



## **NDA015 Pružnost a plasticita**

Analytické řešení: osově namáhaný prut (v.24/25.1)

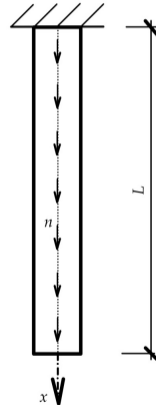
Kombinované studium

*Vyučující:* Ing. FILIP HOKEŠ, Ph.D.

Brno, zimní semestr 2024/2025

Analyticky odvoďte rovnici osového posunutí  $u$ . Osovou tuhost prutu uvažujte konstantní.

$$EA = \text{konst.}$$



### Statické podmínky rovnováhy

$$\frac{\partial N}{\partial x} = -n$$

### Fyzikální rovnice

$$N = EA\varepsilon_N$$

### Geometrické rovnice

$$\varepsilon_N = \frac{\partial u}{\partial x}$$

Integrujme statickou podmínku rovnováhy

$$N = \int -n dx + C_1 = -nx + C_1$$

Integrační konstantu  $C_1$  lze určit z okrajových podmínek

$$N(x = L) = 0$$

$$0 = -nL + C_1$$

$$C_1 = nL$$

Rovnice pro normálovou sílu má tedy tvar

$$N = -nx + nL$$

Dosadíme-li vztah pro normálovou sílu do vztahu pro  $\varepsilon_N$  vyjádřenou pomocí fyzikální rovnice získáme vztah

$$\varepsilon_N = \frac{N}{EA} = \frac{1}{EA} (-nx + nL)$$

Tento vztah nyní na základě geometrické rovnice integrujeme

$$u = \int \varepsilon_N dx + C_2 = \frac{n}{EA} \int (-x + L) dx + C_2 = \frac{n}{EA} \left( Lx - \frac{x^2}{2} \right)$$

A druhou integrační konstantu  $C_2$  opět získáme z okrajové podmínky

$$u(x = 0) = 0$$

$$0 = \frac{n}{EA} \left( L \cdot 0 - \frac{0^2}{2} \right) + C_2$$

$$C_2 = 0$$

Výsledná rovnice osového posunu má tedy tvar

$$u(x) = \frac{n}{EA} \left( Lx - \frac{x^2}{2} \right)$$