

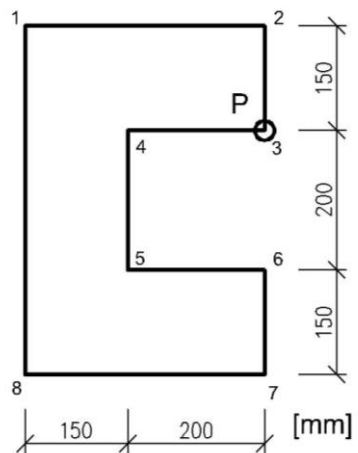
Obr.: Schéma průřezu

Mimostředný tah a tlak, jádro průřezu

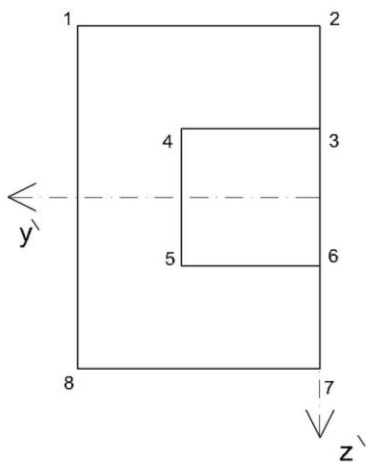
Zadání

Pro průřez na obrázku

- 1) nakreslete jádro průřezu
- 2) pro tahovou sílu $N=200$ kN působící v bodě P
 - a) vykreslete průběh napětí po obvodu průřezu
 - b) určete rovnici neutrální osy, zakreslete její polohu a zakótujte



Obr.: Schéma průřezu



Obr.: Pomocné osy

Řešení

K řešení budeme potřebovat některé průřezové charakteristiky.

Určete plochu průřezu:

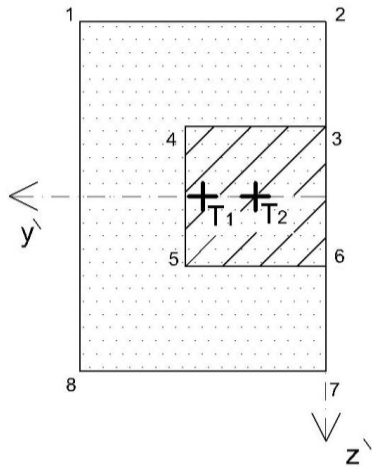
$$A = (?) [m^2]$$

Těžiště průřezu

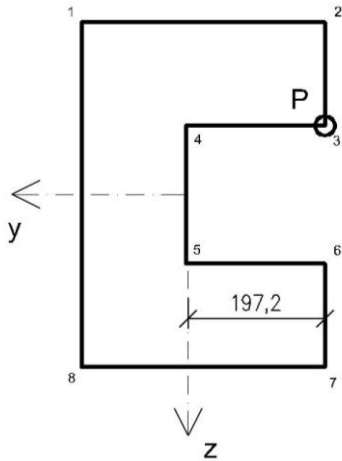
Vzhledem k symetrii průřezu, leží z -ová souřadnice těžiště uprostřed výšky průřezu.

Určete polohu těžiště průřezu pro zvolené pomocné osy dle obrázku

$$y'_T = (?) [m]$$



Obr.: Rozdělení na plochy



Obr.: Souřadný systém

Průřezová plocha

$$A = A_1 - A_2 = 0,35 \cdot 0,5 - 0,2 \cdot 0,2 = 0,135 \text{ m}^2$$

Těžiště průřezu

Vzhledem k symetrii průřezu, leží z -ová souřadnice těžiště uprostřed výšky průřezu.

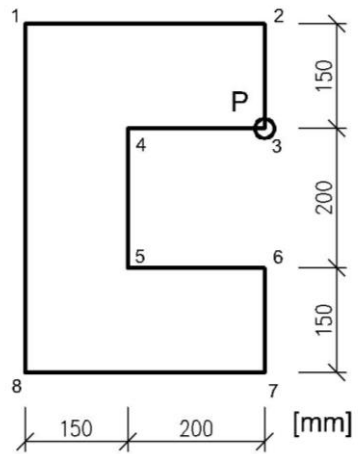
Pro výpočet y -ové souřadnice můžeme průřez uvažovat jako rozdíl dvou obdélníků

$$y'_T = \frac{A_1 y_1 - A_2 y_2}{A_1 - A_2} = \frac{0,35 \cdot 0,5 \cdot 0,175 - 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,1}{0,35 \cdot 0,5 - 0,2 \cdot 0,2} = 0,0197222 \text{ m}$$

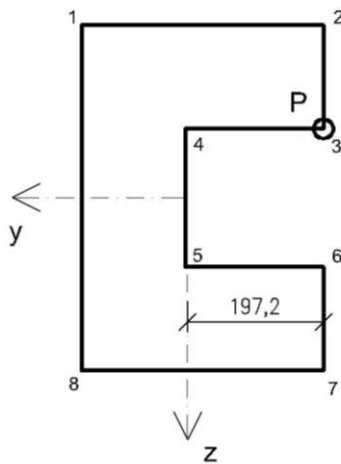
Určete momenty setrvačnosti k těžišťovým osám průřezu y a z

$$I_y = (?) [\text{m}^4]$$

$$I_z = (?) [\text{m}^4]$$



Obr.: Schéma průřezu



Obr.: Souřadný systém

Momenty setrvačnosti:

$$I_y = \frac{1}{12} (0,35 \cdot 0,5^3 - 0,2^4) = 3512,5 \cdot 10^{-6} m^4$$

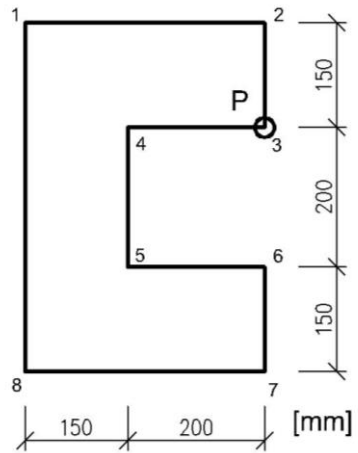
$$I_z = \frac{1}{12} (0,5 \cdot 0,35^3 - 0,2^4) + 0,35 \cdot 0,5 \cdot 0,02222^2 - 0,2^2 \cdot 0,09722^2$$

$$= 1361,46 \cdot 10^{-6} m^4$$

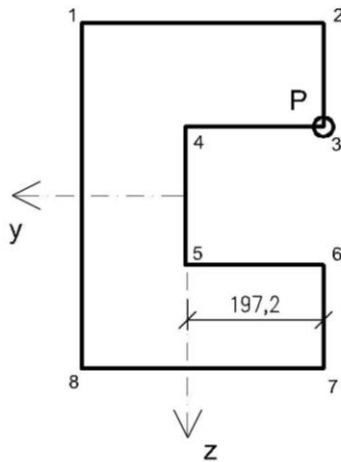
Určete druhé mocniny poloměrů setrvačnosti k těžišťovým osám průřezu y a z

$$i_y^2 = (?) [m^2]$$

$$i_z^2 = (?) [m^2]$$



Obr.: Schéma průřezu



Obr.: Souřadný systém

Momenty setrvačnosti:

$$I_y = \frac{1}{12} (0,35 \cdot 0,5^3 - 0,2^4) = 3512,5 \cdot 10^{-6} m^4$$

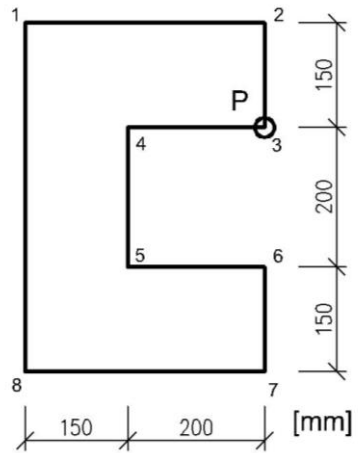
$$I_z = \frac{1}{12} (0,5 \cdot 0,35^3 - 0,2^4) + 0,35 \cdot 0,5 \cdot 0,02222^2 - 0,2^2 \cdot 0,09722^2$$

$$= 1361,46 \cdot 10^{-6} m^4$$

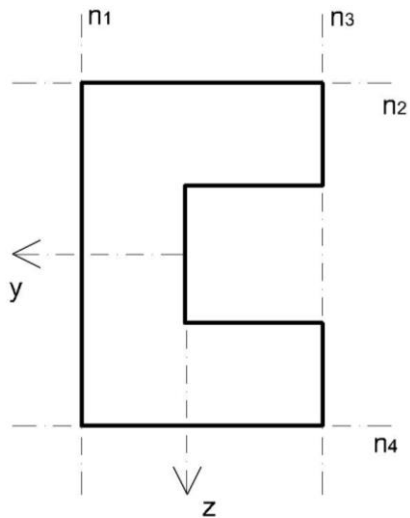
Druhé mocniny poloměrů setrvačnosti k těžišťovým osám průřezu y a z:

$$i_y^2 = \frac{I_y}{A} = \frac{3512,5 \cdot 10^{-6}}{0,135} = 0,026018 m^2$$

$$i_z^2 = \frac{I_z}{A} = \frac{1361,46 \cdot 10^{-6}}{0,135} = 0,010085 m^2$$



Obr.: Schéma průřezu



Obr.: Neutrální osy pro jádro průřezu

Jádro průřezu

Určete souřadnice působišť síly (bodů 1, 2, 3 a 4) odpovídající neutrálním ($n_1, n_2, n_3, a n_4$) osám na obrázku:

$$y_1 = (?) \text{ [m]}$$

$$z_1 = (?) \text{ [m]}$$

$$y_2 = (?) \text{ [m]}$$

$$z_2 = (?) \text{ [m]}$$

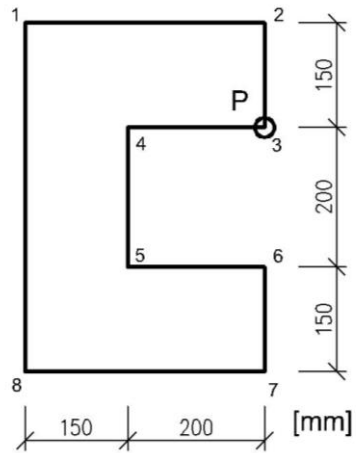
$$y_3 = (?) \text{ [m]}$$

$$z_3 = (?) \text{ [m]}$$

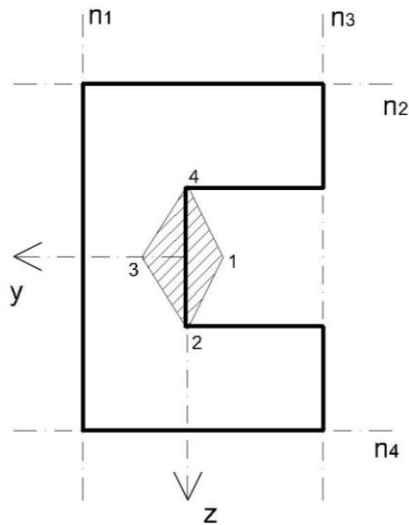
$$y_4 = (?) \text{ [m]}$$

$$z_4 = (?) \text{ [m]}$$

Zkreslete jádro průřezu.



Obr.: Schéma průřezu



Obr.: Neutrální osy pro jádro průřezu

Určete souřadnice působišť síly (bodů 1, 2, 3 a 4) odpovídající neutrálním ($n_1, n_2, n_3, a n_4$) osám na obrázku:

$$y_1 = -\frac{i_z^2}{y_{N1}} = -\frac{0,010085}{0,15278} = -0,066m$$

$$z_1 = -\frac{i_y^2}{z_{N1}} = -\frac{0,026018}{\infty} = 0m$$

$$y_2 = -\frac{i_z^2}{y_{N2}} = -\frac{0,010085}{\infty} = 0m$$

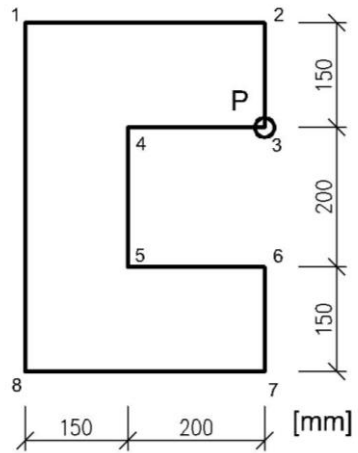
$$z_2 = -\frac{i_y^2}{z_{N1}} = -\frac{0,026018}{-0,25} = 0,104m$$

$$y_3 = -\frac{i_z^2}{y_{N3}} = -\frac{0,010085}{-0,19722} = 0,05113m$$

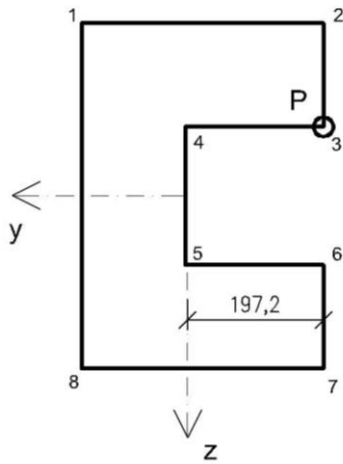
$$z_3 = -\frac{i_y^2}{z_{N3}} = \frac{0,026018}{\infty} = 0$$

$$y_4 = -\frac{i_z^2}{y_{N4}} = -\frac{0,010085}{\infty} = 0m$$

$$z_4 = -\frac{i_y^2}{z_{N4}} = -\frac{0,026018}{0,25} = -0,104m$$



Obr.: Schéma průřezu



Obr.: Souřadný systém

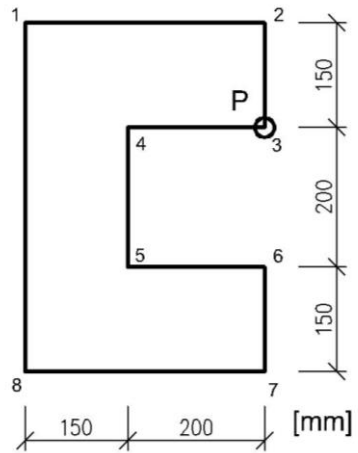
Normálové napětí

Pro tahovou sílu $N=200$ kN působící v bodě P je třeba vykreslit průběh napětí po obvodu průřezu.

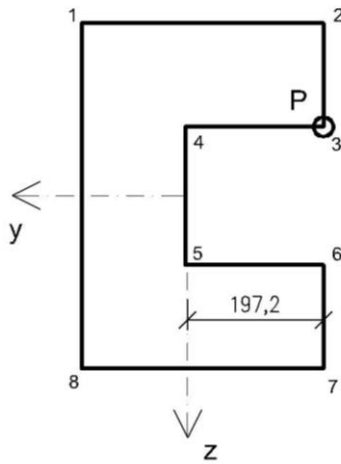
Určete excentricitu působící síly:

$$e_z = (?) \text{ [m]}$$

$$e_y = (?) \text{ [m]}$$



Obr.: Schéma průřezu



Obr.: Souřadný systém

Normálové napětí

Pro tahovou sílu $N=200$ kN působící v bodě P je třeba vykreslit průběh napětí po obvodu průřezu.

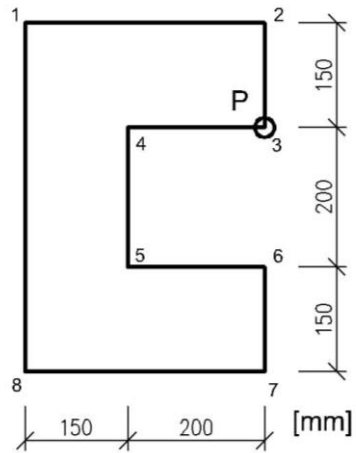
Excentricita působící síly:

$$e_z = -0,1m$$

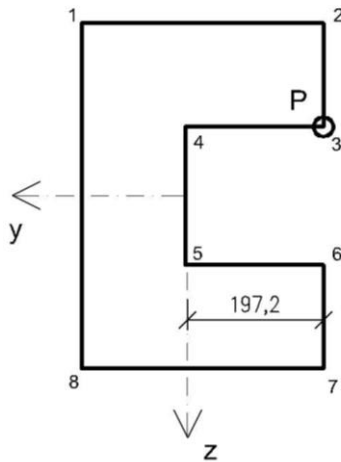
$$e_y = -y'_T = -0,197222 m$$

Určete rovnici normálového napětí po průřezu:

$$\sigma_x = (?) + (?) z + (?) y$$



Obr.: Schéma průřezu



Obr.: Souřadný systém

Normálové napětí

Pro tahovou sílu $N=200$ kN působící v bodě P je třeba vykreslit průběh napětí po obvodu průřezu.

Excentricita působící síly:

$$e_z = -0,1m$$

$$e_y = -y'_T = -0,197222 m$$

Rovnice normálového napětí po průřezu:

$$\sigma_x = \frac{N}{A} \left(1 + \frac{e_z z}{i_y^2} + \frac{e_y y}{i_z^2} \right) = \frac{200 \cdot 10^3}{0,135} \left(1 + \frac{-0,1 \cdot z}{0,026018} + \frac{-0,197722 \cdot y}{0,010085} \right)$$

$$= 1,48148 \cdot 10^6 - 5,694063 \cdot 10^6 z - 2,904526 \cdot 10^6 y$$

Určete normálové napětí v rozích průřezu:

$$\sigma_{x,1} = (?) \text{ [Mpa]}$$

$$\sigma_{x,2} = (?) \text{ [Mpa]}$$

$$\sigma_{x,3} = (?) \text{ [Mpa]}$$

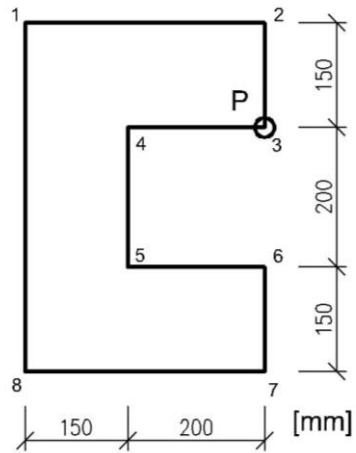
$$\sigma_{x,4} = (?) \text{ [Mpa]}$$

$$\sigma_{x,5} = (?) \text{ [Mpa]}$$

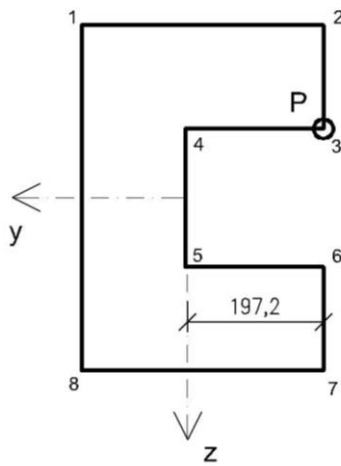
$$\sigma_{x,6} = (?) \text{ [Mpa]}$$

$$\sigma_{x,7} = (?) \text{ [Mpa]}$$

$$\sigma_{x,8} = (?) \text{ [Mpa]}$$



Obr.: Schéma průřezu



Obr.: Souřadný systém

Normálové napětí

Pro tahovou sílu $N=200$ kN působící v bodě P je třeba vykreslit průběh napětí po obvodu průřezu.

Excentricita působící síly:

$$e_z = -0,1m$$

$$e_y = -y'_T = -0,197222 m$$

Rovnice normálového napětí po průřezu:

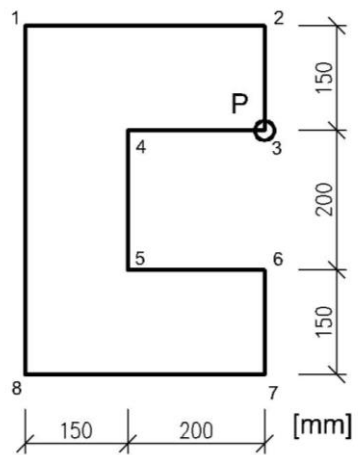
$$\sigma_x = 1,48148 \cdot 10^6 - 5,694063 \cdot 10^6 z - 2,904526 \cdot 10^6 y$$

Normálové napětí v rozích průřezu:

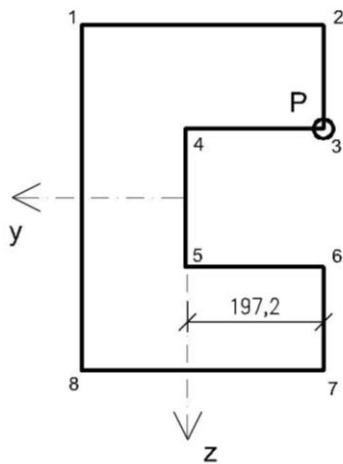
bod	y [m]	z [m]	σ [MPa]
1	0,15278	-0,25	-1,521
2	-0,19722	-0,25	8,619
3	-0,19722	-0,1	7,765
4	0,00278	-0,1	1,970
5	0,00278	0,1	0,832
6	-0,19722	0,1	6,626
7	-0,19722	0,25	5,772
8	0,15278	0,25	-4,368

Určete rovnici neutrální osy:

$$1 + (?) z + (?) y = 0$$



Obr.: Schéma průřezu



Obr.: Souřadný systém

Normálové napětí

Pro tahovou sílu $N=200$ kN působící v bodě P je třeba vykreslit průběh napětí po obvodu průřezu.

Rovnice neutrální osy:

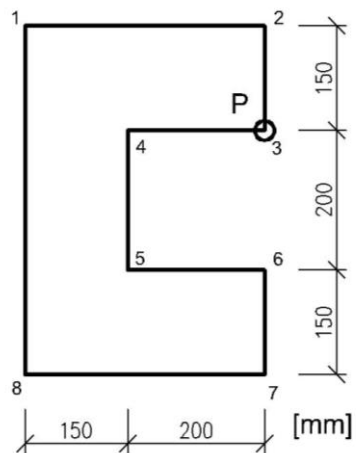
$$1 + \frac{e_z z}{i_y^2} + \frac{e_y y}{i_z^2} = \left(1 + \frac{-0,1 \cdot z}{0,026018} + \frac{-0,197222 \cdot y}{0,010085} \right) = 0$$

$$1 + 3,846z - 19,555y = 0$$

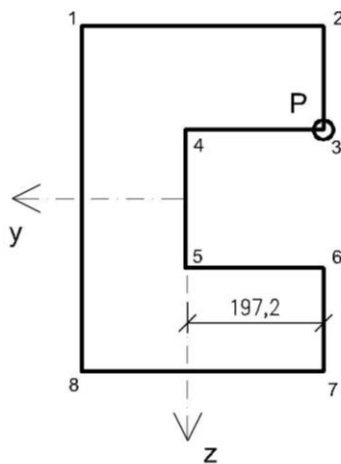
Určete průsečíky neutrální osy se souřadnými osami:

$$y_N = (?) \text{ [m]}$$

$$z_N = (?) \text{ [m]}$$



Obr.: Schéma průřezu



Obr.: Souřadný systém

Normálové napětí

Pro tahovou sílu $N=200$ kN působící v bodě P je třeba vykreslit průběh napětí po obvodu průřezu.

Rovnice neutrální osy:

$$1 + \frac{e_z z}{i_y^2} + \frac{e_y y}{i_z^2} = \left(1 + \frac{-0,1 \cdot z}{0,026018} + \frac{-0,197222 \cdot y}{0,010085} \right) = 0$$

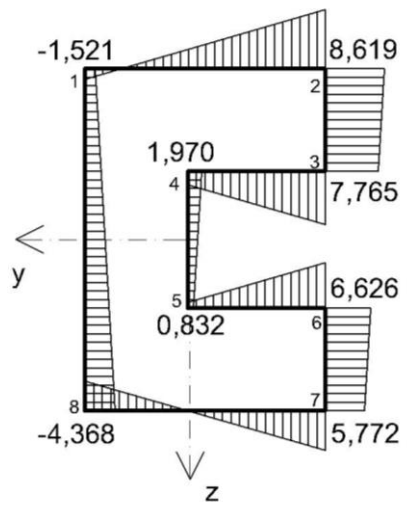
$$1 + 3,846z - 19,555y = 0$$

Průsečíky neutrální osy se souřadnými osami

$$y_N = -\frac{i_z^2}{e_y} = \frac{0,010085}{-0,197222} = 0,0511m$$

$$z_N = -\frac{i_y^2}{e_z} = \frac{0,026018}{-0,1} = 0,26018m$$

Vykreslete průběhy normálových napětí po hranách průřezu a zakreslete polohu neutrální osy.



Obr.: Průběhy normálových napětí po hranách průřezu a poloha neutrální osy