4. Testování statistických hypotéz

Požadované znalosti

[3] Koutková, H.: *Základy testování hypotéz*

1. Podstata testování statistických hypotéz – kapitola 1 … (*) *budu se věnovat na konzultaci*

Je zapotřebí, abyste

1. věděli, co je *statistická hypotéza a její test* **(**1.1 Statistická hypotéza a její test: Definice 1.1 – *statistická hypotéza*, str. 5, Definice 1.2 – *nulová a alternativní hypotéza*, str. 6, Definice 1.3 – *test statistické hypotézy, test nulové hypotézy proti alternativní hypotéze*, str. 7, Tabulka 1.1 – vztah mezi výsledkem testu a skutečností, str. 8)
   - Příklad 1.1, str. 6
   - Příklad 1.2, str. 7
2. znali proces testování hypotéz (1.2 Proces testování hypotéz: Definice 1.4 – *testová statistika, kritický obor*, str. 9, Definice 1.5 – *chyba prvního a druhého druhu*, str. 9, Definice 1.6 – *hladina významnosti testu*, str. 10)
   - Úkol 1.1, str. 9
   - Úkol 1.2, str. 9
   - Úkol 1.3, str. 11
3. znali **obecný postup** při testování statistických hypotéz(1.2.2 Obecný postup při testování statistických hypotéz)

   Vyjdeme ze všeho, co je známo o rozdělení náhodné veličiny *X* a zamýšleném rozsahu výběru.

   1. Formulujeme nulovou hypotézu H_0 a k ní alternativní hypotézu H, zvolíme hladinu významnosti testu α. Za alternativní hypotézu, zvolíme to tvrzení, jehož přijetí má nějaký závažný dopad. <u>Vždy napíšeme, co je nulová a co je alternativní hypotéza</u>.
   2. Vyhledáme testovou statistiku R pro test nulové hypotézy H_0 a <u>opíšeme ji</u>.
   3. Vyhledáme kritický obor W pro test hypotézy H_0 proti H na hladině významnosti α a <u>opíšeme ho</u>.
   4. Z realizace náhodného výběru z X vypočítáme realizaci r testové statistiky R. Určíme kritický obor W: příslušné kvantily v kritickém oboru W najdeme v tabulkách a dosadíme.
   5. Rozhodneme:
      a) jestliže $r \in W$, zamítneme H_0 a přijmeme H s rizikem omylu maximálně 100 α %,
      b) jestliže $r \notin W$, nezamítneme H_0, výsledky testu nejsou statisticky významné.
4. znali výsledky testů a uměli je interpretovat (1.2.3 Výsledky testů a jejich interpretace)

2. Některé parametrické testy – kapitola 2

Je zapotřebí, abyste

1. uměli testovat hypotézy o parametrech μ, σ^2 a σ rozdělení N(μ, σ^2) s využitím tabulky testování hypotéz o parametrech normálního rozdělení, která je uvedena na konci

skript [4] v Dodatku. Stejnou tabulku budete mít k dispozici na zkoušce … (**) *budu se věnovat na konzultaci*

- Příklad 2.1, str. 21 – všimněte si zde i v dalších příkladech, jak je dodržován postup při testování hypotéz – máte tendenci to nedělat a pak máte problémy
- Úkol 2.1, str. 21
- Příklad 2.3, str. 22
- Příklad 2.5, str. 25
- Příklad 2.6, str. 26
- Příklad 2.8, str. 29
- Úkol 2.3, str. 33

3. Testy dobré shody – kapitola 3 … (***) *budu se věnovat na konzultaci*

Je zapotřebí, abyste

1. věděli, k čemu se požívají testy shody
2. znali postup Pearsonova testu shody … při výpočtu realizace testovacího kritéria musíte umět počítat pravděpodobnost v diskrétním případě pomocí pravděpodobnostní funkce, ve spojitém případě pomocí hustoty nebo distribuční funkce (a uměli určit distribuční funkci, když znáte hustotu). Je zapotřebí ověřovat podmínky použitelnosti testu a je zapotřebí výpočty provádět v tabulce tak, jak je uvedeno ve skriptech.
   - Příklad 3.1, str. 38
   - Příklad 3.2, str. 40
   - Příklad 3.3, str. 42
   - Příklad 3.4, str. 44
   - Příklad 3.5, str. 46

Pro písemku je tedy zapotřebí, abyste znaly postup testování a uměli použít tabulku pro testování hypotéz.

Např.

1) Víme jistě, že náhodná chyba měření má normální rozdělení
   a. Domníváme se, že měřící přístroj nevykazuje systematické chyby. Potom X je náhodná chyba měření, $X \approx N(\mu,\delta^2)$, ani jeden z parametrů neznáme.
      1. $H_0: \mu = 0$ *proti* $H: \mu \neq 0$ … jedná se o test T_1, kde $\mu_0 = 0$
      2. $R = \frac{\overline{X} - \mu_0}{S}\sqrt{n}$, protože δ^2 neznáme
      3. $W = W_1 = \{r : r < -t(1-\alpha/2) \cup r > t(1-\alpha/2)\}$
   b. Domníváme se, že přesnost měřicího přístroje, vyjádřená směrodatnou odchylkou je maximálně 0.1 a víme jistě, že měřicí přístroj nevykazuje systematické chyby. Potom X je náhodná chyba měření, $X \approx N(\mu,\delta^2)$ a víme, že $\mu = 0$
      1. $H_0: \delta^2 \leq 0.1^2$ *proti* $H: \delta^2 > 0.1^2$ … jedná se o test T_5, kde $\delta_0^2 = 0.1^2$
      2. $R = \frac{nS_0^2}{\delta_0^2}$, protože μ známe
      3. $W = W_5 = \{r : r > \chi^2(n;1-\alpha)\}$
   c. Domníváme se, že střední hodnota náhodné chyby je maximálně 1, víme jistě, že směrodatná odchylka je 0.2. Potom X je náhodná chyba měření, $X \approx N(\mu,\delta^2)$ a víme, že $\delta = 0.2$.

1. $H_0 : \mu \le 1 \; proti \; H : \mu > 1$ … jedná se o test T_2, kde $\mu_0 = 1$
2. $R = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\delta}\sqrt{n}$, protože δ^2 známe
3. $W = W_2 = \{r : r > u(1-\alpha)\}$

2)

a. Domníváme se, že náhodná chyba měření X má normální rozdělení.
   1. $H_0 : X \approx N(\mu,\delta^2) \; proti \; H : X \; nemá \; N(\mu,\delta^2)$ … jedná se o test shody, testovací kritérium, kritický obor na hladině významnosti α i podmínky použitelnosti testu jsou pod tabulkou. Pouze tam musíme umět dosadit, tj. vědět, že k je počet tříd, m je počet neznámých parametrů (u nás 2), n_i je absolutní četnost i-té třídy, p_i je teoretická pravděpodobnost i-té třídy, kterou počítáme, za platnosti H_0.

b. Výrobce tvrdí, že 60% výrobků je I. jakosti, 30% II. jakosti a 10% je vadných. Ověřte, zda má výrobce pravdu.
   Rozlišujeme 3 možné výsledky pokusu, tedy např.

$$X = \begin{cases} 1 & je-li\ výrobek\ I.\ jakosti \\ 2 & je-li\ výrobek\ II.\ jakosti \\ 3 & je-li\ výrobek\ zmetek \end{cases}$$

   X je diskrétní náhodná veličina, kdyby měl výrobce pravdu, měla by mít tato veličina rozdělovací funkci

$$X \approx g(x) = P(X = x) = \begin{cases} 0.6 & pro\ x = 1 \\ 0.3 & pro\ x = 2 \\ 0.1 & pro\ x = 3 \\ 0 & jinak \end{cases}$$

   1. $H_0 : X \approx g(x) \; proti \; H : X \; nemá \; g(x)$ … jedná se o test shody, testovací kritérium, kritický obor na hladině významnosti α i podmínky použitelnosti testu jsou pod tabulkou (počet tříd k musí být 3, m = 0, teoretické pravděpodobnosti jsou přímo dány v $g(x)$)