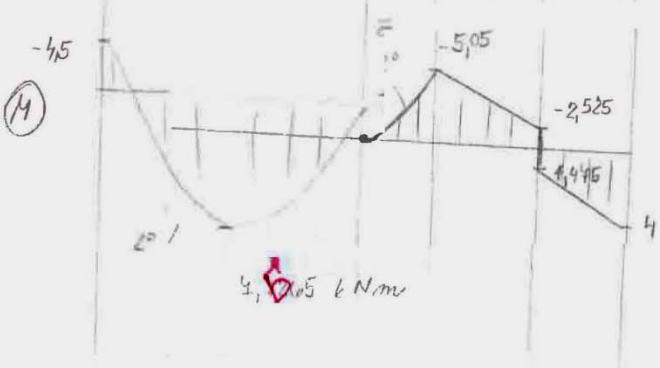
$R_A \doteq 9{,}89$ kN

$\Sigma M_B = 0$

$4{,}5 + Q \cdot 2{,}5 - R_A \cdot 5 - 4 + 4 + R_C \cdot 4 = 0$

$4{,}5 + 50 - 49{,}45 - 4 + 4 + 4R_C = 0$

$R_C \doteq -1{,}2625$ kN



$\Sigma M_D^D = 0$

$R_B \cdot 4{,}5 + R_C \cdot 4{,}5 - 4 + 4 = 0$

~~$R_B \doteq 11{,}3625$ kN~~

$\Sigma F_z = 0$

$0 = 0$

$$\max|\sigma_x| = \frac{M_y}{I_y} \cdot z = \frac{7{,}7265 \cdot 10^6}{86{,}62 \cdot 10^5} \cdot 95{,}385 \doteq 85{,}08 \text{ MPa}$$

$$\max|\tau_{xy}| = \frac{S_y}{I_y\, b} = \frac{10{,}11 \cdot 10^3 \cdot 9{,}098 \cdot 10^4}{86{,}62 \cdot 10^5 \cdot 20} \doteq 5{,}31 \text{ MPa}$$

$$z_T = \frac{20 \cdot 110 \cdot 55 + 30 \cdot 100 \cdot 125}{20 \cdot 110 + 30 \cdot 100} = 95{,}385 \text{ mm}$$

$$I_y = \frac{1}{12} \cdot 20 \cdot 110^3 + 2200\,(40{,}385)^2 + \frac{1}{12}\, 30^3 \cdot 10^0 + 3000\,(-29{,}615)^2 =$$

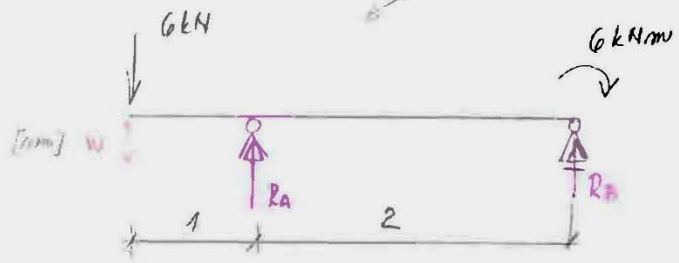
$$= 8{,}06 \cdot 10^5 + 28{,}56 \cdot 10^5 = 86{,}62 \cdot 10^5 \text{ mm}^4$$

$$S_y = 20 \cdot 95{,}385 \cdot 47{,}6925 = 9{,}098 \cdot 10^4 \text{ mm}^3$$

(2.) Mohrovou metodou vypočítejte posuv středního konce nosníku

$E = 210\ GPa$

$I = 0{,}000019\ m^4$



$\sum H_a = 0$

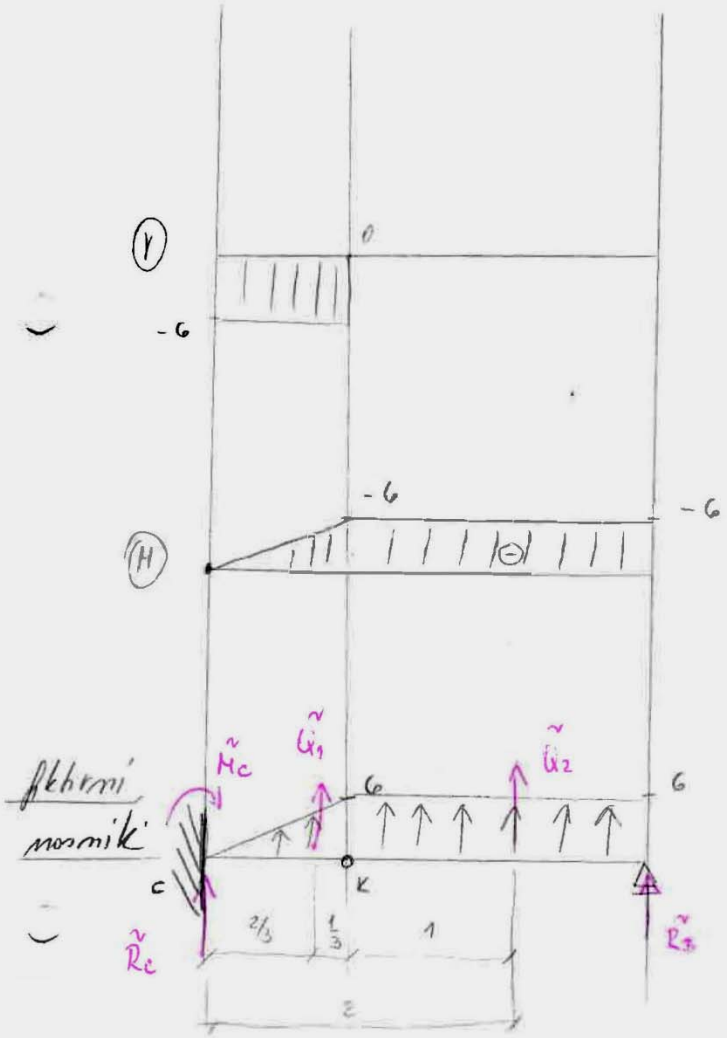
$6 \cdot 1 - 6 + R_B \cdot 2 = 0$

$R_B = 0\ kN$

$\sum H_b = 0$

$-6 + 6 \cdot 3 - R_A \cdot 2 = 0$

$R_A = 6\ kN$



Ohybový nosník

$\tilde{Q}_1 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 1 = 3\ kN m^2$

$\tilde{Q}_2 = 6 \cdot 2 = 12\ kN/m^2$

$w_c = \frac{\tilde{M}_c}{EI} = \frac{8 \cdot 10^3\ N m^3}{210 \cdot 10^9 \cdot 0{,}000019\ m^4} = 2{,}005 \cdot 10^{-3}\ m =$

$= 2\ mm$

$\sum H_b = 0$

$\tilde{Q}_1 \cdot 1 - \tilde{Q}_2 \cdot \frac{1}{3} - 8 - \tilde{R}_c \cdot 3 = 0$

$-3\ \tilde{R}_c = 24$

$\tilde{R}_c = -8\ kN$

$\sum H_c = 0$

$\tilde{Q}_1 \cdot \frac{2}{3} + \tilde{Q}_2 \cdot 2 + R_B \cdot 3 - \tilde{M}_c = 0$

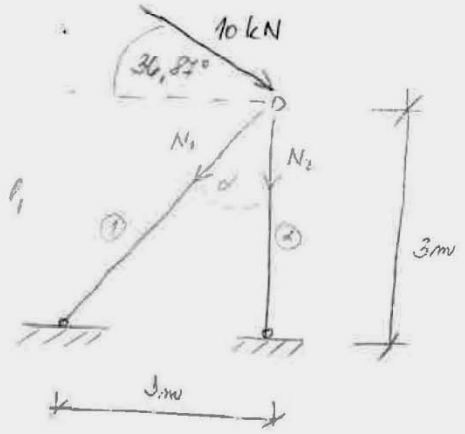
$\tilde{M}_c = 8\ kN m^3$

$\sum H_c = 0$

$\tilde{Q}_c \cdot 1 + \tilde{R}_B \cdot 2 = 0$

$\tilde{R}_B = -6\ kN$

(3) Vypočtěte posunutí malého prutu.



$E = 210\ GPa$

$A = 2,85714 \cdot 10^{-5}\ m^2$

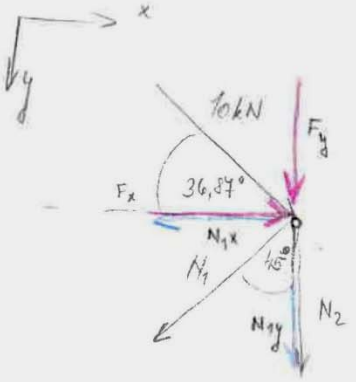
$l_1 = 4,243\ m$

$l_2 = 3\ m$

$\alpha = 45°$

$\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$



$N_{1x} = N_1 \cdot \sin\alpha = N_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

$N_{1y} = N_1 \cdot \cos\alpha = N_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

$F_{1x} = 10 \cdot \cos 36,87° = 8\ kN$

$F_{2y} = 10 \sin 36,87° = 6\ kN$

$\Sigma F_x = 0$

$F_x - N_{1x} = 0$

$8 - N_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

$N_1 = 11,31\ kN$

$\Sigma F_y = 0$

$+F_y + N_2 + N_{1y} = 0$

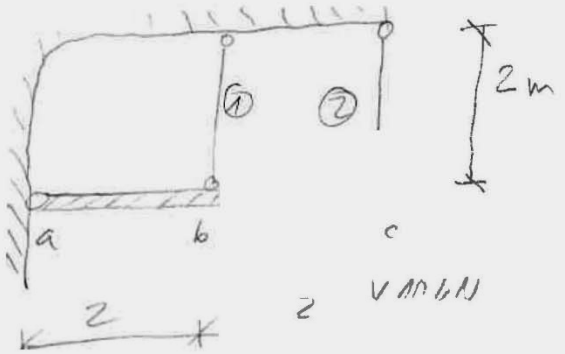
$6 + N_2 + 11,31 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

$N_2 = -13,997\ kN$

$$\Delta l = \frac{N_2 \cdot l_2}{E \cdot A} = \frac{-13,997 \cdot 10^3 \cdot 3}{210 \cdot 10^9 \cdot 2,85714 \cdot 10^{-5}} = -6,999 \cdot 10^{-3}\ m = -6,999\ mm =$$

$$\doteq -7\ mm$$

③ Vypočtěte pokles síly místě působení



$EA = konst.$

$N \cdot l$

$\varepsilon = ?$

$R_c = 2 \cdot R_b$

$\Sigma M_a = 0$

$0 = 10 \cdot 4 - R_c \cdot 4 - R_c \cdot 2 \cdot 0{,}5$

$R_c = 8\ kN$

$\Sigma M_a = 0$:

$0 = 10 \cdot 4 - R_b \cdot 2 - 2R_b \cdot 4$

$R_b = 4\ kN$

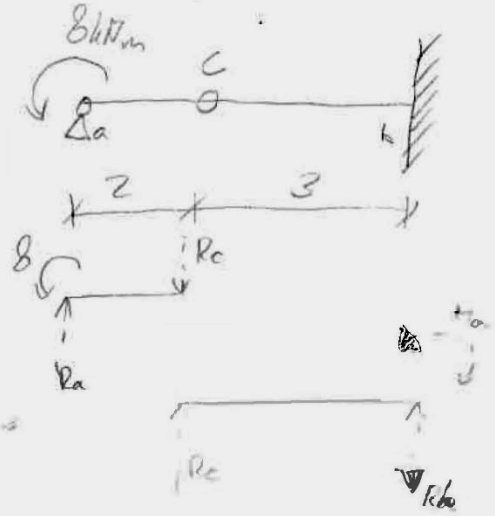
$$\Delta l_2 = \frac{8 \cdot 10^3 \cdot 2000}{210 \cdot 10^3 \cdot 0{,}009 \cdot 10^6} = 4{,}7 \cdot 10^{-3}\ mm$$

$$\Delta l_1 = \frac{4 \cdot 10^3 \cdot 2000}{210 \cdot 10^3 \cdot 0{,}009 \cdot 10^6} = 4{,}23 \cdot 10^{-3}\ mm$$

$E = 210\ GPa$

$A = 0{,}009\ m^2$

(2.) Mohrovou metodou vypočtěte průhyb bodu C



$\Sigma M_a = 0:$

$0 = 8 - R_c \cdot 2$

$R_c = 4\,kN$

$\Sigma M_c = 0:$

$0 = 8 - R_a \cdot 2$

$R_a = 4\,kN$

$\Sigma M_a = 0:$

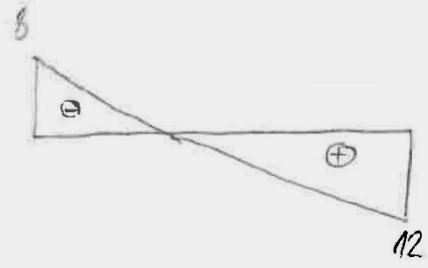
$0 = -4 \cdot 3 - M_a$

$M_a = -12\,kNm$

$\Sigma M_c = 0$

$0 = R_b \cdot 3 + 12$

$R_b = -4\,kN$



$\tilde{Q}_1 = \frac{2 \cdot 8}{2} = 8\,kN$

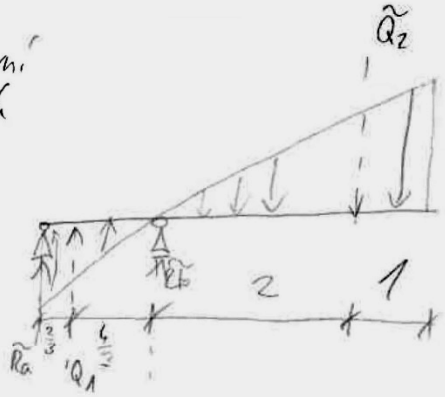
$\tilde{Q}_2 = \frac{12 \cdot 3}{2} = 18\,kN$

$\Sigma \tilde{M}_a = 0:$

$0 = \frac{2}{3} \cdot 8 + \tilde{R}_b \cdot 2 - 18 \cdot 4$

$\tilde{R}_b = \frac{100}{3}\,kNm^2$

Ekvivalentní nosník



$\Sigma \tilde{M}_b = 0$

$0 = -\tilde{R}_a \cdot 2 - 8 \cdot \frac{4}{3} + 18 \cdot 2$

$\tilde{R}_a = \frac{38}{3}\,kNm^2$

$M_c^P = -18 \cdot 2 = -36\,kNm^3$

$M_c^L = -\frac{38}{3} \cdot 2 - 8 \cdot \frac{4}{3} = -36\,kNm^3$ ✓

$$W = +\frac{M(x)}{EI} = \frac{36 \cdot 10^{12}}{210 \cdot 10^3 \cdot 8{,}5714 \cdot 10^7} = -2{,}1\,mm$$

$E = 210\,GPa$

$I = 8{,}5714 \cdot 10^{-5}\,m^4$