

## • Integrály typu

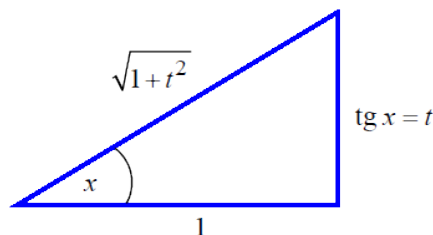
$$\int R(\sin x, \cos x) dx,$$

kde  $R(u, v) = \frac{P(u, v)}{Q(u, v)}$  je racionální funkce 2 proměnných  $u = \sin x$  a  $v = \cos x$ , lze převést na integrál z racionální funkce při substituci:

1.  $R(-u, v) = -R(u, v) \rightarrow \cos x = t$
2.  $R(u, -v) = -R(u, v) \rightarrow \sin x = t$
3.  $R(-u, -v) = R(u, v) \rightarrow \operatorname{tg} x = t$
4. ostatní případy  $\rightarrow \operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$

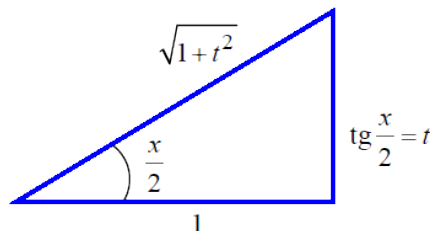
– substituce  $\operatorname{tg} x = t$ :

$$\begin{aligned}\sin x &= \frac{t}{\sqrt{1+t^2}} \\ \cos x &= \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} \\ dx &= \frac{dt}{1+t^2}\end{aligned}$$



– substituce  $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = t$ :

$$\begin{aligned}\sin x &= \frac{2t}{1+t^2} \\ \cos x &= \frac{1-t^2}{1+t^2} \\ dx &= \frac{2dt}{1+t^2}\end{aligned}$$



## • Integrály typu

$$\int \sin \alpha x \cdot \sin \beta x dx, \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

- k výpočtu integrálů  $\int \sin \alpha x \cdot \sin \beta x dx$ ,  $\int \sin \alpha x \cdot \cos \beta x dx$ ,  $\int \cos \alpha x \cdot \cos \beta x dx$   
- vzorce:

$$\begin{aligned}\sin \alpha x \cdot \sin \beta x &= \frac{1}{2} (\cos (\alpha - \beta) x - \cos (\alpha + \beta) x) \\ \cos \alpha x \cdot \cos \beta x &= \frac{1}{2} (\cos (\alpha - \beta) x + \cos (\alpha + \beta) x) \\ \sin \alpha x \cdot \cos \beta x &= \frac{1}{2} (\sin (\alpha + \beta) x + \sin (\alpha - \beta) x)\end{aligned}$$

## • Integrály typu

$$\int \sin^m x \cdot \cos^n x dx, m, n \in \mathbb{N}_0 \text{ sudá}$$

- vzorce:

$$\begin{aligned}\sin^2 x &= \frac{1}{2} (1 - \cos 2x) \\ \cos^2 x &= \frac{1}{2} (1 + \cos 2x) \\ \sin 2x &= 2 \sin x \cdot \cos x\end{aligned}$$