

Prostorový ohyb

Zadání

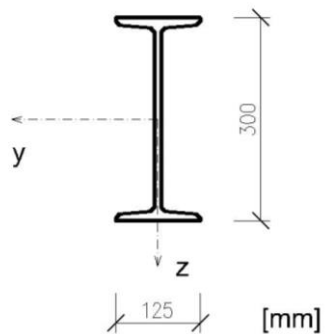
Statically určité podepřený prostorově namáhaný nosník je zatížen ve svislé rovině xz silou $F_1 = 30 \text{ kN}$ a ve vodorovné rovině silou $F_2 = 10 \text{ kN}$.

Průřez nosníku je z ocelového válcovaného I-profilu č 300. Výška průřezu je $h = 300 \text{ mm}$ a šířka $b = 125 \text{ mm}$, momenty setrvačnosti průřezu jsou $I_y = 97,9 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$ a $I_z = 4,49 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$.

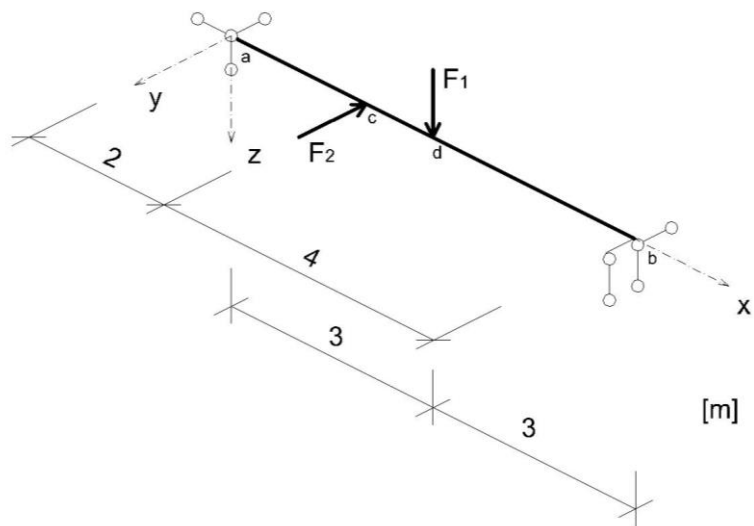
Určete maximální (kladné) normálové natětí σ_x na nosníku, určete průřez a polohu bodu v průřezu, kde toto napětí nastane.

V tomto průřezu zakreslete a zakótuje polohu neutrální osy.

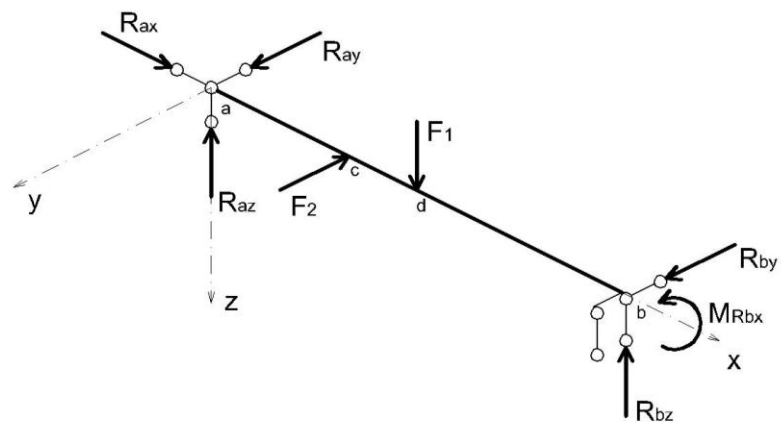
Obr.: Výpočtový model nosníku



Obr.: Průřez nosníku



Obr.: Výpočtový model nosníku



Obr.: Schéma reakcí

Řešení

Osy y a z jsou osami symetrie průřezu a jsou tedy zároveň hlavními osami setrvačnosti.

Určete reakce:

$$R_{ax} = (?) \text{ [kN]}$$

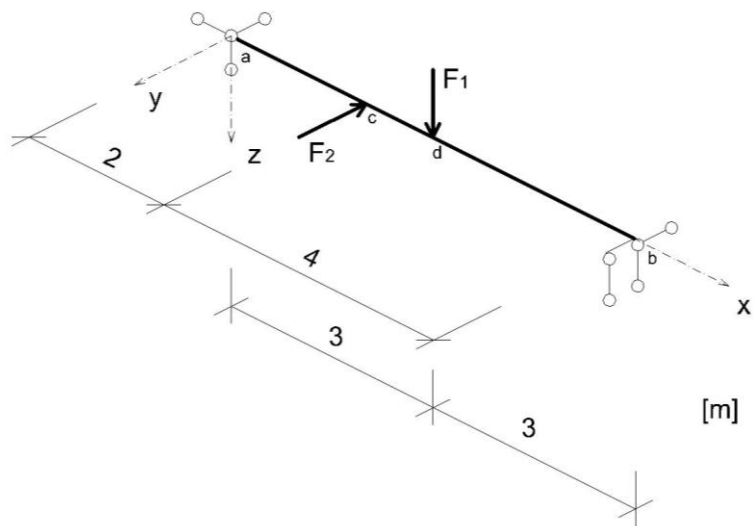
$$R_{ay} = (?) \text{ [kN]}$$

$$R_{az} = (?) \text{ [kN]}$$

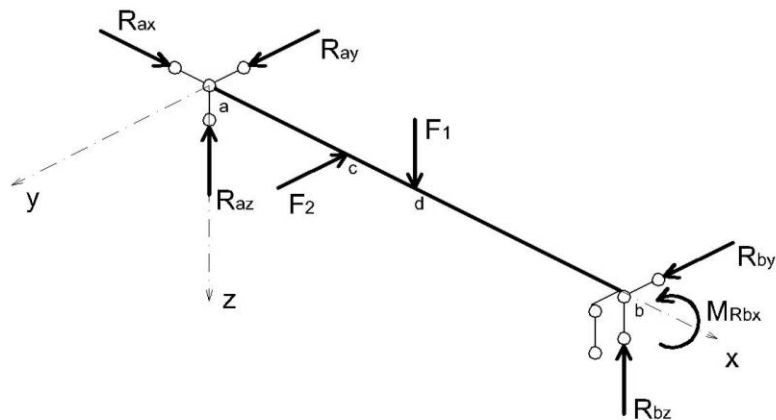
$$R_{bx} = (?) \text{ [kN]}$$

$$R_{bz} = (?) \text{ [kN]}$$

$$M_{Rbx} = (?) \text{ [kNm]}$$



Obr.: Výpočtový model nosníku



Obr.: Schéma reakcí

Osy y a z jsou osami symetrie průřezu a jsou tedy zároveň hlavními osami setrvačnosti.

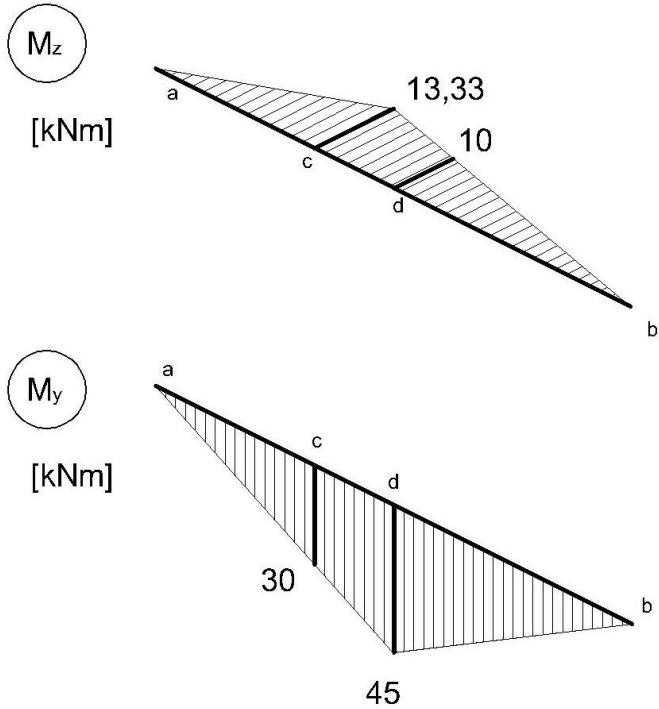
Reakce:

$$\begin{aligned} \Sigma M_{x,i} &= 0 & M_{Rbx} &= 0 \text{ kNm} \\ \Sigma M_{yb,i} &= 0 & -6 \cdot R_{az} + 3 \cdot F_1 &= 0 & R_{az} &= 15 \text{ kN} \\ \Sigma M_{zb,i} &= 0 & -6 \cdot R_{ay} + 4 \cdot F_2 &= 0 & R_{ay} &= 6,666 \text{ kN} \\ \Sigma F_{x,i} &= 0 & R_{ax} &= 0 \text{ kN} \\ \Sigma F_{z,i} &= 0 & -R_{az} - R_{bz} + F_1 &= 0 & R_{bz} &= 15 \text{ kN} \\ \Sigma F_{y,i} &= 0 & -R_{ay} - R_{by} - F_2 &= 0 & R_{by} &= 3,333 \text{ kN} \end{aligned}$$

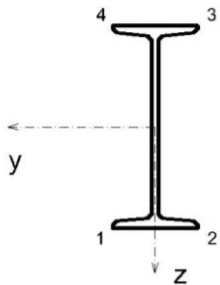
Určete ohybové momenty:

$$\begin{aligned} M_{y,c} &= (?) \text{ [kNm]} \\ M_{y,d} &= (?) \text{ [kNm]} \\ M_{z,c} &= (?) \text{ [kNm]} \\ M_{z,d} &= (?) \text{ [kNm]} \end{aligned}$$

Vykreslete průběhy momentů.



Obr.: Průběhy ohybových momentů



Obr.: Označení bodů na průřezu

Ohybové momenty:

$$M_{y,c} = R_{az} \cdot 2 = 30 \text{ kNm}$$

$$M_{y,d} = R_{az} \cdot 3 = 45 \text{ kNm}$$

$$M_{z,c} = R_{ay} \cdot 2 = 13,33 \text{ kNm}$$

$$M_{z,d} = R_{by} \cdot 3 = 10 \text{ kNm}$$

Vzhledem k tomu, že zatížení nepůsobí v jedné rovině, jedná se o prostorový ohyb. Extrémy je třeba hledat po úsecích, v nichž jsou momenty popsány hladkou křivkou.

úsek a-c \Rightarrow extrémy M_y a M_z jsou v bodě c

úsek c-d \Rightarrow extrém M_y je v bodě d a extrém M_z je v bodě c

úsek d-b \Rightarrow extrémy M_y a M_z jsou v bodě d

Z této analýzy plyne, že je třeba posoudit průřezy c a d

Neutrální osa prochází těžištěm, nejvzdálenější body jsou krajní body pásnic 1, 2, 3, 4.

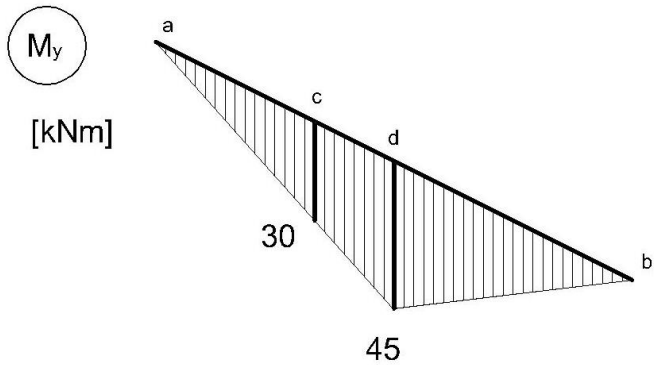
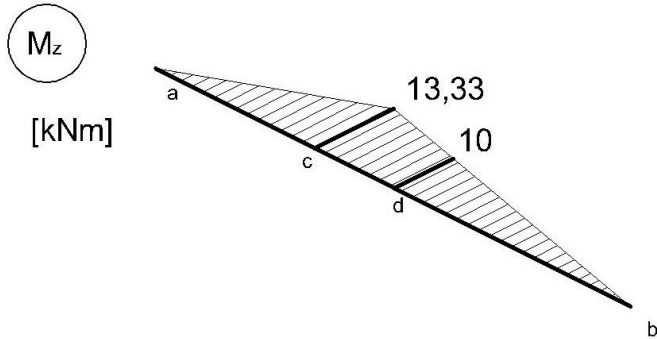
Určete napětí v těchto bodech pro průřez c :

$$\sigma_{x,c1} = (?) [\text{MPa}]$$

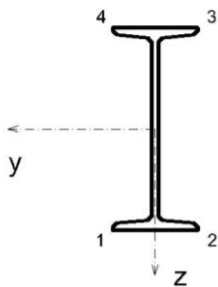
$$\sigma_{x,c2} = (?) [\text{MPa}]$$

$$\sigma_{x,c3} = (?) [\text{MPa}]$$

$$\sigma_{x,c4} = (?) [\text{MPa}]$$



Obr.: Průběhy ohybových momentů



Obr.: Označení bodů na průřezu

Napětí v průřezu c:

$$\sigma_{x,c1} = \frac{M_y z}{I_y} - \frac{M_z y}{I_z} = \frac{30 \cdot 10^3 (0,15)}{97,9 \cdot 10^{-6}} - \frac{13,33 \cdot 10^3 (0,0625)}{4,49 \cdot 10^{-6}}$$

$$= -139,63 \cdot 10^6 \text{ Pa} = -139,63 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{x,c2} = \frac{M_y z}{I_y} - \frac{M_z y}{I_z} = \frac{30 \cdot 10^3 (0,15)}{97,9 \cdot 10^{-6}} - \frac{13,33 \cdot 10^3 (-0,0625)}{4,49 \cdot 10^{-6}}$$

$$= 231,56 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 231,56 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{x,c3} = \frac{M_y z}{I_y} - \frac{M_z y}{I_z} = \frac{30 \cdot 10^3 (-0,15)}{97,9 \cdot 10^{-6}} - \frac{13,33 \cdot 10^3 (-0,0625)}{4,49 \cdot 10^{-6}}$$

$$= 139,63 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 139,63 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{x,c4} = \frac{M_y z}{I_y} - \frac{M_z y}{I_z} = \frac{30 \cdot 10^3 (-0,15)}{97,9 \cdot 10^{-6}} - \frac{13,33 \cdot 10^3 (0,0625)}{4,49 \cdot 10^{-6}}$$

$$= -231,56 \cdot 10^6 \text{ Pa} = -231,56 \cdot 10^6 \text{ MPa}$$

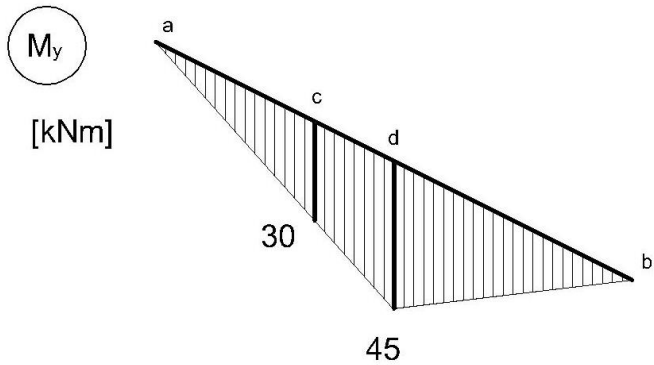
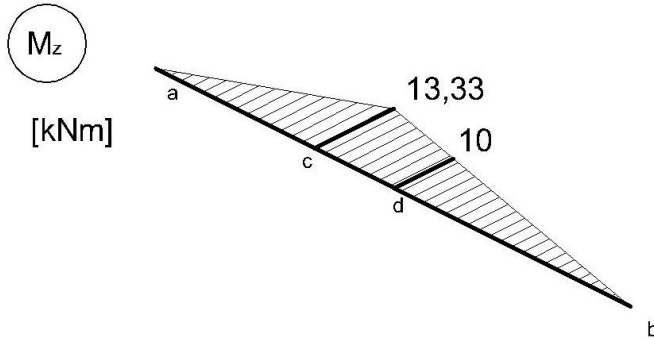
Určete napětí v průřezu d:

$$\sigma_{x,d1} = (?) \text{ [MPa]}$$

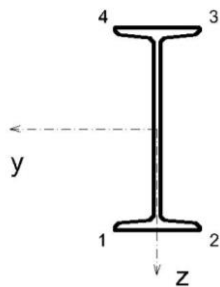
$$\sigma_{x,d2} = (?) \text{ [MPa]}$$

$$\sigma_{x,d3} = (?) \text{ [MPa]}$$

$$\sigma_{x,d4} = (?) \text{ [MPa]}$$



Obr.: Průběhy ohybových momentů



Obr.: Označení bodů na průřezu

Napětí v průřezu d:

$$\sigma_{x,d1} = \frac{M_y z}{I_y} - \frac{M_z y}{I_z} = \frac{45 \cdot 10^3 (0,15)}{97,9 \cdot 10^{-6}} - \frac{10 \cdot 10^3 (0,0625)}{4,49 \cdot 10^{-6}}$$

$$= -70,25 \cdot 10^6 \text{ Pa} = \text{MPa}$$

$$\sigma_{x,d2} = \frac{M_y z}{I_y} - \frac{M_z y}{I_z} = \frac{45 \cdot 10^3 (0,15)}{97,9 \cdot 10^{-6}} - \frac{10 \cdot 10^3 (-0,0625)}{4,49 \cdot 10^{-6}}$$

$$= 208,15 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 208,15 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{x,d3} = \frac{M_y z}{I_y} - \frac{M_z y}{I_z} = \frac{45 \cdot 10^3 (-0,15)}{97,9 \cdot 10^{-6}} - \frac{10 \cdot 10^3 (-0,0625)}{4,49 \cdot 10^{-6}}$$

$$= 70,25 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 70,25 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{x,d4} = \frac{M_y z}{I_y} - \frac{M_z y}{I_z} = \frac{45 \cdot 10^3 (-0,15)}{97,9 \cdot 10^{-6}} - \frac{10 \cdot 10^3 (0,0625)}{4,49 \cdot 10^{-6}}$$

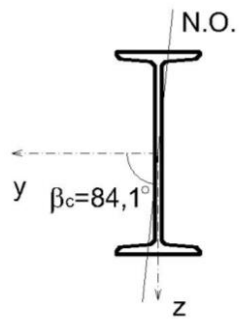
$$= -208,15 \cdot 10^6 \text{ Pa} = -208,15 \text{ MPa}$$

Největší normálová napětí jsou tedy v průřezu c. Největší tah je v bodě 2, největší tlak je v bodě 4.

POZN: Nejvíce namáhané body průřezů by bylo také možné určit analýzou znamének, aniž by se řešilo všech 8 variant.

V průřezu c určete úhel odklonu neutrální osy od osy y:

$$\beta_c = (?) [^\circ]$$



Určení úhlu odklonu neutrální osy od osy y:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{z}{y} = \frac{M_z I_y}{M_y I_z} = \frac{13,33 \cdot 10^3 \cdot 97,9 \cdot 10^{-6}}{30 \cdot 10^3 \cdot 4,49 \cdot 10^{-6}} = 9,69$$

$$\beta = \operatorname{arctg}(9,69) = 84,1^\circ$$

Poloha neutrální osy v nejvíce namáhaném průřezu c.