

MATEMATIKA BA002 - Test 3

I. ročník kombinovaného studia

Příklad 1. Vypočítejte délku L oblouku křivky $y = \ln(1 - x^2)$, $x \in \langle 0, \frac{1}{2} \rangle$.

Příklad 2. Určete obsah P rovinné oblasti A :

a) A je určena nerovnicemi $1 \leq x \leq 4$, $2 - x \leq y \leq -x^2 + 4x - 2$;

b) A je určena nerovnicemi $-1 \leq y \leq 3$, $\frac{y^2-1}{2} \leq x \leq y + 1$;

c)

$$A = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; \quad 0 \leq x < \infty, 0 \leq y \leq x e^{-\frac{x^2}{2}}\}.$$

Příklad 3. Určete objem V tělesa, které vznikne rotací rovinné oblasti A , která je ohraničena křivkami $y = -x^2 + 1$, $y = -2x^2 + 2$, $x \geq 0$, okolo osy x .

Příklad 4. Určete obsah S pláště rotačního tělesa, které vznikne rotací rovinné oblasti A okolo osy x :

a) $A = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; \quad 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})\}$;

b) oblast A je ohraničena křivkami $y^2 = x$, $y = x^3$.

Příklad 5. Najděte souřadnice těžiště T hmotného homogenního oblouku L , je-li měrná hmotnost σ [kg m⁻¹]

a) $L: x^2 + y^2 = r^2, y \geq 0$;

b) $L: y = \frac{x^2}{4} - \frac{1}{2} \ln x, 1 \leq x \leq 2$.

Příklad 6. Najděte souřadnice těžiště T hmotné rovinné oblasti určené nerovnicemi $0 \leq x \leq 5$, $-\sqrt{6x} \leq y \leq \sqrt{6x}$, je-li měrná hmotnost σ [kg m⁻²].

Výsledky:

1. $\ln 3 - \frac{1}{2}$ 2. a) $\frac{9}{2}$ b) $\frac{16}{3}$ c) 1 3. $\frac{8}{5}\pi$ 4. a) $\frac{1}{4}\pi(e^2 - e^{-2} + 4)$ b) $\frac{\pi}{54}(45\sqrt{5} - 11 + 20\sqrt{10})$
 5. a) $T = [0, \frac{2r}{\pi}]$ b) $T = [1.520, 0.398]$ 6. $T = [3, 0]$.

Příklad	1	2a	2b	2c	3	4a	4b	5a	5b	6
Body	10	10	10	10	10	10	10	20	30	20