

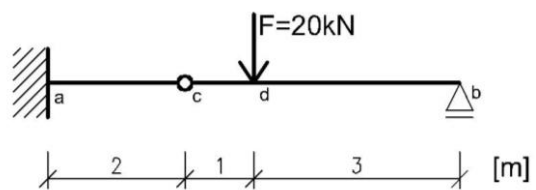
Obr.: Výpočtový model nosníku a zatížení

Průhyb nosníku – Mohrova metoda

Zadání

Gerberův nosník je zatížen silou 20 kN dle obrázku. Tuhost nosníku je konstantní po celé délce. Nosník je z ocelového I-profilu č.180 s momentem setrvačnosti $I_y = 14,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$ a modulem pružnosti $E = 210 \text{ GPa}$.

Mohrovou metodou určete průhyb a pootočení v místě kloubu.



Obr.: Výpočtový model nosníku a zatížení

Výpočet

a) Vnitřní síly

Na pravé části nosníku c-b určete reakce vnějších a vnitřních vazeb

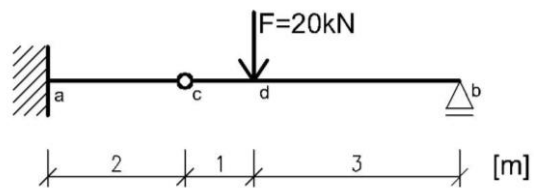
$$R_b = (?) \text{ [kN]}$$

$$R_c = (?) \text{ [kN]}$$

Na levé části nosníku a-c určete reakce vnějších vazeb

$$M_{Ra} = (?) \text{ [kNm]}$$

$$R_a = (?) \text{ [kN]}$$



Obr.: Výpočtový model nosníku a zatížení

Výpočet

a) Vnitřní síly

Pravá část Gerberova nosníku je nesená – na této části se začne řešení reakcí vnějších a vnitřních vazeb.

$$\Sigma M_{b,i} = 0$$

$$-4R_c + 20 \cdot 3 = 0$$

$$R_c = 15 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_{z,i} = 0$$

$$R_c + R_b - 20 = 0$$

$$R_b = 5 \text{ kN}$$

Pokračujeme se na levé – nosoucí - části nosníku.

$$\Sigma M_{a,i} = 0$$

$$-2R_c - M_a = 0$$

$$M_a = -30 \text{ kNm}$$

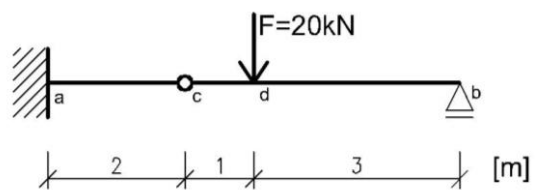
$$\Sigma F_{z,i} = 0$$

$$-R_c + R_a = 0$$

$$R_a = 15 \text{ kN}$$

Určete ohybový moment v bodě d

$$M_d = (?) \text{ [kNm]}$$



Obr.: Výpočtový model nosníku a zatížení

Ohybový moment pod silou – momentová podmínka na pravé části od síly

$$\Sigma M_{d,i} = 0$$

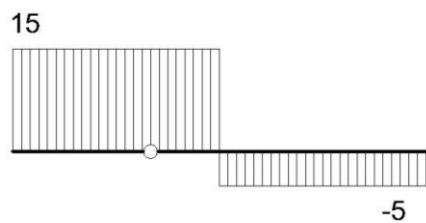
$$-3R_b + M_d = 0$$

$$M_d = 15 \text{ kNm}$$

Nakreslete průběhy posouvajících sil a momentů.

V

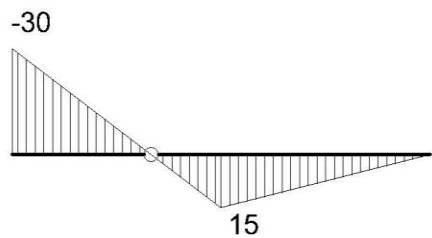
[kN]



Průběh Posouvajících sil

M

[kNm]

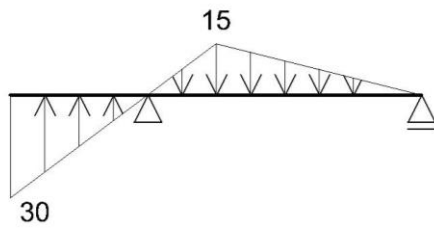


Průběh ohybových momentů

b) výpočet pootočení

Vytvořte fiktivní nosník se zatížením (zatížení uvažujte rovno ohybovému momentu).

\bar{q}
[kNm]



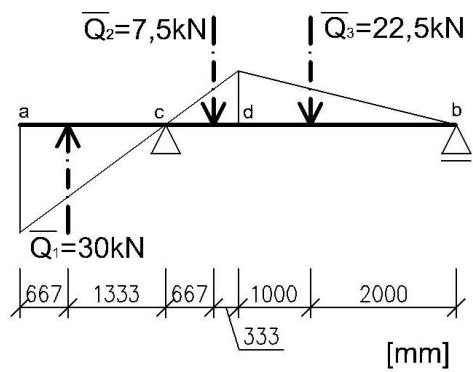
Fiktivní nosník s fiktivním zatížením

Vytvoření fiktivního nosníku

- zatížení, pro snadnější výpočet není prozatím poděleno tuhostí,
- kladná hodnota zatížení působí shora, na rozdíl od kladných momentů vynášených dole – obrazec je převrácený,
- vetknutí je nahrazeno volným koncem, vnitřní kloub vnitřní kloubovou podporou a kloubová podpora na okraji se nemění.

Zakreslete a určete náhradní břemena a zakótujte jejich polohu.

\bar{q}



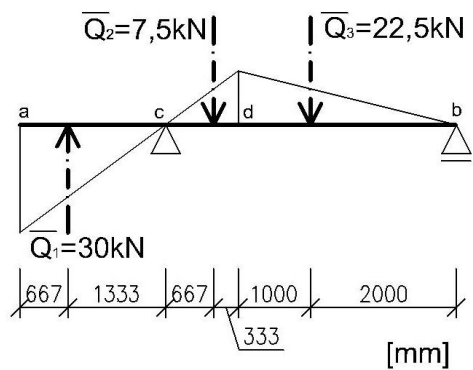
Obr.: Fiktivní nosník s náhradními břemeny

Určete reakce fiktivního nosníku:

$$\bar{R}_c = (?) \text{ [kNm}^2\text{]}$$

$$\bar{R}_b = (?) \text{ [kNm}^2\text{]}$$

q



Obr.: Fiktivní nosník s náhradními břemeny

Reakce fiktivního nosníku:

$$\Sigma M_{b,i} = 0$$

$$-4\bar{R}_c - 5,333\bar{Q}_1 + 3,333\bar{Q}_2 + 2\bar{Q}_3 = 0$$

$$\bar{R}_c = -22,5 \text{ kNm}^2$$

$$\Sigma F_{z,i} = 0$$

$$\bar{R}_c + \bar{R}_b - \bar{Q}_2 - \bar{Q}_3 = 0$$

$$\bar{R}_b = 22,5 \text{ kNm}^2$$

Určete posouvající síly na fiktivním nosníku:

$$\bar{V}_{c,L} = (?) \text{ [kNm}^2\text{]}$$

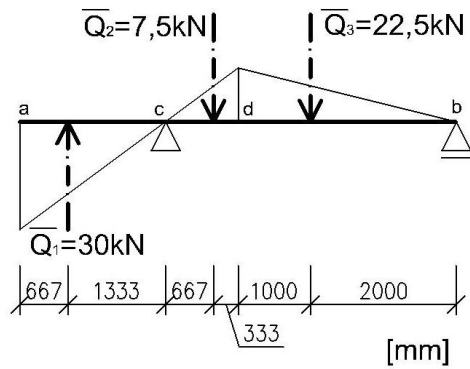
$$\bar{V}_{c,P} = (?) \text{ [kNm}^2\text{]}$$

$$\bar{V}_d = (?) \text{ [kNm}^2\text{]}$$

$$\bar{V}_b = (?) \text{ [kNm}^2\text{]}$$

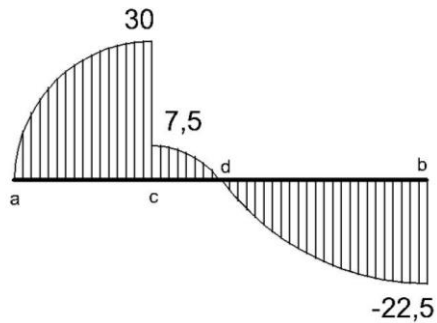
Vykreslete průběh posouvajících sil na fiktivním nosníku.

q



Obr.: Fiktivní nosník s náhradními břemeny

v
[kNm²]



Průběh ohybových momentů na fiktivním nosníku

Posouvající síly na fiktivním nosníku:

$$\Sigma F_{z,i} = 0$$

$$-\bar{Q}_3 + \bar{V}_{c,L} = 0$$

$$\bar{V}_{c,L} = 30 \text{ kNm}^2$$

$$\Sigma F_{z,i} = 0$$

$$-\bar{Q}_3 - \bar{R}_c + \bar{V}_{c,P} = 0$$

$$\bar{V}_{c,P} = 7,5 \text{ kNm}^2$$

$$\Sigma F_{z,i} = 0$$

$$-\bar{Q}_3 - \bar{R}_c + \bar{Q}_2 + \bar{V}_d = 0$$

$$\bar{V}_d = 0 \text{ kNm}^2$$

$$\Sigma F_{z,i} = 0$$

$$\bar{R}_b + \bar{V}_b = 0$$

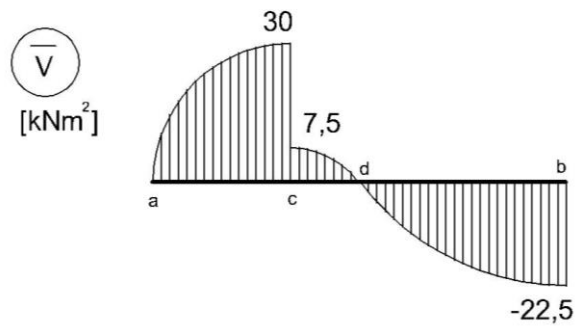
$$\bar{V}_b = -22,5 \text{ kNm}^2$$

Určete momenty na fiktivním nosníku:

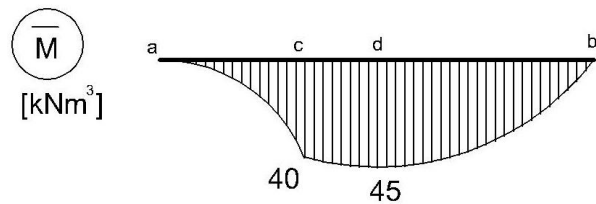
$$\bar{M}_c = (?) [\text{kNm}^3]$$

$$\bar{M}_d = (?) [\text{kNm}^3]$$

Vykreslete průběh momentů na fiktivním nosníku.



Průběh ohybových momentů na fiktivním nosníku



Průběh ohybových momentů na fiktivním nosníku

Momenty na fiktivním nosníku

$$\Sigma M_{c,i} = 0$$

$$-1,333\bar{Q}_1 + \bar{M}_c = 0$$

$$\bar{M}_c = 40 \text{ kNm}^3$$

$$\Sigma M_{d,i} = 0$$

$$4\bar{R}_b - 0,667\bar{Q}_2 - 2\bar{Q}_3 - \bar{M}_d = 0$$

$$\bar{M}_d = 45 \text{ kNm}^3$$

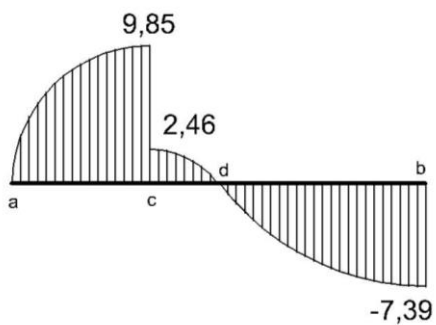
Určete pootočení a průhyb nosníku v místě kloubu:

$$\varphi_{c,L} = (?) [-]$$

$$\varphi_{c,P} = (?) [-]$$

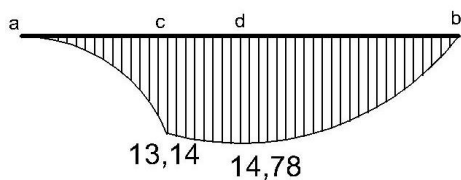
$$w_c = (?) [\text{m}]$$

φ
[10^{-3}]



Obr.: Pootočení

w
[mm]



Obr.: Průhyb

Hledaná pootočení a průhyb:

$$\varphi_{c,L} = \frac{\bar{V}_{c,L}}{EI} = \frac{30 \cdot 10^3}{210 \cdot 10^9 \cdot 14,5 \cdot 10^{-6}} = 9,85 \cdot 10^{-3}$$

$$\varphi_{c,P} = \frac{\bar{V}_{c,P}}{EI} = \frac{7,5 \cdot 10^3}{210 \cdot 10^9 \cdot 14,5 \cdot 10^{-6}} = 2,46 \cdot 10^{-3}$$

$$w_c = \frac{\bar{M}_c}{EI} = \frac{40 \cdot 10^3}{210 \cdot 10^9 \cdot 14,5 \cdot 10^{-6}} = 13,14 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 13,14 \text{ mm}$$

Pro úplnost:

$$\varphi_d = \frac{\bar{V}_d}{EI} = \frac{0}{210 \cdot 10^9 \cdot 14,5 \cdot 10^{-6}} = 0$$

$$\varphi_b = \frac{\bar{V}_b}{EI} = \frac{-22,5 \cdot 10^3}{210 \cdot 10^9 \cdot 14,5 \cdot 10^{-6}} = -7,39 \cdot 10^{-3}$$

$$w_d = \frac{\bar{M}_d}{EI} = \frac{45 \cdot 10^3}{210 \cdot 10^9 \cdot 14,5 \cdot 10^{-6}} = 14,78 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 14,78 \text{ mm}$$