



FAKULTA **ústav**
STAVEBNÍ **matematiky**
a deskriptivní geometrie

Deskriptivní geometrie

pro 1. ročník stavební fakulty VUT

obor ARCHITEKTURA POZEMNÍCH STAVEB

cvičení předmětu BAA015

Brno 2019

kolektiv [ústavu matematiky a deskriptivní geometrie](#)

Další materiály a příklady (některá řešení lze krokovat) jsou na disku **Soubor CD-ROMů Deskriptivní geometrie**

- pro kombinované studium pro I. ročník Stavební fakulty VUT v Brně

2. **Kuželosečky**

5. **Mongeova projekce** [čti monžova]

6. **Kolmá axonometrie**

7. **Lineární perspektiva**

8. **Šroubovice** a šroubové plochy

12. Zborcené plochy

12.3.1. **Konoidy**

- verze 1.3. (používalo se v letech 2001 - 2004)

XII. Rotační plochy. Algebraické plochy

33. **Rotační plochy** a jejich řezy

- Další sbírky a výukové programy deskriptivní geometrie

Úlohy v **kosouhlém promítání**

Ve **Sbírce řešených příkladů z konstruktivní geometrie** (*Ústav matematiky a deskriptivní geometrie, FAST VUT v Brně*) lze nalézt příklady z kapitol: Kuželosečky, Mongeovo promítání, Kolmá axonometrie, Lineární perspektiva.



Obsah

1. Kuželosečky	7
Citace Wikipedie:	8
1.1. Elipsa — videozáznam	9
1.1.1 Proužková konstrukce	9
1.1.2 Oskulační kružnice	9
1.1.3 Rytzova konstrukce os elipsy	10
1.1.4 Tečny elipsy — videozáznam	10
1.1.5 Elipsa jako afinní obraz kružnice	10
1.2. Parabola	11
1.2.1 Subtangent a subnormála	11
1.2.2 Konstrukce s krokováním	11
1.2.3 Ohniskové vlastnosti	11
1.2.4 (Hyper)oskulační kružnice paraboly	11
1.2.5 Tečny paraboly	12
1.3. Hyperbola	12
1.3.1 (Hyper)oskulační kružnice hyperboly	12
1.3.2 Tečny hyperboly	12
2. Mongeovo promítání	13
Citace WikipediE:	13
2.1. Zobrazení bodů a přímky	15
2.2. Zobrazení roviny	15
2.3. Vzdálenost bodu od roviny	15

2.4. Vzdálenost bodu od přímky	16
2.5. Vzdálenost dvou rovnoběžných rovin	16
2.6. Zobrazení kružnice v obecné rovině	16
2.7. Útvary v rovině a tělesa — videozáznam 1, 2 a 3	17
2.8. Úlohy s tělesy — videozáznam 1, 2, 3 a 4	17
2.8.1. Zobrazení jehlanu a rotačního válce	17
2.8.2. Řezy těles rovinou	18
2.8.3. Průnik přímky s tělesem — videozáznam	18
3. Kolmá axonometrie	19
Citace WikipediE:	19
3.1. Zobrazení bodů, rovin, přímek — videozáznam	20
3.2. Úlohy s tělesy	22
3.2.1. Řezy těles rovinou	22
3.2.2. Průnik přímky s tělesem	22
4. Kosohlé promítání	23
Citace WikipediE:	23
4.1. Kružnice v půdorysně	24
4.2. Průnik přímky s tělesem	25
4.3. Řezy těles	25
5. Lineární perspektiva	26
Citace WikipediE:	27
5.1. Úlohy v základní rovině	29
5.1.1. Úběžníky	29

5.1.2. Měřicí body	29
5.1.3. Sklopený půdorys	30
5.1.4. Přehled základních konstrukcí	31
5.2. krychle	31
5.3. jehlan	31
5.4. schody	31
5.5. Kružnice	31
5.5.1. Kružnice v základní rovině — videozáznam od 1:10:43	31
5.5.2. Kružnice ve svislé rovině — videozáznam od 1:09:51	32
5.6. Další objekty	32
5.7. Průsečná metoda	32
6. Rotační tělesa	33
Citace WikipediE:	33
6.1. Řez rotačního protáhlého elipsoidu rovinou – Mongeovo promítání	33
6.1.1. Obecný postup pro jakékoliv rotační těleso	33
6.1.2. Postup pro elipsoid – řezem je elipsa	34
7. Šroubovice	35
Citace WikipediE:	35
7.1. Příklady využití	36
7.2. Vymodelování šroubovice	37
7.3. Vlastnosti šroubovice	37
7.4. Rektifikace kružnice	37
7.4.1. Kochaňského rektifikace kružnice	37
7.4.2. Sobotkova rektifikace kružnice	37

7.5. Shrnutí	37
7.6. Šroubovice v Mongeově projekci	37
7.7. Šroubovice v kolmé axonometrii	38

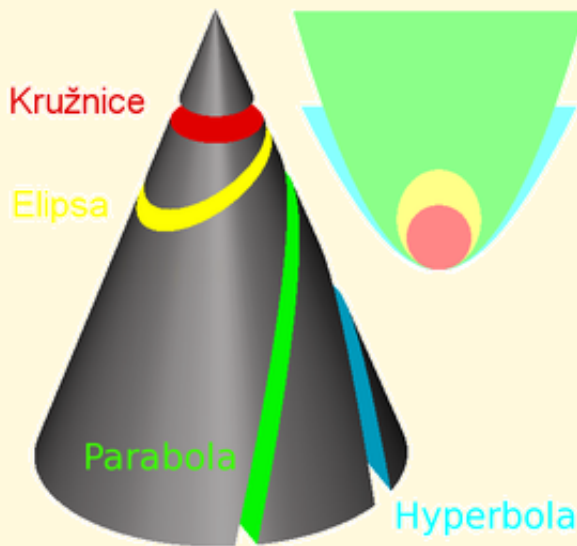
8. Konoidy 39

Citace WikipediE:	39
8.1. Příklady využití ve stavebnictví	40
8.2. Šroubový konoid	40
8.3. Kruhový konoid	40
8.4. Parabolický konoid	40

1. Kuželosečky

1. Kuželosečky	7
Citace Wikipedie:	8
1.1. Elipsa — videozáznam	9
1.1.1 Proužková konstrukce	9
1.1.2 Oskulační kružnice	9
1.1.3 Rytzova konstrukce os elipsy	10
1.1.4 Tečny elipsy — videozáznam	10
1.1.5 Elipsa jako afinní obraz kružnice	10
1.2. Parabola	11
1.2.1 Subtangent a subnormála	11
1.2.2 Konstrukce s krokováním	11
1.2.3 Ohniskové vlastnosti	11
1.2.4 (Hyper)oskulační kružnice paraboly	11
1.2.5 Tečny paraboly	12
1.3. Hyperbola	12
1.3.1 (Hyper)oskulační kružnice hyperboly	12
1.3.2 Tečny hyperboly	12

Citace Wikipedie: *Kuželosečka* je rovinná křivka, která vznikne jako průnik roviny s rotační kuželovou plochou, přičemž rovina neprochází jejím vrcholem.



Seznámíme se se základními vlastnostmi elipsy, hyperboly a paraboly, pro které (spolu s kružnicí) užíváme společný název **kuželosečky**. Každou z nich je možné sestavit jako průsečnou křivku rotační kuželové plochy rovinou. Pokud rovina řezu neprochází vrcholem, je řezem tzv. jednoduchá (vlastní, regulární) **kuželosečka**. Řezy rovinou procházející vrcholem označujeme jako složené (degenerované, nevlastní, singulární) kuželosečky (dvě přímky různoběžné, dvě přímky totožné, jeden bod). Ke složeným kuželosečkám patří i dvě přímky rovnoběžné.

Jednoduchou kuželosečkou rozumíme elipsu (kružnici), hyperbolu nebo parabolu.

Zdůrazněme ještě, že **kuželosečky** jsou křivky rovinné (jsou to řezy rovinou).

1.1. Elipsa — videozáznam

je množina všech bodů roviny, které mají od dvou různých pevných bodů F_1, F_2 této roviny (ohnisek) stálý (konstantní) součet vzdáleností $2a$, přičemž platí: $2a > |F_1 F_2|$.

Pro body M elipsy platí rovnice:

$$|F_1 M| + |F_2 M| = 2a$$

1.1.1. Proužková konstrukce [Wikipedie](#)

Vezmeme proužek papíru (po spuštění [ODKAZU](#) zatrhněte **PROUŽEK PAPÍRU** a jednu z konstrukcí), na který nanese velikosti obou poloos elipsy, vyznačené body (K, L – rozdílová k.; K', L' – součtová konstrukce) přiložíme na osy elipsy a pokud papírem pohybujeme, pak bod M opisuje elipsu.

1.1.2. Oskulační kružnice (Citace [Wikipedie](#):)

rovinné křivky v určitém bodě je kružnice, která tímto bodem prochází, má zde s danou rovinnou křivkou společnou první derivaci (společnou tečnu v tomto bodě) a rovněž i druhou derivaci (co nejvíce se v okolí tohoto bodu křivce přimyká).

V okolí vrcholu (ať již hlavního, či vedlejšího) ji často nazýváme **hyperoskulační kružnicí**.

1.1.3. Rytzova konstrukce os elipsy (Wikipedie kap 4.4) známe-li její sdružené průměry — [videozáznam](#) začíná v čase 1:37:07

Každá přímka procházející středem elipsy je jejím **průměrem**. Tečny sestrojené v koncových bodech jednoho sdruženého průměru jsou **rovnoběžné** s druhým sdruženým průměrem. Zmíněnou konstrukcí získáme **osy** elipsy.

[Rytzova konstrukce](#) s krokováním (pomocí tlačítek  a )

1.1.4. Tečny elipsy — [videozáznam](#)

Tečny elipsy z vnějšího bodu

[Rozbor](#), [konstrukce](#).

Tečny elipsy rovnoběžné se směrem

1.1.5. Elipsa jako afinní obraz kružnice

1.2. Parabola

je množina všech bodů roviny, které mají od pevného bodu F a od pevné přímky d , která tímto bodem neprochází, stejnou vzdálenost.

Pro body M paraboly platí rovnice:

$$|FM| = |dM|$$

1.2.1. Subtangenta a subnormála

1.2.2. Konstrukce s krokováním pomocí tlačítek << a >>

ve spodní části odkazů ([Konstrukce](#) nebo [krokováním](#)) spuštěného internetového prohlížeče.

1.2.3. Ohniskové vlastnosti

1.2.4. (Hyper)oskulační kružnice paraboly s krokováním pomocí tlačítek << a >>

1.2.5. Tečny paraboly

Tečny paraboly z vnějšího bodu

Tečny paraboly daného směru

1.3. Hyperbola

je množina všech bodů roviny, které mají od dvou pevných různých bodů E, F této roviny (ohnisek) stálý (konstantní) rozdíl vzdáleností $2a$ menší, než je vzdálenost obou bodů.

Pro body X hyperboly platí rovnice:

$$|EX| - |FX| = 2a$$

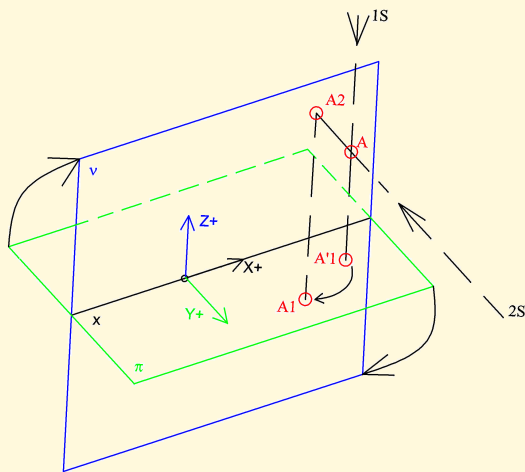
1.3.1. (Hyper)oskulační kružnice hyperboly s krokováním pomocí tlačítek << a >>

1.3.2. Tečny hyperboly

2. Mongeovo promítání

2. Mongeovo promítání	13
Citace WikipediE:	13
2.1. Zobrazení bodů a přímky	15
2.2. Zobrazení roviny	15
2.3. Vzdálenost bodu od roviny	15
2.4. Vzdálenost bodu od přímky	16
2.5. Vzdálenost dvou rovnoběžných rovin	16
2.6. Zobrazení kružnice v obecné rovině	16
2.7. Útvary v rovině a tělesa — videozáznam 1, 2 a 3	17
2.8. Úlohy s tělesy — videozáznam 1, 2, 3 a 4	17
2.8.1. Zobrazení jehlanu a rotačního válce	17
2.8.2. Řezy těles rovinou	18
2.8.3. Průnik přímky s tělesem — videozáznam	18

Citace WikipediE: Mongeovo promítání ... využívá rovnoběžného pravoúhlého promítání objektu do dvou na sebe kolmých rovin (průměten) — půdorysny π (ve vodorovné poloze) a nárysny ν (ve svislé poloze).

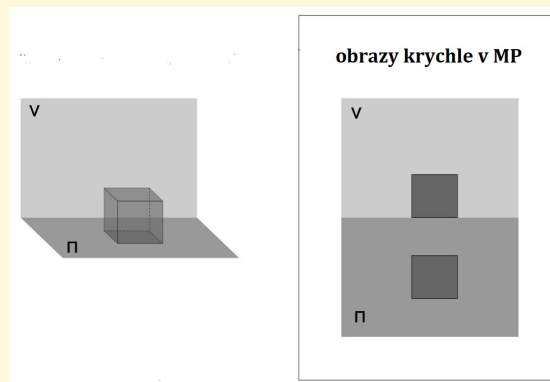


Půdorysna π je na vedlejším obrázku **vodorovná** a nárysna v **svislá**. Zároveň jsou pomocí šipek naznačeny kladné směry jednotlivých os x^+ , y^+ , z^+ (využíváme pro určování souřadnic).

Libovolný bod **A** v **prostoru** nejprve promítneme směrem 1S kolmo do půdorysny π a dostaneme průmět **A₁'**. Potom směrem 2S kolmo do náryсны v a dostaneme průmět **A₂**. Ovšem oba tyto průměty jsou v rovinách navzájem kolmých. Proto „vodorovnou“ půdorysnu sklopíme podle naznačených černých čtvrtkružnic se šipkou do náryсны, aby obě ležely ve stejné rovině (na jednom papíru). Tím nám průmět **A₁'** přejde do bodu **A₁**.

Bod **A₁** je **půdorysem** bodu **A** v mongeově promítání a bod **A₂** je **nárysem** bodu **A**.

Jméno této metodě dal francouzský přírodovědec, revoluční politik a matematik **Gaspard Monge** (1746 – 1818), jenž je pokládán za otce deskriptivní geometrie.



2.1. Zobrazení bodů a přímky

- CD 5. 2. (př. 5. 1. / obr. 5. 5.) V Mongeově projekci dané základnicí x_{12} a počátkem O vynesete body, $A = [-15; 23; 45]$, $B = [20; -38; 17]$.
- CD 5. 3. (př. 5. 2. / obr. 5. 8.) Přímka m je dána svými sdruženými průměty m_1, m_2 .
Nalezněte její stopníky. **Stopník přímky** je průsečík dané přímky s některou průmětnou.
- CD 5. 3. (př. 5. 3. / obr. 5. 12.) Přímka k a bod M jsou dány svými sdruženými průměty. Bodem M ved'te libovolnou různoběžku s přímkou k .

2.2. Zobrazení roviny

- CD 5. 4. (př. 5. 4. / obr. 5. 15.) Rovina ϱ je dána bodem A a přímkou a , která bodem A neprochází.
K danému půdorysu M_1 bodu M sestrojte nárys M_2 tak, aby bod M ležel v rovině ϱ .
- CD 5. 4. (př. 5. 5. / obr. 5. 18.) Sestrojte stopy roviny $\varrho = (-20; -42; 15)$.
- CD 5. 4. (př. 5. 6. / obr. 5. 21.) Je dána rovina $\varrho = (20; -40; 15)$ a bod $M = [-10; 35; ?]$ který v rovině ϱ leží. Sestrojte nárys bodu M .
- CD 5. 4. (př. 5. 7. / obr. 5. 23.) Rovina ϱ je dána bodem $C = [15; 30; 40]$ a přímkou $a = (A, B)$, kde $A = [-35; 35; 7]$, $B = [-10; 23; 18]$. Sestrojte stopy roviny ϱ .

2.3. Vzdálenost bodu od roviny

- CD 5. 5. (př. 5. 11. / obr. 5. 46.) Určete vzdálenost bodu $M = [15; 40; 30]$ od roviny $\alpha = (25; 10; -35)$

2.4. Vzdálenost bodu od přímky

CD 5. 5. (cvičení 5. 16. a) *pomocí roviny jdoucí bodem kolmo k přímce*. Určete vzdálenost bodu $M = [45; 40; 20]$ od přímky $m = (P[25; 5; 45], Q[0; 50; 30])$.

- bod a přímka určují rovinu

2.5. Vzdálenost dvou rovnoběžných rovin

měříme na kolmici k těmto rovinám.

CD 5. 5. (cvičení 5. 16. b) Určete vzdálenost dvou rovnoběžných rovin $\alpha = (-40, 45, 30)$ a $\beta = (-10, ?, ?)$.

CD 5. 7. (př. 5. 19. / obr. 5. 59. — užitím třetí průmětny) Jsou dány dvě rovnoběžné roviny α a β svými stopami. Užitím třetí průmětny sestrojte jejich vzdálenost d .

2.6. Zobrazení kružnice v obecné rovině

Obecná rovina, nebo také rovina v obecné poloze, je rovina, která není kolmá ani rovnoběžná se žádnou průmětnou. Z přednášek víte, že kolmým průmětem kružnice v obecné rovině je elipsa. Kružnice ležící v obecné rovině se tedy bude v Mongeově projekci promítat jako elipsa. A to i do půdorysu i do nárysu.

CD 5. 6. (př. 5. 14. / obr. 5. 53.) Sestrojte průměty kružnice $k(S = [20; 30; ?], r = 25)$, která leží v rovině $\varrho = (-40; 40; 30)$.

Z rozboru příkladu plynou tyto poznatky o průmětech kružnice v Mongeově projekci:

- Kružnice k v obecné rovině se promítá do půdorysu i do nárysu jako elipsa, přitom **střed elipsy je průmětem středu kružnice**.
- Jako **hlavní osa** průměru kružnice se promítá průměr kružnice ležící na **hlavní přímce** roviny, v níž kružnice leží. Délka hlavní osy $2r$ je rovna průměru kružnice.
- Jako **vedlejší osa** se promítá průměr kružnice ležící na **spádové přímce** dané roviny. Délku vedlejší osy můžeme určit proužkovou konstrukcí ze známé hlavní osy a jednoho bodu elipsy (tj. průmětu bodu kružnice).

CD 5. 6. (př. 5. 15. / obr. 5. 54.) Stejně zadání, jiná konstrukce.

CD 5. 6. (př. 5. 16. / obr. 5. 55.) Obraz kružnice opsané trojúhelníku $\triangle ABC$, kde $A = [10; 30; 20]$, $B = [-20; 45; 35]$, $C = [0; 10; 50]$.

2.7. Útvary v rovině a tělesa — videozáznam 1, 2 a 3

2.8. Úlohy s tělesy — videozáznam 1, 2, 3 a 4

2.8.1. Zobrazení jehlanu a rotačního válce

Zobrazte

- pravidelný čtyřboký **jehlan (rozbór)** s podstavou v rovině $\alpha = (-60; 60; 70)$, kde: bod $A = [25; ?; 70]$ je vrchol dolní podstavy, bod $S = [10; 30; ?]$ je střed dolní podstavy a výška jehlanu je $v = 60$;
- rotační válec **(rozbór)** o výšce $v = 80$ a ose $o = (P[-40; 15; 0], Q[30; 100; 100])$, jehož bod $M = [-20; 60; 15]$ leží na kružnici spodní podstavy (**část konstrukce**).

2.8.2. Řezy těles rovinou

Videozáznam [1](#), [2](#), [3](#), [4](#), [5](#) (00:44:10 - do konce), [6](#) (1:12:22 - 1:35:20) a [7](#) (1:33:30 - 2:02:10)

Řez

- kosého hranolu;
- pravidelného šestibokého jehlanu;
- kosého jehlanu;

CD 5. 9. (př. 5. 31. / obr. 5. 80.) šikmého válce.

2.8.3. Průnik přímky s tělesem — videozáznam

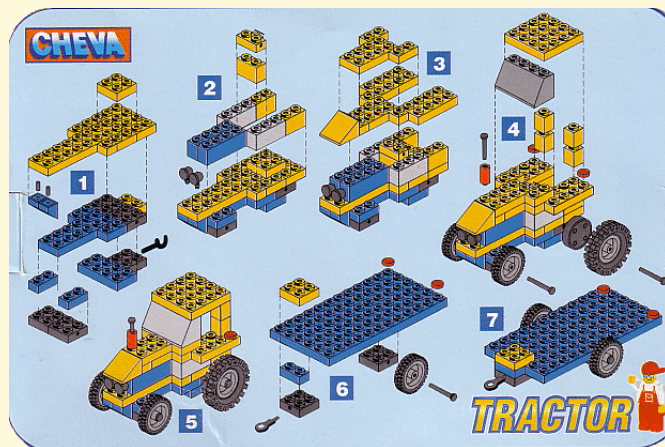
Průnik přímky

- s kosým hranolem
- s pravidelným čtyřbokým jehlanem
- se šikmým kruhovým válcem
- se šikmým kruhovým kuzelem

3. Kolmá axonometrie

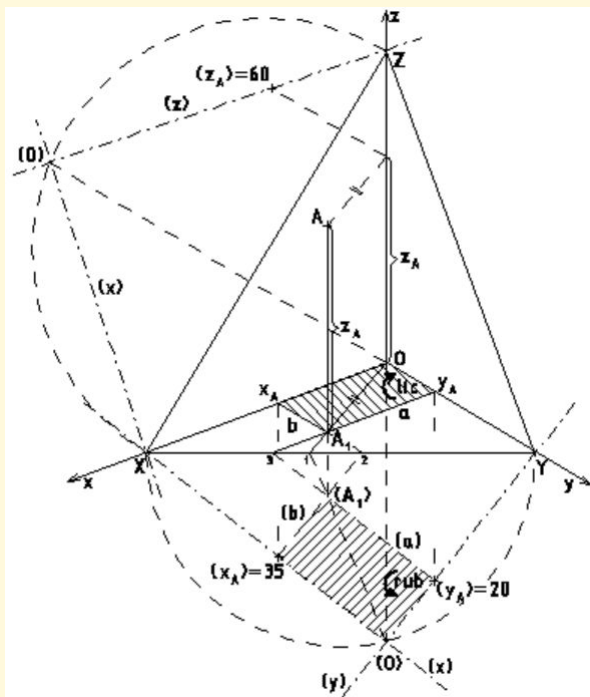
3. Kolmá axonometrie	19
Citace WikipediE:	19
3.1. Zobrazení bodů, rovin, přímek — videozáznam	20
3.2. Úlohy s tělesy	22
3.2.1. Řezy těles rovinou	22
3.2.2. Průnik přímky s tělesem	22

Citace WikipediE: Axonometrie nebo axonometrická projekce je jednoduchý způsob promítání prostorových těles a trojrozměrných struktur (3D) do roviny.



Axonometrie (axa = osa; odtud také název, doslova „odměřovat podél os“) je rovnoběžné promítání. Promítáme na průmětnu (obvykle svislou) kolmým nebo šikmým směrem a proto rozlišujeme axonometrii kolmou nebo šikmou. Technická praxe používá oba druhy axonometrií především pro jejich názornost. My budeme probírat pouze *kolmou axonometrii*.

Souřadnicový systém má v axonometrii obecnou polohu vzhledem k průmětně.



Tedy osy x, y, z jsou v axonometrii k průmětně šikmé (neleží v průmětně ani na ni nejsou kolmé). Úsečka na souřadnicové ose se promítáním zkrátí tím víc, čím větší úhel svírá osa s průmětnou. Rozměry těles se pak nanášejí v určitém měřítku rovnoběžně s těmito osami: Podstatnou roli v axonometrii bude hrát to, v jaké poloze si zvolíte systém souřadnic vzhledem k průmětně. Osy axonometrického promítání lze zvolit libovolně, obvykle se však osa z („výška“) volí jako svislá.

Hlavní výhoda axonometrie proti složitějším metodám promítání je v tom, že se průmět *snadno* konstruuje a že se z něho dají rozměry odečíst poté, co stanovíme měřítko na jednotlivých osách (viz obrázek vedle).

Nevýhoda může být v tom, že v axonometrické projekci se rovnoběžky nesbíhají a tak je perspektivní dojem nedokonalý.

3.1. Zobrazení bodů, rovin, přímek — videozáznam

- Zobrazte **bod** A , když $\Delta XYZ(90; 100; 110)$, $A[35; 20; 60]$ (viz předchozí obrázek).

Axonometrický trojúhelník ΔXYZ je dán délkami svých stran: $|XY| = 9$ cm, $|YZ| = 10$ cm, $|ZX| = 11$ cm. Průměty souřadnicových os x, y, z se zobrazí jako výšky tohoto trojúhelníka. Průsečík výšek (průmětů os) je průmětem počátku O .

Půdorysna π je otočena kolem přímky XY do axonometrické průmětny. Otočená poloha (O) počátku O leží na ose z a na Thaletově kružnici nad průměrem XY .

CD 6. 1. (cv. 6. 2. 1.) Zobraďte **body** A, B, C, D , je-li dáno: $\Delta XYZ(90; 90; 80)$, $A = [30; 40; 80]$,
 $B = [30; -40; 80]$, $C = [-30; -40; -80]$, $D = [-30; 40; 40]$.

CD 6. 2. (př. 6. 7. / obr. 6. 25.) Sestrojte **stopy rovin** $\alpha = (50; 90; 70)$, $\beta = (-50; 90; 70)$.

CD 6. 2. (cv. 6. 5. 1.) Zobraďte **přímku** $p(A, B)$ a její stopníky, je-li dáno:
 $\Delta XYZ(100; 110; 120)$, $A = [55; 30; 40]$, $B = [25; 50; 75]$.

CD 6. 2. (cv. 6. 5. 5.) **Přímka** $p(A, B)$ protíná osu y . Zvolte si libovolně: $\Delta XYZ, A, A_1, B$
 a určete: p_1, B_1, p_2, p_3 a nárysný stopník (půdorysný stopník splývá s bokorysným, tedy $P = M$).

CD 6. 2. (cv. 6. 5. 6.) Určete p_1, p_2, p_3 je-li dána **přímka** $p(A, O)$. Zvolte si libovolně: $\Delta XYZ, A, A_1$.

CD 6. 2. (cv. 6. 7. 2.) Určete **průsečnici rovin** α, β .

CD 6. 2. (IIb / obr. 6. 38.) Určete **průsečík přímky s rovinou** α zadanou stopami, jestliže je přímka
 p dána axonometrickým průmětem a svým půdorysem.

- průsečík přímky s rovinou
- kružnice a rovnostranný trojúhelník v půdorysně

3.2. Úlohy s tělesy

3.2.1. Řezy těles rovinou

Řez

- kosého čtyřbokého hranolu
- pravidelného šestibokého hranolu;
- pravidelného čtyřbokého jehlanu;
- pravidelného pětibokého jehlanu;
- pravidelného čtyřbokého jehlanu;

3.2.2. Průnik přímky s tělesem

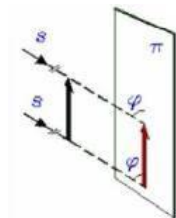
Průnik přímky se

- kosým čtyřbokým hranolem
- pravidelným čtyřbokým jehlanem;
- šikmým kruhovým válcem;
- rotačním kuželem;
- kosým čtyřbokým hranolem;

4. Kosoúhlé promítání

4. Kosoúhlé promítání	23
Citace WikipediE:	23
4.1. Kružnice v půdorysně	24
4.2. Průnik přímky s tělesem	25
4.3. Řezy těles	25

Citace WikipediE: *Kosoúhlé* (šikmé) promítání je rovnoběžné promítání na jednu průmětnu směrem, který má od průmětny odchylku φ jinou než 90° . Promítací paprsky S jsou tak rovnoběžné, ale ne kolmé k průmětně. Průmětna je rovnoběžná (nebo přímo ztotožněná) s některou z hlavních rovin.

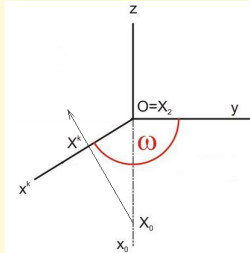


Výhodou tohoto způsobu zobrazení je skutečnost, že předměty, které se nacházejí v té souřadné rovině (půdorysna, nárysna, bokorysna), která je rovnoběžná s promítací rovinou, jsou zobrazeny v reálné velikosti.

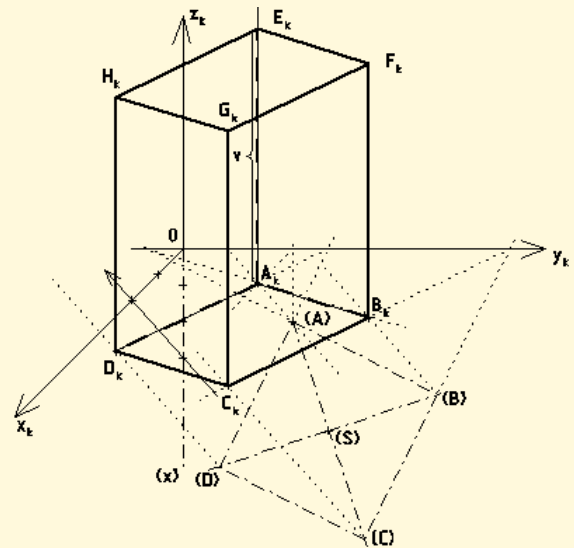
Kosoúhlé promítání do obecné roviny se nazývá kosoúhlá axonometrie.

Více o kosoúhlém promítání například v *bakalářské práci*.

My budeme promítací rovinu umisťovat do **bokorysny** $\mu(y, z)$ (roviny určené osami y a z).



- ω označuje úhel průmětů souřadnicových os x , y
- zkracuje se osa x
- směr zkrácení je současně **směr afinity** mezi kosoúhlými půdorysy a jejich otočenými obrazy, při otočení půdorysny π kolem osy y , (která je **osou afinity**) do průmětny $\mu(y, z)$.



4.1. Kružnice v půdorysně

Sestrojte šikmý průmět kružnice ležící v půdorysně π , znáte-li její střed $S = [50; 78; 0]$ a jeden její bod $M = [75; 100; 0]$, jestliže je promítací aparát **Kosoúhlého** (šikmého) **Promítání** určen: KP ($120^\circ; 4/5$):

- **sdružené průměry** (Rytzova konstrukce)
- **průměty os** elipsy

4.2. Průnik přímky s tělesem

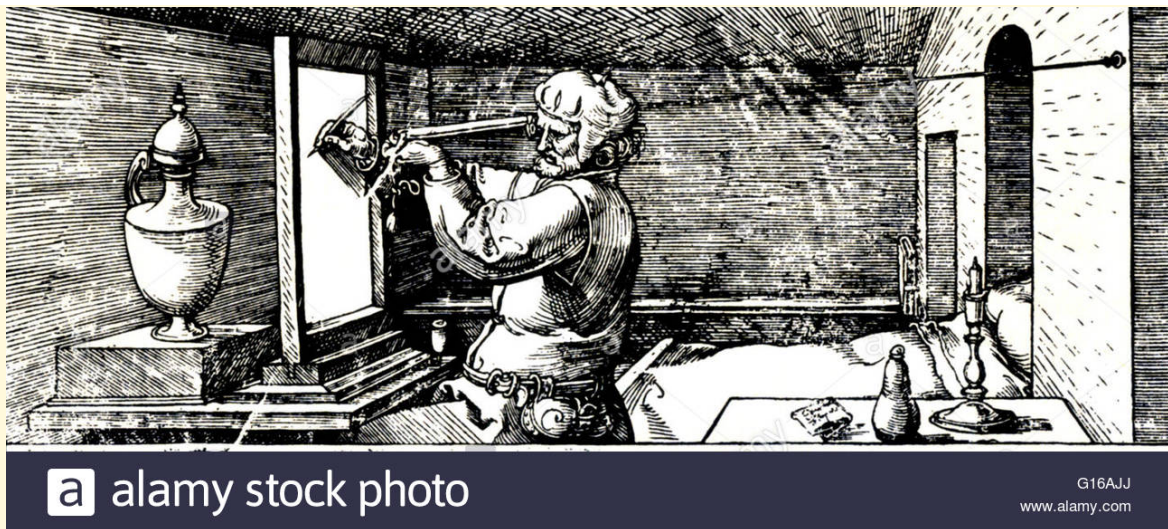
Sestrojte průnik přímky $q(P = [-10; 110; 0], Q = [70; 30; 50])$ s pravidelným čtyřbokým **jehlanem** s podstavou v půdorysně π a výškou $v = 100$, jestliže je promítací aparát **Kosoúhlého** (šikmého) Promítání určen: KP $(135^\circ; 3/4)$.

4.3. Řezy těles

5. Lineární perspektiva

5. Lineární perspektiva	26
Citace WikipediE:	27
5.1. Úlohy v základní rovině	29
5.1.1. Úběžníky	29
5.1.2. Měřicí body	29
5.1.3. Sklopený půdorys	30
5.1.4. Přehled základních konstrukcí	31
5.2. krychle	31
5.3. jehlan	31
5.4. schody	31
5.5. Kružnice	31
5.5.1. Kružnice v základní rovině — videozáznam od 1:10:43	31
5.5.2. Kružnice ve svislé rovině — videozáznam od 1:09:51	32
5.6. Další objekty	32
5.7. Průsečná metoda	32

Citace WikipediE: *Lineární perspektiva* je středové promítání, které se snaží napodobit lidské oko. Cílem je zobrazit názorný obraz předmětu daného sdruženými pravoúhlými průměty tak, aby byl podobný obrazu předmětu vnímaného okem. Proto je třeba zavést na středové promítání omezující podmínky. V technické praxi se využívá především k zobrazování objektů větších rozměrů. Perspektivními obrazy jsou například fotografie.



Slovo perspektiva vzniklo z latinského slova PERSPICERE, což znamená „prohlížeti skrz něco“. Perspektiva zobrazuje prostor tak, jak ho vidíme lidským okem. Perspektivou můžeme také rozumět zobrazení trojrozměrného objektu skrz čočku objektivu do roviny filmu v případě fotografování. Při tomto způsobu zobrazení se každá přímka v prostoru (s výjimkou té co směřuje do oka pozorovatele, či čočky fotoaparátu) promítá jako přímka, proto název LINEÁRNÍ PERSPEKTIVA.

5.1. Úlohy v základní rovině

5.1.1. Úběžníky

Úběžník je průmět nevlastního bodu (směru) přímky.

CD 7. 8. (př. 7. 9. / obr. 7. 45.) **třetinový** úběžník;

Bodem A prochází přímka a rovnoběžně s daným směrem. Bod i přímka leží v základní rovině.

CD 7. 8. (příklad následující za př. 7. 9.) rovnoběžka k přímce a procházející bodem B při **poloviční distanci** (bod i přímka leží v základní rovině).

CD 7. 6. (př. 7. 2. / obr. 7. 30.) vynášení výšek (na **svislé** přímce).

CD 7. 6. (př. 7. 4. / obr. 7. 33.) — **hloubkové** a **průčelné** přímky;

Obdélník $ABCD$ v základní rovině, perspektivní průmětna je rovnoběžná se stranou AB .

CD 7. 6. (cvičení následující za př. 7. 4.) hranol stojící na základní rovině.

5.1.2. Měřící body

Měřící bod je úběžník směru, kterým se úsečka AB promítá do stejně dlouhé úsečky $A'B'$ na základnici z

CD 7. 7. (př. 7. 5. / obr. 7. 36.) použití měřícího bodu

CD 7. 7. (př. 7. 7. / obr. 7. 41.) trojúhelník ABC v základní rovině; strana AB leží na hloubkové přímce, strana AC leží na průčelné přímce.

CD 7. 7. (cvičení následující za př. 7. 8.) půdorys čtvercové sítě v základní rovině (viz náčrtek).

CD 7. 8. (cvičení následující za př. 7. 14.) půdorys dvou čtverců v základní rovině (viz náčrtek).

5.1.3. Sklopený půdorys

- CD 7. 9. (př. 7. 15. / obr. 7. 53.a) přímka a ležící v základní rovině je dána svým stopníkem N^a a úběžníkem U^a . Bodem A , který také leží v základní rovině, ved'te kolmici c k přímce a .
- CD 7. 9. (př. 7. 15. / obr. 7. 53.b) – totéž v poloviční distanci.
- CD 7. 9. (př. 7. 16. / obr. 7. 54) přímka b ležící v základní rovině je dána svým stopníkem N^b a úběžníkem U^b (viz náčrtek). Bodem A , který také leží v základní rovině, ved'te přímku m , která s přímkou b svírá úhel 30° .

PDF trojúhelník v základní rovině

- CD 7. 11. (obr. 7. 64.) v základní rovině je dána přímka a a bod $A \in a$ (viz náčrtek). Sestrojte jejich sklopené obrazy.
- CD 7. 11. (obr. 7. 66.) sklopený půdorys hloubkové přímky; jsou dány body A a $[B]$ (viz náčrtek).
- CD 7. 11. (př. 7. 20. / obr. 7. 67) je dán sklopený půdorys objektu (viz náčrtek). Sestrojte odpovídající perspektivní půdorys.
- CD 7. 11. (př. 7. 21. / obr. 7. 68) je dán perspektivní průmět AB strany čtverce v základní rovině (viz náčrtek). Sestrojte perspektivní průmět tohoto čtverce.

5.1.4. Přehled základních konstrukcí

5.2. krychle

CD 7. 9. (př. 7. 18. / obr. 7. 56.) zobrazte krychli $ABCDEFGI$ se stěnou $ABCD$ v základní rovině, je-li dána její hrana AB (viz náčrtek).

5.3. jehlan

PDF [pravidelný trojboký jehlan](#) s podstavou v základní rovině

PDF [pravidelný čtyřboký jehlan](#) s podstavou v rovině α kolmé k (půdorysně) základní rovině

5.4. schody

CD 7. 9. (př. 7. 17. / obr. 7. 55.) sestrojte perspektivu schodiště zadaného náčrtem.

Vhodné souřadnice: $d/2 = 72$, $v^h = 33$, $U^a = [78; -33]$, $N^a = [12; 0]$, $A = [-4; 8]$,

kde: počátek kartézské soustavy souřadnic je **základní bod** Z a kladný směr osy y směřuje dolů.

5.5. Kružnice

5.5.1. Kružnice v základní rovině — videozáznam od 1:10:43

CD 7. 12. (př. 7. 23. / obr. 7. 70.) Je dána perspektiva středu O kružnice k , která má poloměr $r = 27$ a leží v základní rovině.

Vhodné souřadnice: $d/2 = 70$, $v^h = 56$, $O = [-42; -15]$

5.5.2. Kružnice ve svislé rovině — videozáznam od 1:09:51

CD 7. 12. (př. 7. 24. / obr. 7. 71.) je dáno pravoúhlé nároží.

Ve svislé rovině (stěně) sestrojte perspektivu kružnice $k(O; r = 27)$.

Vhodné souřadnice: $d/2 = 70$, $v^h = 56$, $O = [-46; -48]$, $N^a = [-74; 0]$, $U^a = [20; -56]$.

Stejný příklad ve formátu [PDF](#).

5.6. Další objekty

- Válec s jednou podstavou v základní rovině (CD – konec kapitoly 7. 12.) má střed spodní podstavy v bodě Q .

Vhodné souřadnice: $d/2 = 75$, $v^h = 35$, $v = 50$, $Q = [-17; -10]$, $r = 40$.

- [Šestiboký hranol s otvorem](#)

PDF [brána](#) s půlobloukem.

5.7. Průsečná metoda

6. Rotační tělesa

6. Rotační tělesa	33
Citace WikipediE:	33
6.1. Řez rotačního protáhlého elipsoidu rovinou – Mongeovo promítání	33
6.1.1. Obecný postup pro jakékoliv rotační těleso	33
6.1.2. Postup pro elipsoid – řezem je elipsa	34

Citace WikipediE: *Rotační těleso* ... vznikne rotací rovinného útvaru kolem přímky, která se označuje jako osa rotace, přičemž tato osa rotace leží ve stejné rovině jako daný geometrický útvar.

6.1. Řez rotačního protáhlého elipsoidu rovinou – Mongeovo promítání

Osa elipsoidu je kolmá na půdorysnu π , střed elipsoidu má souřadnice: $S[0; 45; 45]$ a hlavní meridián elipsoidu rozměry: $a = 40$, $b = 30$. Rovina řezu je dána: $\rho(-80; 75; 65)$.

6.1.1. Obecný postup pro jakékoliv rotační těleso

- Rotační těleso **řežeme** rovinou β , která je kolmá na osu rotace a tedy musí být rovnoběžná s půdorysnou π .

Řezem je kružnice.

- Průsečíky této **kružnice** s rovinou řezu ϱ najdeme pomocí hlavní přímky 1. osnovy ($\Rightarrow$ rovnoběžné s půdorysnou π) roviny ϱ .
- Celý postup dle potřeby opakujeme.

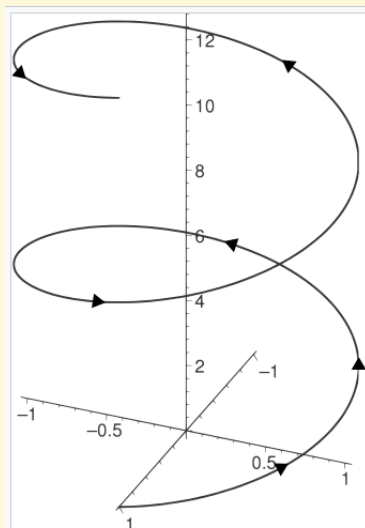
6.1.2. Postup pro elipsoid – řezem je elipsa

- Osou rotace vedeme rovinu α kolmo k rovině řezu ϱ . Když α prochází osou rotace, musí být kolmá na půdorysnu π .
Rovina α je rovinou souměrnosti (jde osou rotace) řezu.
- Průsečnice $\alpha \cap \varrho$ (což je **spádová přímka** roviny ϱ) je proto osou souměrnosti řezu, tedy osou elipsy. A to **vedlejší osou**.
- Spádovou přímku roviny ϱ otočíme do roviny **hlavního meridiánu**, což je rovina jdoucí osou rotace rovnoběžně s nárysnou ν .
Tím získáme otočené vedlejší vrcholy řezu a střed elipsy je ve středu úsečky CD otočené zpět na spádovou přímku.
- Půdorysy hlavních vrcholů A_1, B_1 najdeme pomocí hlavní přímky 1. osnovy roviny ϱ .
Podobně body M_1, N_1 na obrysu.
- Osy nárysu řezu sestrojíme ze sdružených průměrů A_2B_2 a C_2D_2 Rytzovou konstrukcí.
- Body K_2, L_2 na obrysu určíme opět pomocí hlavní přímky roviny ϱ , tentokrát ovšem 2. osnovy ($\Rightarrow$ rovnoběžné s nárysnou ν).

7. Šroubovice

7. Šroubovice	35
Citace WikipediE:	35
7.1. Příklady využití	36
7.2. Vymodelování šroubovice	37
7.3. Vlastnosti šroubovice	37
7.4. Rektifikace kružnice	37
7.4.1. Kochaňského rektifikace kružnice	37
7.4.2. Sobotkova rektifikace kružnice	37
7.5. Shrnutí	37
7.6. Šroubovice v Mongeově projekci	37
7.7. Šroubovice v kolmé axonometrii	38

Citace WikipediE: *Šroubovice* je trojrozměrná křivka, která má tu vlastnost, že tečny ve všech jejích bodech mají stejný úhel vzhledem k pevně dané přímce nazývané osa šroubovice.



Příklad šroubovice se souřadnicemi $(\cos t, \sin t, t)$ pro t od 0 do 4π

Odpovídá pohybu bodu, který se zároveň pohybuje rovnoměrně podél oné osy a zároveň ji rovnoměrně obíhá po kružnici. Úsek odpovídající jednomu oběhu kolem kružnice se přitom nazývá **závit** a vzdálenost jeho koncových bodů se nazývá **výška závitu**.

Kolmým průmětem šroubovice do roviny kolmé na její osu vzniká kružnice.

Šroubovici lze popsat třemi parametry: **poloměrem** zmíněné kružnice, **výškou závitu** a tím, zda se jedná o šroubovici **pravotočivou**, nebo **levotočivou**. Zmíněný poloměr je zároveň poloměrem rotační válcové plochy, na které celá šroubovice leží.

7.1. Příklady využití

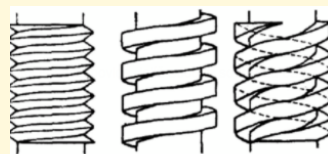


Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 2a.

Závit je technický prvek strojní součásti, jehož tvar je určen závitovou plochou. Ta vznikne navinutím profilu na válec podél šroubovice, v daném stoupání.



7.2. Vymodelování šroubovice

7.3. Vlastnosti šroubovice

7.4. Rektifikace kružnice

Rozvinutí šroubovice (prostorové křivky) do roviny

7.4.1. Kochaňského rektifikace kružnice

7.4.2. Sobotkova rektifikace kružnice

7.5. Shrnutí

7.6. Šroubovice v Mongeově projekci

Pokud je osa šroubovice kolmá k půdorysně, je půdorysem šroubovice **kružnice** a nárysem **sinusoida**.

- **bodová konstrukce nárysu** jako pohybující se bod M_2'
- Šroubovice, jako nejkratší spojnice dvou bodů na válcové ploše

Rotační válec má poloměr $r = 19$ a osu o kolmou k půdorysně. Na plášti válce leží body A, B (viz obrázek). Spojte body A, B nejkratší čarou ležící na plášti válce (buď površka nebo šroubovice).

([Soubor CD-ROMů](#) Deskriptivní geometrie / Další sbírky a výukové programy deskriptivní geometrie / Sbírka zkouškových příkladů z deskriptivní geometrie / 3. Šroubovice a šroubové plochy **Příklad 4:**)

7.7. Šroubovice v kolmé axonometrii

CD: ...sbírka zkoušek. ...3. **Příklad 6:** Pravotočivá šroubovice v kolmé axonometrii $\Delta XYZ(100; 100; 100)$ prochází bodem $A[-40; 10; 65]$. Osa šroubového pohybu je v ose z , výška závitu $v = 136$. V bodě A sestrojte tečnu ke šroubovici.

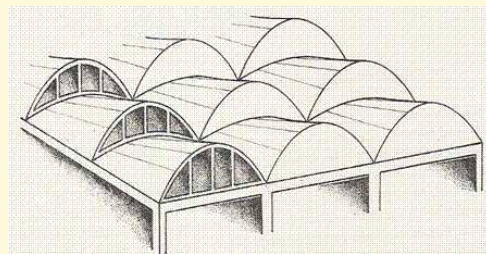
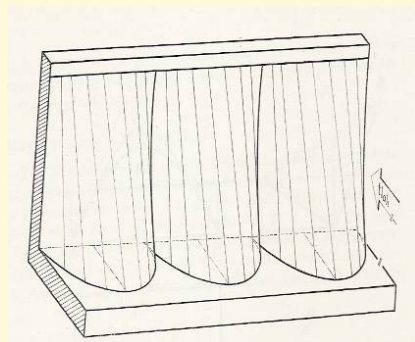
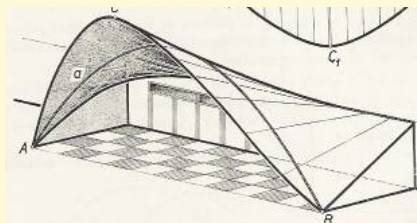
8. Konoidy

8. Konoidy	39
Citace WikipediE:	39
8.1. Příklady využití ve stavebnictví	40
8.2. Šroubový konoid	40
8.3. Kruhový konoid	40
8.4. Parabolický konoid	40

Citace WikipediE: ***Konoid*** je přímková plocha, která je určena dvěma řídícími křivkami a rovinou. Plocha je tvořena přímkami, které protínají obě řídící křivky a jsou rovnoběžné s řídící rovinou.

Více na: [Soubor CD-ROMů Deskriptivní geometrie / Deskriptivní geometrie pro kombinované studium pro I. ročník Stavební fakulty / 12. Zborcené plochy / 12. 3. Zborcené plochy vyšších stupňů / 12. 3. 1. Konoidy](#)

8.1. Příklady využití ve stavebnictví



Dalším příkladem konoidu je **spirálové schodiště**. Řídící křivky jsou šroubovice a její osa. Řídící rovina je kolmá k této ose.

8.2. Šroubový konoid

CD obr. 8. 37 a), nebo MFF, nebo diplomová práce, nebo diplomová práce.

8.3. Kruhový konoid

CD obr. 12. 15; obr. 12. 17 nebo skripta str. 49 a násl., nebo diplomová práce.

8.4. Parabolický konoid