

Informace ke zkoušce z předmětů BA002 a BAA002

Přehled základních úloh

I. Integrální počet

1. *Výpočet integrálů úpravou a 1. substituční metodou.* Integrace funkcí typů $\frac{f'}{f}$, $\frac{f'}{\sqrt{f}}$, $\frac{ax+b}{cx^2+dx+e}$ a $\frac{ax+b}{\sqrt{cx^2+dx+e}}$ (pro diskriminant < 0), $\frac{A}{\sqrt{a^2-b^2x^2}}$.
2. *Integrace metodou per-partes* (například funkcí typů x^2e^{ax+b} , $x^2 \ln(ax+b)$, $x \arctg(ax+b)$, $e^{ax+b} \cos(cx)$).
3. *Integrace racionální funkce* (bez integrálu typu $\int \frac{1}{(x^2+a^2)^n} dx$, $n \geq 2$).
4. *Integrace vybraných iracionálních funkcí* (například: $\int \frac{\sqrt[3]{x^2}}{x(1+\sqrt[3]{x})} dx$, $\int x \sqrt{\frac{x}{x+1}} dx$, $\int \sqrt{a^2 \pm b^2 x^2} dx$).
5. *Integrace funkcí $R(\sin x, \cos x)$ při zadané substituci.*
6. *Integrační metody pro určitý integrál.*
7. *Geometrické aplikace určitého integrálu* (plošný obsah, délka oblouku, objem a obsah pláště rotačního tělesa pro explicitní a parametrické zadání funkce).
8. *Výpočet těžiště oblouku a rovinné oblasti.* U technických aplikací budou součástí zadání vzorce.

II. Reálná funkce dvou a více proměnných

1. Nalezení *Taylorova polynomu* zadaného stupně v bodě $[x_0, y_0]$.
2. *Funkce jedné proměnné daná implicitně* rovnicí $F(x, y) = 0$ a bodem $A = [x_0, y_0]$, výpočet prvních a druhých derivací takové funkce. Nalezení rovnic *tečny a normály* ke grafu funkce dané implicitně v okolí bodu A .
3. *Tečná rovina a normála plochy* zadané explicitně funkcí $z = f(x, y)$, nebo implicitně rovnicí $F(x, y, z) = 0$ v bodě M plochy.
4. *Lokální extrémy* funkce dvou proměnných.
5. *Absolutní extrémy* funkce dvou proměnných na oborech, na nichž lze hranici po částech parametrizovat.

Semestrální zkouška je písemná.

Písemná práce trvá 90 minut.

V příkladové části je jeden dvojný nebo trojný integrál, jeden křivkový integrál, jeden příklad z diferenciálních rovnic 1. nebo 2. řádu. U případných technických aplikací budou součástí zadání vzorce.

Otázky vycházejí z přednášek a mohou mít i podobu minipříkladů.

Každý student má povinnost prokázat svou totožnost identifikačním průkazem studenta (ISIC kartou), mimořádně lze nahradit jiným platným dokladem totožnosti (občanský průkaz, pas).

Každý student si přinese psací potřeby a sešívačkou sešité 4 čisté listy kancelářského papíru formátu A4, volné listy papírů nejsou povoleny.

Nejsou povoleny mobilní telefony, žádné písemně zpracované pomůcky, kalkulačky ani jiné technické výpočetní a grafické prostředky.

Osobní potřeby studenta budou uloženy na místech určených učitelem provádějícím dozor u zkoušky.

Semestrální zkouška studenta je hodnocena 100 body a je úspěšná, jestliže je počet bodů z písemné práce alespoň 50.

Studenti mají pro přípravu ke zkoušce k dispozici generátor možných zkouškových typů příkladů předmětu BA07–Matematika I_2 , na adrese <http://math.fce.vutbr.cz/easymath/generator.htm>.

Ukázková písemka I

1. Vypočtete

$$\int \frac{5x - 4}{x^3 - x^2 - 2x} dx, \quad x \in (2, \infty)$$

2. Vypočtete délku křivky

$$y = \ln(\sin x), \quad x \in \left\langle \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2} \right\rangle$$

3. Vypočtete globální extrémy funkce

$$f(x, y) = x^2 - xy + y^2 + x + y$$

na oblasti ohraničené přímkami

$$x = 0, \quad y = 0, \quad x + y + 3 = 0.$$

4. Vypočtete obsah obrazce

$$x \in (1, \infty), \quad 0 \leq y \leq \frac{1}{x^2}$$

5. Je rovnicí $x^2 + y^2 + z^2 + 1 = 0$ dána implicitně nějaká funkce $z = f(x, y)$? Zdůvodněte.

Ukázková písemka II

1. Vypočtete

$$\int \frac{\sin^3 x}{1 + 4 \cos^2 x + 3 \sin^2 x} dx, \quad x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \text{ substitucí } \cos x = t$$

2. Vypočtete obsah obrazce ohraničeného křivkou

$$x = 4 \sin t \cos t, \quad y = 2 \sin t, \quad t \in \langle 0, \pi \rangle$$

3. Určete Maclaurinův polynom 2. stupně funkce

$$f : z = (1 - x) \sin \left(y + \frac{\pi}{2}\right)$$

4. Vypočtete

$$\int_0^\infty \frac{dx}{(x+2)^5}$$

5. Určete definiční obor funkce

$$z = \arcsin(x^2 + y^2 - 1)$$