SKALÁRNÍ SOUČIN $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v}$

- $\overrightarrow{u} = (u_1, u_2, \ldots, u_n)$, $\overrightarrow{v} = (v_1, v_2, \ldots, v_n) \Rightarrow \overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2 + \cdots + u_n \cdot v_n$
- $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = |\overrightarrow{u}\| \cdot \|\overrightarrow{v}| \cdot \cos\varphi$
- vyšetřování kolmosti nenulových vektorů: $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = 0 \Leftrightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$
- délka vektoru: $|\overrightarrow{u}| = \sqrt{\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{u}} = \|\overrightarrow{u}\| \ldots$ norma vektoru
- výpočet úhlu vektorů: $\cos\varphi = \dfrac{\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v}}{\|\overrightarrow{u}\| \cdot \|\overrightarrow{v}\|}$, $\varphi \in \langle 0, \pi \rangle$
- kolmý průmět $\overrightarrow{v}_{\overrightarrow{u}}$ vektoru $\overrightarrow{v}$ do vektoru $\overrightarrow{u}$: $\overrightarrow{v}_{\overrightarrow{u}} = \frac{\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v}}{\|\overrightarrow{u}\|^2} \cdot \overrightarrow{u}$

VEKTOROVÝ SOUČIN $\overrightarrow{u} \times \overrightarrow{v}$

- $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} \perp \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}$
- $\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}, \overrightarrow{u} \times \overrightarrow{v}$ tvoří v tomto pořadí pozitivní trojici vektorů, platí pravidlo pravé ruky
- obsah plochy sestrojené nad vektory $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ (obsah rovnoběžníku): $\|\overrightarrow{u} \times \overrightarrow{v}\| = \|\overrightarrow{u}\| \cdot \|\overrightarrow{v}\| \cdot \sin\varphi$
- použití: výpočet obsahu rovnoběžníku (trojúhelníku), nalezení vektoru kolmého ke dvěma zadaným nenulovým vektorům, vyšetřování kolinearity vektorů

SMÍŠENÝ SOUČIN $\left[\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}\right]$

- $\left[\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, \overrightarrow{c}\right] = \overrightarrow{c} \cdot \left(\overrightarrow{b} \times \overrightarrow{c}\right)$
- použití: výpočet objemu rovnoběžnostěnu, vyšetřování komplanárnosti vektorů

POUŽITÍ SOUČINŮ

- vzdálenost bodu od roviny: $h = \|\overrightarrow{AM}_{\overrightarrow{n}}\| = \dfrac{|\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{AM}|}{\|\overrightarrow{n}\|}$
- vzdálenost bodu od přímky: $h = \dfrac{\|\overrightarrow{s} \times \overrightarrow{AM}\|}{\|\overrightarrow{s}\|}$
- úhel dvou rovin: $\cos\varphi = \dfrac{|\overrightarrow{n_1} \cdot \overrightarrow{n_2}|}{\|\overrightarrow{n_1}\| \cdot \|\overrightarrow{n_2}\|}$
- úhel dvou přímek: $\cos\varphi = \dfrac{|\overrightarrow{s_1} \cdot \overrightarrow{s_2}|}{\|\overrightarrow{s_1}\| \cdot \|\overrightarrow{s_2}\|}$
- úhel přímky a roviny: $\sin\varphi = \dfrac{|\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{s}|}{\|\overrightarrow{n}\| \cdot \|\overrightarrow{s}\|}$

1. Určete vzdálenost bodu $Q = [3, 9, 1]$ od roviny $\rho : x - 2y + 2z - 3 = 0$.
2. Vypočítejte velikost úhlu, který svírají roviny ρ a σ, $\rho : x + 2z - 6 = 0$, $\sigma : x + 2y - 4 = 0$.
3. Vypočítejte velikost úhlu, který svírá přímka $p = \{y = 3x - 1,\ 2z = -3x + 2\}$ s rovinou $\rho : 2x + y + z - 4 = 0$.
4. Je dán $\triangle ABC$: $A = [2, -4, 9]$, $B = [-1, -4, 5]$, $C = [6, -4, 6]$. Spočítejte délky všech stran trojúhelníka a velikosti jeho vnitřních úhlů.
5. Vypočítejte $\vec{a} \times \vec{b}$, pokud $\vec{a} = 2\vec{e_1} + 3\vec{e_2} - \vec{e_3}$, $\vec{b} = \vec{e_1} + 2\vec{e_2} + \vec{e_3}$.
6. Vypočítejte $\|\vec{a} \times \vec{b}\|$, pokud $\|\vec{a}\| = 2$, $\|\vec{b}\| = 3$, $\sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) = 90\,^\circ$.
7. Určete
   a) jednotkový vektor $\vec{c}^{\,0}$ kolmý k vektorům $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k}$,
   b) sinus úhlu vektorů $\vec{a}$, $\vec{b}$.
8. Jsou dány body $A = [4, -3, 6]$, $B = [0, 1, 0]$ a $D = [-2, -2, 2]$. Určete obsah
   a) rovnoběžníku $ABCD$,
   b) trojúhelníku ABD.
9. Určete vzdálenost bodu $Q = [2, -1, 3]$ od přímky $p = \{x = -1 + 3t; y = -2 + 4t; z = 1 + 5t, t \in \mathbb{R}\}$.
10. Vypočítejte $\left[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\right]$, jestliže je dáno: $\|\vec{a}\| = 3$, $\|\vec{b}\| = 4$, $\|\vec{c}\| = 2$, $\sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) = \sphericalangle(\vec{a}, \vec{c}) = \dfrac{\pi}{2}$, $\sphericalangle(\vec{b}, \vec{c}) = \dfrac{5\pi}{6}$.
11. Vypočítejte objem rovnoběžnostěnu určeného vektory $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$, $\vec{b} = -3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{c} = 2\vec{j} + 5\vec{k}$. Určete velikost její výšky $\vec{v}$ kolmé k vektorům $\vec{b}$, $\vec{c}$.