

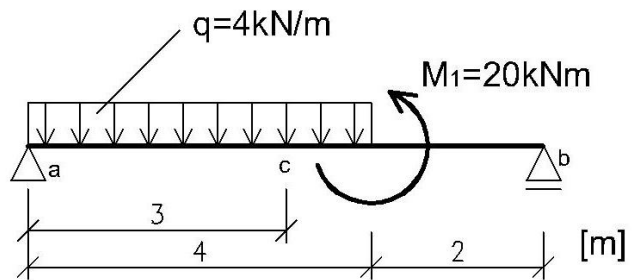
Obr.: Výpočtový model nosníku

## Průhyb nosníku - Clebschova metoda

### Zadání

Prostý nosník je zatížený dle obrázku. Clebschovou metodou určete

- Rovnici pootočení a průhybu
- průhyb uprostřed nosníku



Obr.: Výpočtový model nosníku

### Řešení

Určete svislou reakci v podpoře  $a$ :

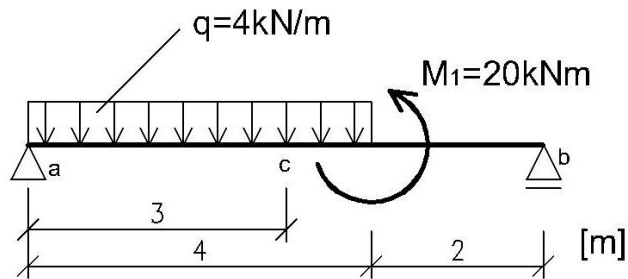
Nejdříve se vyřeší levá reakci z momentové podmínky k pravé podpoře.

$$R_a = (?) \text{ [kN]}$$

Nosník se rozdělí na 2 úseky. Vyjádří se ohybový moment v první části úseku a doplněk tohoto momentu ve druhé části.

Doplňte rovnici momentu:

$$M \cdot 10^{-3} = (?)x + (?)x^2 \Big|_{x>4} \quad (?) + (?) \cdot (x-4)^2$$



Obr.: Výpočtový model nosníku

Svislá reakce v levé podpoře

$$R_a = \frac{12 \cdot 4 + 20}{6} \cdot 10^3 = 14 \cdot 10^3 = 14 \text{ kN}$$

Nosník se rozdělí na 2 úseky. Vyjádří se ohybový moment v první části úseku a doplněk tohoto momentu ve druhé části.

$$M \cdot 10^{-3} = R_a x - q \frac{x^2}{2} \Big|_{x>4} - M_1 + q \frac{(x-4)^2}{2}$$

$$M \cdot 10^{-3} = 14x - 2x^2 \Big|_{x>4} - 20 + 2 \cdot (x-4)^2$$

Dvojnásobnou integrací rovnice momentu určete  $EI \cdot 10^{-3}$  násobek pootočení a průhybu:

$$EI\varphi \cdot 10^{-3} = C_1 - 14 \frac{x^2}{2} + 2 \frac{x^3}{3} \Big|_{x>4} + 20 \cdot (x-4) - 2 \cdot \frac{(x-4)^3}{3}$$

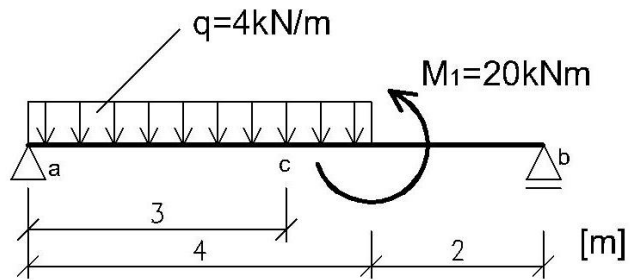
$$EI\varphi \cdot 10^{-3} = C_1 + (?)x + (?)x^2 + (?)x^3$$

$$\Big|_{x>4} + (?) \cdot (x-4) + (?) \cdot (x-4)^2 + (?) \cdot (x-4)^3$$

$$EIw \cdot 10^{-3} = C_1 x + C_2 - \frac{7}{3} x^3 + \frac{1}{6} x^4 \Big|_{x>4} + 10 \cdot (x-4)^2 - \frac{1}{6} (x-4)^4$$

$$EIw \cdot 10^{-3} = C_1 x + C_2 + (?)x + (?)x^2 + (?)x^3 + (?)x^4$$

$$\Big|_{x>4} + (?) \cdot (x-4) + (?) \cdot (x-4)^2 + (?) \cdot (x-4)^3 + (?) \cdot (x-4)^4$$



Obr.: Výpočtový model nosníku

Rovnice momentu:

$$M \cdot 10^{-3} = 14x - 2x^2 \Big|_{x>4} - 20 + 2 \cdot (x-4)^2$$

Provedením se dvojnásobné integrace se získá rovnice pootočení a průhybu.

$$EI\varphi \cdot 10^{-3} = C_1 - 14 \frac{x^2}{2} + 2 \frac{x^3}{3} \Big|_{x>4} + 20 \cdot (x-4) - 2 \cdot \frac{(x-4)^3}{3}$$

$$EIw \cdot 10^{-3} = C_1 x + C_2 - \frac{7}{3} x^3 + \frac{1}{6} x^4 \Big|_{x>4} + 10 \cdot (x-4)^2 - \frac{1}{6} (x-4)^4$$

Integrační konstanty se určí z okrajových podmínek v podporách.

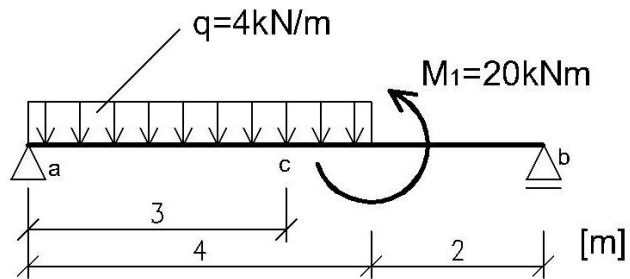
Pro první okrajovou podmínku  $w_{(x=0)} = 0$  se použije první část rovnice

Pro druhou podmínku  $w_{(x=6)} = 0$  se použije celá rovnice

Určete integrační konstanty:

$$C_1 = (?)$$

$$C_2 = (?)$$



Obr.: Výpočtový model nosníku

Rovnice průhybu:

$$EIw \cdot 10^{-3} = C_1 x + C_2 - \frac{7}{3} x^3 + \frac{1}{6} x^4 \Big|_{x>4} + 10 \cdot (x-4)^2 - \frac{1}{6} (x-4)^4$$

Integrační konstanty se určí z okrajových podmínek v podporách.

Pro první okrajovou podmínku  $w_{(x=0)} = 0$  se použije první část rovnice

$$0 = C_1 \cdot 0 + C_2 - \frac{7}{3} \cdot 0 + \frac{1}{6} \cdot 0$$

$$C_2 = 0$$

Pro druhou podmínku  $w_{(x=6)} = 0$  se použije celá rovnice

$$0 = C_1 \cdot 6 + 0 - \frac{7}{3} \cdot 6^3 + \frac{1}{6} \cdot 6^4 + 10 \cdot (6-4)^2 - \frac{1}{6} \cdot (6-4)^4$$

$$C_1 = 41,777$$

Výsledná rovnice pootočení

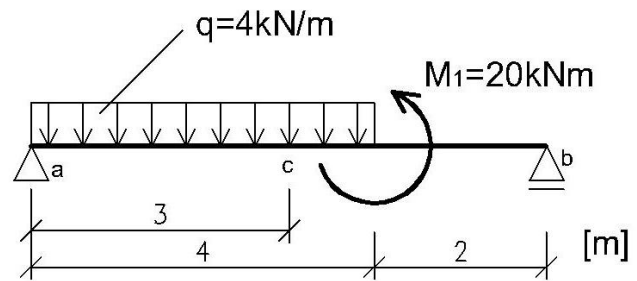
$$\varphi = \frac{10^3}{EI} \left[ 41,777 - 14 \frac{x^2}{2} + 2 \frac{x^3}{3} \Big|_{x>4} + 20 \cdot (x-4) - 2 \cdot \frac{(x-4)^3}{3} \right]$$

Výsledná rovnice průhybu:

$$w = \frac{10^3}{EI} \left[ 41,777x - \frac{7}{3} x^3 + \frac{1}{6} x^4 \Big|_{x>4} + 10 \cdot (x-4)^2 - \frac{1}{6} (x-4)^4 \right]$$

Určete průhyb uprostřed nosníku:

$$w_c = (?) \frac{10^3}{EI}$$



Obr.: Výpočtový model nosníku

Průhyb uprostřed nosníku se získá dosazením poloviny rozpětí nosníku do první části rovnice průhybu, protože střed rozpětí se nachází v prvním úseku nosníku.

$$w_{(x=3)} = \frac{10^3}{EI} \left[ 41,777.3 - \frac{7}{3}3^3 + \frac{1}{6}3^4 \right] = \frac{75,831.10^3}{EI}$$