- **Integrály typu**

$$\int R\left(x, \sqrt[q_1]{\frac{ax+b}{cx+d}}, \sqrt[q_2]{\frac{ax+b}{cx+d}}, \ldots, \sqrt[q_m]{\frac{ax+b}{cx+d}}\right) \mathrm{d}x,$$

kde R je racionální funkce $m+1$ proměnných a a, b, c, $d \in \mathbb{R}$, $ad - bc \neq 0$.
- substituce:

$$\frac{ax+b}{cx+d} = t^s,$$

kde s je nejmenší společný násobek čísel q_1, $q_2, \ldots, q_m$; dostáváme

$$x = \frac{\mathrm{d}t^s - b}{a - ct^s}.$$

- **Integrály typu**

$$\int R\left(x, \sqrt{px^2+qx+r}\right),$$

kde $R(u,v) = \dfrac{P(u,v)}{Q(u,v)}$ je racionální funkce dvou proměnných u, v a p, q, $r \in \mathbb{R}$, $p \neq 0$.
Polynom $px^2 + qx + r$ má:

– dvojnásobný reálný kořen $\longrightarrow$ integrace racionální funkce;

– dva různé reálné kořeny $\longrightarrow$ integrál typu

$$\int R\left(x, \sqrt[q_1]{\frac{ax+b}{cx+d}}, \sqrt[q_2]{\frac{ax+b}{cx+d}}, \ldots, \sqrt[q_m]{\frac{ax+b}{cx+d}}\right) \mathrm{d}x;$$

– komplexní kořeny $\longrightarrow$ jednoduchými úpravami a lineární substitucí převedeme na tvar

$$\int R\left(x, \sqrt{1+x^2}\right) \mathrm{d}x,$$

tento integrál můžeme počítat využitím

(a) **Eulerovy substituce**

$$x = \frac{t^2-1}{2t}, \qquad \mathrm{d}x = \frac{t^2+1}{2t^2}\,\mathrm{d}t$$

$\longrightarrow$ integrál z racionální funkce (substituce někdy ve tvaru $\sqrt{1+x^2} = t - x$),

(b) **goniometrické substituce**

$$x = \operatorname{tg} t, \qquad \mathrm{d}x = \frac{1}{\cos^2 t}\,\mathrm{d}t$$

$\longrightarrow$ integrál z funkce $\int R(\cos t, \sin t)$,

(c) **hyperbolické substituce**

$$\begin{aligned} x &= \sinh t, \quad \mathrm{d}x = \cosh t\,\mathrm{d}t, \quad \text{nebo} \\ x &= \cosh t, \quad \mathrm{d}x = \sinh t\,\mathrm{d}t \end{aligned}$$

$\longrightarrow$ integrál z funkce $R(\cosh t, \sinh t)$ + použití Druhé substituční metody.

Integrály typu

$$\int \frac{Ax+B}{\sqrt{ax^2+bx+c}}\,\mathrm{d}x,$$

kde A, B, a, b, $c \in \mathbb{R}$, $A \neq 0$, $a \neq 0$, lze řešit převedením na součet integrálů

$$K \int \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}\,\mathrm{d}x + L \int \frac{1}{\sqrt{f(x)}}\,\mathrm{d}x.$$

[verze: 3. III. 2017]