



FAKULTA
STAVEBNÍ ústav
stavební mechaniky

NDA015 Pružnost a plasticita
přednáška 3 (v.24/25.1)
Kombinované studium

Vyučující: Ing. FILIP HOKEŠ, Ph.D.

Brno, zimní semestr 2024/2024

1. Zopakování vztahů a veličin
 - 3D těleso
 - prut s vlivem smyku
 - prut bez vlivu smyku
 - rovinný problém
 - Mindlinova deska
 - Kirchhovofo deska
2. Metody řešení
3. Energetické principy
4. Variační metody
5. Ritzova metoda
6. Metoda konečných prvků

vektor napětí

$$\{\boldsymbol{\sigma}\} = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}\}^T$$

vektor deformace

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}\} = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}\}^T$$

vektor přemístění

$$\{\mathbf{u}\} = \{u, v, w\}^T$$

diferenciální podmínky rovnováhy (3x)

$$[\boldsymbol{\partial}]\{\boldsymbol{\sigma}\} + \{\mathbf{X}\} = 0$$

geometrické vztahy (6x)

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}\} - [\boldsymbol{\partial}]^T\{\mathbf{u}\} = 0$$

fyzikální vztahy (6x)

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}\} = [\mathbf{C}]\{\boldsymbol{\sigma}\} \quad \text{nebo} \quad \{\boldsymbol{\sigma}\} = [\mathbf{D}]\{\boldsymbol{\varepsilon}\}$$

rekapitulace veličin

- vnitřní síly: N , V , M
- deformace: ε_N , ε_V , ε_M
- přemístění: u , w , φ

rekapitulace vztahů

- statické podmínky

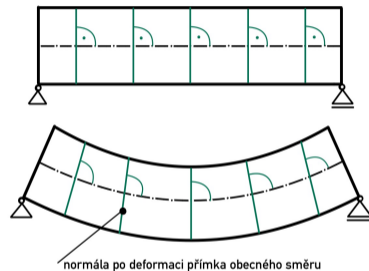
$$N' + n = 0 \quad V' + q = 0 \quad M' - V + m = 0$$

- fyzikální podmínky

$$N = EA\varepsilon_N \quad V = GA_\kappa\varepsilon_V \quad M = EI\varepsilon_M$$

- geometrické podmínky

$$\varepsilon_N = u' \quad \varepsilon_M = \varphi' \quad \varepsilon_V = w' + \varphi$$



Obr. 1: Prut s vlivem smyku

rekapitulace veličin

- vnitřní síly: N , V , M
- deformace: ε_N , ε_M
- přemístění: u , w

rekapitulace vztahů

- statické podmínky

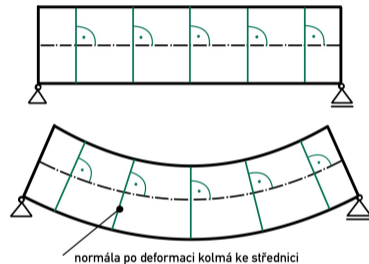
$$N' + n = 0 \quad V' + q = 0 \quad M' - V + m = 0$$

- fyzikální podmínky

$$N = EA\varepsilon_N \quad M = EI\varepsilon_M$$

- geometrické podmínky

$$\varepsilon_N = u' \quad \varepsilon_M = -w''$$



Obr. 2: Prut bez vlivu smyku

vektor napětí

$$\{\boldsymbol{\sigma}\} = \{\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}\}^T$$

vektor deformace

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}\} = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}\}^T$$

vektor přemístění

$$\{\mathbf{u}\} = \{u, v\}^T \text{ resp. } \{\mathbf{u}\} = \{u_x, u_y\}^T$$

diferenciální podmínky rovnováhy (2x)

$$[\partial]\{\sigma\} + \{X\} = 0$$

geometrické vztahy (3x)

$$\{\varepsilon\} - [\partial]^T\{u\} = 0$$

fyzikální vztahy (3x)

$$\{\varepsilon\} = [C]\{\sigma\} \quad \text{nebo} \quad \{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}$$

měrné vnitřní síly

$$m_x; m_y; m_{xy}; v_x; v_y$$

deformace průřezu

$$\varepsilon_{mx}; \varepsilon_{my}; \varepsilon_{mxy}; \varepsilon_{vx}; \varepsilon_{vy}$$

přemístění

$$w; \varphi_x; \varphi_y$$

statické podmínky (3)

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + p = 0$$

$$\frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial y} - v_x = 0$$

$$\frac{\partial m_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} - v_y = 0$$

geometrické podm. (5)

$$\varepsilon_{mx} = \frac{\partial \varphi_y}{\partial x}$$

$$\varepsilon_{my} = -\frac{\partial \varphi_x}{\partial y}$$

$$\varepsilon_{mxy} = \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} - \frac{\partial \varphi_x}{\partial x}$$

$$\varepsilon_{vx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \varphi_y$$

$$\varepsilon_{vy} = \frac{\partial w}{\partial y} - \varphi_x$$

fyzikální podmínky (5)

$$m_x = D [\varepsilon_{mx} + \nu \varepsilon_{my}]$$

$$m_y = D [\varepsilon_{my} + \nu \varepsilon_{mx}]$$

$$m_{xy} = D \frac{1-\nu}{2} \varepsilon_{mxy}$$

$$v_x = \frac{Gh}{1,2} \varepsilon_{vx}$$

$$v_y = \frac{Gh}{1,2} \varepsilon_{vy}$$

kde $D = \frac{Eh^3}{(1-\nu^2)}$ je desková tuhost

měrné vnitřní síly

$$m_x; m_y; m_{xy}; v_x; v_y$$

deformace průřezu

$$\varepsilon_{mx}; \varepsilon_{my}; \varepsilon_{mxy}$$

přemístění

$$w$$

statické podmínky (3)

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + p = 0$$

$$\frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial y} - v_x = 0$$

$$\frac{\partial m_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} - v_y = 0$$

kde $D = \frac{Eh^3}{(1-\nu^2)}$ je desková tuhost

geometrické podm. (3)

$$\varepsilon_{my} = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

$$\varepsilon_{mx} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

$$\varepsilon_{mxy} = -2\frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x}$$

fyzikální podmínky (3)

$$m_x = D [\varepsilon_{mx} + \nu \varepsilon_{my}]$$

$$m_y = D [\varepsilon_{my} + \nu \varepsilon_{mx}]$$

$$m_{xy} = D \frac{1-\nu}{2} \varepsilon_{mxy}$$

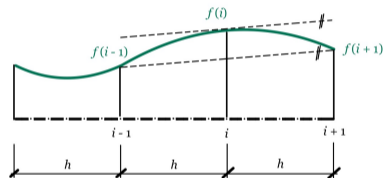
1. Přesné metody

- přímé řešení diferenciálních rovnic, většinou pro jednoduché konstrukce např. řešení ohybu prutu přímou integrací

2. Přibližné metody

- náhrada hledané funkce nějakou aproximací, se kterou se lépe pracuje. Např.:
 - řešení pomocí **nekonečných trigonometrických řad** (použije se konečný počet členů)
 - **diferenční metoda, metoda sítí** (funkce je definována v diskretních bodech, derivace funkce jsou vyjádřeny pomocí hodnot v okolních bodech a vzdáleností těchto bodů)
 - **Ritzova metoda**
 - **metoda konečných prvků**

$$f'_i = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h}$$



Obr. 3: K metodě sítí

- přímo z diferenciálních rovnic sestavených pomocí základních vztahů (statické, fyzikální, geometrické rovnice, popř. podmínky kompatibility), např.:
 - řešení pomocí nekonečných řad
 - metoda sítí
- z energetických principů (vyjádření potenciální energie, popř. virtuální práce)
 - Ritzova metoda
 - metoda konečných prvků

- silová metoda
 - primární neznámé jsou silové veličiny: vnitřní síly nebo napětí
 - využijí se podmínky kompatibility, fyzikální a statické podmínky
 - např.: stěnová rovnice
- deformační metoda
 - primární neznámé jsou přemístění
 - využijí se geometrické, fyzikální a statické rovnice
 - např.: desková rovnice, ohybová čára prutu

- výchozí rovnice: podmínka kompatibility (1), fyzikální rovnice (3), statické rovnice (2)

$$\frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \quad \{\epsilon\} = [C]\{\sigma\}$$

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + X = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + Y = 0$$

- neznámé: deformace (3), napětí (3)
- podmínka kompatibility se vyjádří v napětích pomocí fyzikálních podmínek (3 rovnice pro 3 napětí)
- výsledná stěnová rovnice (pro $X = Y = 0$)

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0,$$

- kde $F(x, y)$ je tzv. Airyho funkce napětí, ze které lze přímo odderivovat složky vektoru napětí

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}$$

- výchozí rovnice: statické rovnice (2), fyzikální rovnice (1), geometrické podmínky (2)

$$\begin{array}{lll} V' = -q & & \varphi' \\ & M = EI\varphi_m & \\ M' = V & & w' = -\varphi \end{array}$$

- neznámé: vnitřní síly (V, M), deformace průřezu (ε_m), přemístění (w, φ)
- podmínka kompatibility se vyjádří v napětích pomocí fyzikálních podmínek (3 rovnice pro 3 napětí)
- výsledná rovnice ohybové čáry

$$(EIw'')''$$

Metody řešení

Příklad deformační metody: odvození deskové rovnice pro Kirchhoffovu desku

- měrné vnitřní síly: $m_x; m_y; m_{xy}; v_x; v_y$
- deformace průřezu: $\varepsilon_{mx}; \varepsilon_{my}; \varepsilon_{mxy}$
- přemístění

statické podmínky (3)

$$\begin{aligned}\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + p &= 0 \\ \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial y} - v_x &= 0 \\ \frac{\partial m_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} - v_y &= 0\end{aligned}$$

geometrické podm. (3)

$$\begin{aligned}\varepsilon_{my} &= -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \varepsilon_{mx} &= -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \varepsilon_{mxy} &= -2\frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x}\end{aligned}$$

fyzikální podmínky (3)

$$\begin{aligned}m_x &= D \left[\varepsilon_{mx} + \nu \varepsilon_{my} \right] \\ m_y &= D \left[\varepsilon_{my} + \nu \varepsilon_{mx} \right] \\ m_{xy} &= D \frac{1 - \nu}{2} \varepsilon_{mxy}\end{aligned}$$

- Dosazení podmínek geometrických do fyzikálních → dosazení fyzikálních do statických a 2. a 3. statické rovnice do 1. **Desková rovnice:**

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p}{D}$$

- princip virtuálních prací
- princip minima potenciální energie

- **Virtuální deformace** – libovolný myšlený deformační stav tělesa (popsaný přemístěními a deformacemi), který splňuje kinematické okrajové podmínky (předepsaná přemístění v podporách) a geometrické podmínky (vztah mezi přemístěními a deformacemi)
- **Virtuální síly** – libovolný myšlený silový stav tělesa (popsaný vnějšími a vnitřními silami), který splňuje statické podmínky rovnováhy
- **Virtuální práce:**

- Práce skutečných sil na virtuálních deformacích

$$\delta W = \sum \{\delta \mathbf{u}\}^T \cdot \{\mathbf{F}\} - \int_L \{\delta \boldsymbol{\varepsilon}\}^T \cdot \{\mathbf{N}\} dx$$

- Práce virtuálních sil na skutečných deformacích

$$\delta W = \sum \{\delta \mathbf{F}\}^T \cdot \{\mathbf{u}\} - \int_L \{\delta \mathbf{N}\}^T \cdot \{\boldsymbol{\varepsilon}\} dx$$

- Skutečné a virtuální veličiny jsou na sobě nezávislé – **posuny nevznikly díky silám**

- Virtuální práce vnějších a vnitřních sil je nulová $\delta W = 0$
- **Lagrangeův princip virtuálních přemístění**

$$\delta W = \sum \{\delta \mathbf{u}\}^T \cdot \{\mathbf{F}\} - \int_L \{\delta \boldsymbol{\varepsilon}\}^T \cdot \{\mathbf{N}\} dx = 0$$

- Použití: např.: odvození deformační varianty metody konečných prvků

- **Castigliánův princip virtuálních sil**

$$\delta W = \sum \{\delta \mathbf{F}\}^T \cdot \{\mathbf{u}\} - \int_L \{\delta \mathbf{N}\}^T \cdot \{\boldsymbol{\varepsilon}\} dx = 0$$

- Použití: např.: Metoda jednotkových sil pro výpočet přemístění

- Aplikace: **Metoda jednotkových sil pro výpočet přemístění**
- Virtuální práce

$$\delta W = \sum \{\delta \mathbf{F}\}^T \cdot \{\mathbf{u}\} - \int_L \{\delta \mathbf{N}\}^T \cdot \{\boldsymbol{\varepsilon}\} dx$$

- Pro prut platí

$$\delta W = \Delta \cdot \delta F - \int_L \varepsilon_N \delta N dx - \int_L \varepsilon_V \delta V dx - \int_L \varepsilon_M \delta M dx$$

- Dosadí se deformace z fyzikálních vztahů

$$\Delta \cdot \delta F = \int_L \frac{N}{EA} \delta N dx + \int_L \frac{V}{GA_\kappa} \delta V dx + \int_L \frac{M}{EI} \delta M dx$$

- Za virtuální sílu F se uvažuje jednotkový impulz (síla nebo moment) v místě a směru hledaného přemístění (posun nebo pootočení). Δ představuje hledané přemístění

$$\Delta = \int_L \frac{N\bar{N}}{EA} dx + \int_L \frac{V\bar{V}}{GA_\kappa} dx + \int_L \frac{M\bar{M}}{EI} dx$$

- **Přetvárná práce vnějších sil**

- práce, kterou koná závaží na protažení táhla

$$L_e = \sum_{i=1}^n F_i \Delta u = \int_0^{u_t} F(u) du$$

- **Doplňková práce vnějších sil**

- práce, která je konána při přesouvání závaží na plošinu

$$L_e^* = \sum_{i=1}^n u_i \Delta F = \int_0^{F_t} u(F) dF$$

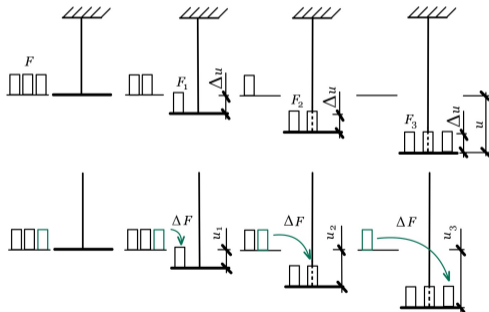
- **Obecně**

$$L_e + L_e^* = F_t u_t$$

- **lineárně pružný materiál**

$$L_e = L_e^* = \frac{1}{2} F_t u_t$$

- **Silové a deformační veličiny jsou na sobě závislé a postupně narůstají $\rightarrow \frac{1}{2}$**



▪ Deformační energie

- energie, která se akumuluje v konstrukci při její deformaci vlivem zatěžování
- konstrukce je schopna ji vydat zpět při odtěžování
- odpovídá přetvárné práci vnějších sil (pro pružné těleso)

$$\Pi_i = L_e$$

▪ Obecně pro těleso platí

$$\Pi_i = \frac{1}{2} \int_V \{\boldsymbol{\varepsilon}\}^T \{\boldsymbol{\sigma}\} dV$$

▪ Pro prut platí

$$\Pi_i = \frac{1}{2} \int_L \varepsilon_N N dx + \frac{1}{2} \int_L \varepsilon_V V dx + \frac{1}{2} \int_L \varepsilon_M M dx$$

▪ a po dosazení fyzikálních podmínek

$$\Pi_i = \frac{1}{2} \int_L EA \varepsilon_N^2 dx + \frac{1}{2} \int_L GA_\kappa \varepsilon_V^2 dx + \frac{1}{2} \int_L EI \varepsilon_M^2 dx$$

■ Mechanický systém

- mechanický systém je soubor konstrukce a zatížení

■ Potenciální energie systému

- změna celkové energie mechanického systému vlivem zatěžování

■ Potenciální energie vnitřních sil

- energie akumulovaná v konstrukci (kladná)

$$\Pi_i = L_e$$

■ Potenciální energie vnějších sil

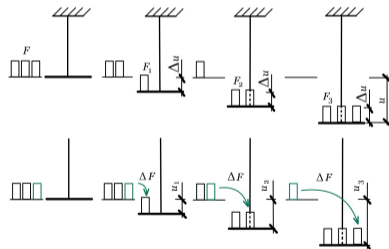
- ztráta polohy břemene (záporná)

$$\Pi_e = -Fu = -(L_e + L_e^*)$$

■ Celková potenciální energie

$$\Pi = \Pi_i + \Pi_e$$

$$\Pi = L_e - (L_e + L_e^*) = -L_e^*$$



Princip minima potenciální energie

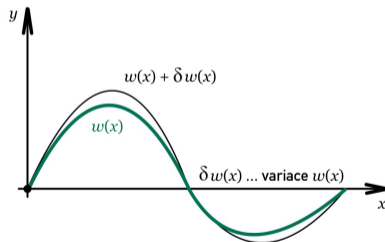
Ze všech možných deformačních stavů pružného tělesa, které neporušují jeho spojitost a respektují veškeré kinematické okrajové podmínky nastane právě ten, při němž je potenciální energie systému minimální.

$$\Pi = \min$$

- matematické postupy k hledání funkce udělující extrém danému funkcionálu F
- **funkcionál** – integrál z operátoru nad funkcemi a jejich derivacemi

$$\mathbb{F} = \int_l L(y, y', y'', \dots, y^{(n)}) dx, \quad \text{kde} \quad y = f(x)$$

- **variacie funkce** – infinitesimální změna celého průběhu funkce



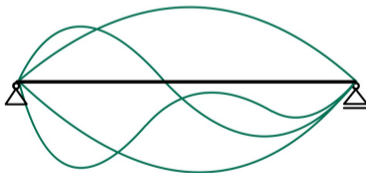
Obr. 4: Variacie funkce

- **přípustná funkce** – funkce splňující okrajové podmínky
- variační metoda převádí úlohu o nalezení funkce udělující minimum funkcionálu \mathbb{F}

$$\mathbb{F} = \text{extrem}$$

na tvar

$$\delta\mathbb{F} = 0$$



Obr. 5: Přípustná funkce

- **Funkcionál** – potenciální energie

$$\Pi = \mathbb{F}(w, w'')$$

- **Podmínka extrému**

$$\Pi = \min$$

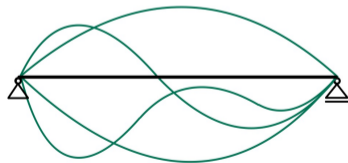
- hledaná funkce – funkce průhybu $w(x)$
- **přípustná funkce** – funkce splňující okrajové podmínky. Např.:

$$w(x) \quad w \begin{pmatrix} x=0 \\ x=l \end{pmatrix} = 0$$

$$\Pi_i = \frac{1}{2} \int_L EI \varepsilon_m^2 dx = \frac{1}{2} \int_L EI (w'')^2 dx$$

$$\Pi_e = -Fw$$

$$\Pi = \Pi_i + \Pi_e = \frac{1}{2} \int_L EI (w'')^2 dx - Fw$$



Obr. 6: Přípustná funkce

$$w(x) = \sum_{i=1}^n a_i \phi_i(x),$$

kde $\phi_i(x)$ je bázová funkce definovaná na celé oblasti konstrukce, splňuje okrajové podmínky a a_i jsou neznámé koeficienty mající pouze matematický význam – definují váhu dané bázové funkce

Bázové funkce

- volí se omezený počet funkcí
- variační princip z nich vybere nejlepší možné řešení z hlediska minima potenciální energie
- pokud je mezi zvolenými bázovými funkcemi správné **přesné** řešení, je variačním principem vybráno

- **Podmínka minima**

$$\Pi = \min$$

- vyjádřená jako

$$\delta\Pi = 0$$

- **Vyjádření variace:** parciální derivace podle všech proměnných parametrů vede na soustavu rovnic

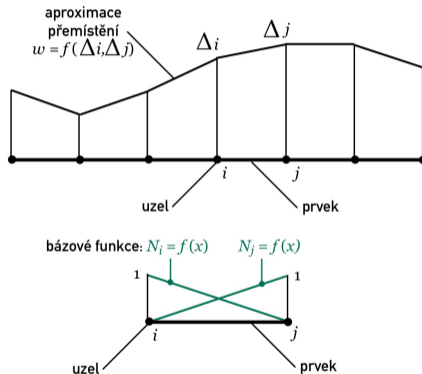
$$\frac{\partial\Pi}{\partial a_i} = 0,$$

jejíž řešením jsou neznámé koeficienty a_i . Tyto koef. se zpětně dosadí do původní aproximace a získáme rovnici přemístění

$$w(x) = \sum_{i=1}^n a_i \phi_i(x),$$

- rozdělení konstrukce na **prvky** a **uzly**
- **Bázové funkce** N_i patří k jednomu uzlovému parametru jsou nenulové pouze na okolních prvcích k danému uzlu
- **Uzlové parametry** Δ mají konkrétní fyzikální význam – hodnota daného přemístění v uzlu. Představují primární neznámé, pomocí kterých se vše ostatní vyjádří
- Vyjádření přemístění po oblasti prvku

$$u(x) = [\mathbf{N}]\{\Delta\}$$



Obr. 7: MKP

- Vyjádření *deformací* z **geometrických podmínek**

$$\{\varepsilon\} = [\partial]\{\mathbf{u}\} = [\partial][\mathbf{N}]\{\Delta\} = [\mathbf{B}]\{\Delta\}$$

- Vyjádření *napětí* z **fyzikálních podmínek**

$$\{\sigma\} = [\mathbf{D}]\{\varepsilon\} = [\mathbf{D}][\mathbf{B}]\{\Delta\}$$

- Vyjádření **potenciální energie**

$$\Pi_i = \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV = \frac{1}{2} \{\Delta\}^T \int_V [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}] dV \{\Delta\} = \frac{1}{2} \{\Delta\}^T [\mathbf{K}] \{\Delta\}$$

$$\Pi_e = -\{\Delta\}^T \{\mathbf{F}\}$$

$$\Pi = \Pi_i + \Pi_e = \frac{1}{2} \{\Delta\}^T [\mathbf{K}] \{\Delta\} - \{\Delta\}^T \{\mathbf{F}\}$$

- kde $[\mathbf{K}]$ je matice tuhosti, $\{\Delta\}$ je vektor uzlových přemístění a $\{\mathbf{F}\}$ vektor uzlových sil

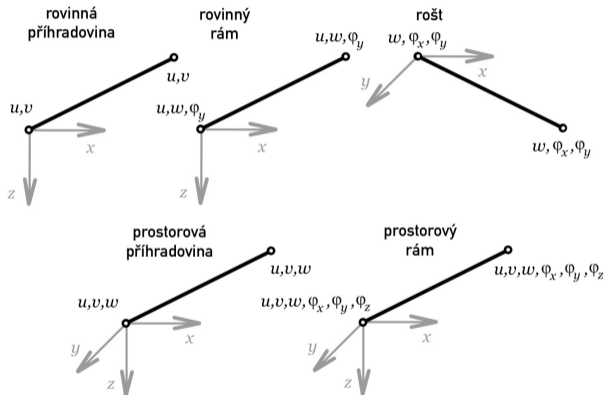
- Vyjádření *minima potenciální energie* z **variačního principu**: $[\mathbf{K}]\{\Delta\} = \{\mathbf{F}\}$ lze provést pro
 - pro **každý prvek**
 - pro **celou konstrukci**
- soustava se stává řešitelnou po zavedení **okrajových podmínek**
- řešením jsou **uzlová přemístění** $\{\Delta\}$, pomocí kterých se zpětně vyjádří
 - přemístění $\{\mathbf{u}\}$
 - deformace $\{\varepsilon\}$
 - napětí $\{\sigma\}$ (resp.) vnitřní síly na jednotlivých prvcích
- **okrajové podmínky**
 - *homogenní, nehomogenní* – dosazení příslušného přemístění do uzlového parametru
 - *pružné vazby* – přidání tuhosti pružiny do matice tuhosti konstrukce na pozici odpovídající dané síle a posunu
- **zatížení**
 - *prvkové* (spojitá zatížení po oblasti prvku) – přetransformuje se do uzlů \rightarrow vektor zatížení prvku \rightarrow vektor zatížení konstrukce
 - *uzlové* (osamělá břemena přímo v uzlech) – dosazují se přímo do vektoru zatížení konstrukce

1. **analýza prvku**
2. sestavení *matic tuhostí prvků* (dle geometrie, průřezových a materiálových charakteristik)
3. sestavení *vektorů zatížení prvků* (dle zatížení po oblasti prvku)
4. **analýza konstrukce**
5. sestavení *vektoru uzlových parametrů konstrukce*
6. sestavení *matice tuhosti konstrukce* (z matic tuhostí jednotlivých prvků)
7. sestavení *vektoru zatížení konstrukce* (z vektorů zatížení prvků a z břemen působících v uzlech)
8. zavedení okrajových podmínek
9. řešení soustavy rovnic → *vektor uzlových parametrů konstrukce, reakce*
10. **dokončení analýzy prvku**
11. sestavení *vektoru uzlových parametrů prvku* (z vektoru uzlových parametrů konstrukce)
12. výpočet *deformací* (z geometrických vztahů)
13. výpočet *napětí* (z fyzikálních vztahů)

- typ prvku
 - dimenze úlohy
 - tvar prvku, uzly na prvku
 - uzlové parametry, klouby na prutech
- geometrie modelu
 - definice uzlů (souřadnice) a prvků (dle uzlů)
 - definice oblastí + automatické generování uzlů a prutů
 - průřezové charakteristiky + přiřazení k prvkům (číselně, z katalogu)
 - materiálové charakteristiky + přiřazení k prvkům (číselně, z katalogu)
- podepření
 - předepsaná přemístění uzlů, pružné vazby
- zatížení a kombinace zatěžovacích stavů
 - uzlová, prvková

Metoda konečných prvků

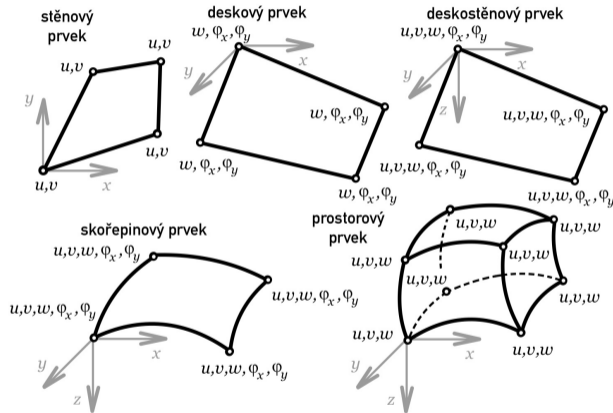
Prvky a jejich stupně volnosti (uzlové parametry)



Obr. 8: 1D konečné prvky

Metoda konečných prvků

Prvky a jejich stupně volnosti (uzlové parametry)



Obr. 9: 2D a 3D konečné prvky