

NORMA MATICE (VEKTORU) - číslo charakterizující velikost prvků matice (vektoru)

Značení.

$a_{ij} \dots$ prvek na i -tém řádku a j -tém sloupci matice A

$x_i \dots i$ -tý prvek vektoru $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$

- normy matic:

$$\|A\|_1 = \max_{1 \leq j \leq m} \sum_{i=1}^n |a_{ij}| \quad \dots \text{maximum sloupcových součtů}$$

$$\|A\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^m |a_{ij}| \quad \dots \text{maximum řádkových součtů}$$

$$\|A\|_F = \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_{ij}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad \dots \text{Frobeniova norma}$$

- normy vektorů:

$$\|\mathbf{x}\|_1 = \sum_{i=1}^n |x_i|$$

$$\|\mathbf{x}\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} |x_i|$$

$$\|\mathbf{x}\|_2 = \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

- podmínka souhlasnosti:

$$\|A\mathbf{x}\| \leq \|A\| \cdot \|\mathbf{x}\|$$

Příklad.

Spočítejte normy matice A a vektoru $\mathbf{x}$ a ověřte podmínku souhlasnosti: $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.