

1. Integrujte racionální lomenou funkci:

$$(i) \int \frac{2x+3}{(x-2)(x+5)} dx$$

$$(ii) \int \frac{1}{3x^2-2x-1} dx$$

$$(iii) \int \frac{x^2+3x+2}{x^2+x+2} dx$$

$$(iv) \int \frac{x-1}{x^2+4} dx$$

$$(v) \int \frac{8x-7}{x^2-2} dx$$

$$(vi) \int \frac{x^4+x+1}{x^2+1} dx$$

2. Metodou per partes spočítejte integrály:

$$(i) \int x \sin x dx$$

$$(ii) \int x \cos(x-1) dx$$

$$(iii) \int \ln x dx$$

$$(iv) \int (x^2+3x-1)e^x dx$$

$$(v) \int x \ln x dx$$

$$(vi) \int x \arctg x dx$$

$$(vii) \int x e^{2x+1} dx$$

3. Zvolte vhodnou substituci a spočítejte integrály:

$$(i) \int \frac{x+1}{\sqrt{x}} dx$$

$$(ii) \int \sqrt[3]{1-3x} dx$$

$$(iii) \int \frac{1}{\sqrt{2-5x}} dx$$

$$(iv) \int \frac{\sqrt[5]{1-2x+x^2}}{1-x} dx$$

$$(v) \int \frac{\sin x}{\sqrt{\cos^3 x}} dx$$

$$(vi) \int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$(vii) \int x^2 \sqrt[3]{1+x^3} dx$$

4. Zvolte vhodnou substituci a spočítejte integrály:

$$(i) \int \sin^2 x dx$$

$$(ii) \int \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx$$

$$(iii) \int \sin^3 x \cos x dx$$

$$(iv) \int \cos^2 x \sin x dx$$

$$(v) \int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx$$

$$(vi) \int \operatorname{tg}^5 x dx$$

ŘEŠENÍ

1. (i) $\ln|x-2| + \ln|x+5| + c$
(ii) $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-1}{3x+1} \right| + c$
(iii) $x + \ln|x^2 + x + 2| - \frac{2}{\sqrt{7}} \operatorname{arctg} \frac{2(x+\frac{1}{2})}{\sqrt{7}} + c$
(iv) $\frac{1}{2} \ln|x^2 + 4| - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + c$
(v) $4 \ln|2 - x^2| + \frac{7}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}} + c$
(vi) $\frac{1}{3}x^3 - x + \frac{1}{2} \ln|x^2 + 1| + c$
2. (i) $\sin x - x \cdot \cos x + c$
(ii) $x \cdot \sin(x-1) + \cos(x-1) + c$
(iii) $x \cdot (x-1) + c$
(iv) $e^x \cdot (x^2 + x - 2) + c$
(v) $\frac{1}{2}x^2 \cdot (\ln x - \frac{1}{2}) + c$
(vi) $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} x (1 + x^2) - \frac{1}{2}x + c$
(vii) $\frac{1}{2}e^{2x+1} (x - \frac{1}{2}) + c$
3. (i) $\frac{2}{3}x\sqrt{x} + 2\sqrt{x} + c$
(ii) $-\frac{1}{4}(1-3x)^{-\frac{4}{3}} + c$
(iii) $-\frac{2}{5}\sqrt{2-5x} + c$
(iv) $-\frac{5}{2}\sqrt[5]{(x-1)^2} + c$
(v) $\frac{2}{\sqrt{\cos x}} + c$
(vi) $-\sqrt{1-x^2} + c$
(vii) $\frac{1}{4}(1+x^3)^{\frac{4}{3}} + c$
4. (i) $\frac{1}{2}(x - \sin x \cos x) + c$
(ii) $-\frac{1}{\sin x} + c$
(iii) $\frac{1}{4} \sin^4 x + c$
(iv) $-\frac{1}{3} \cos^3 x + c$
(v) $\frac{1}{3 \cos^3 x} - \frac{1}{\cos x} + c$
(vi) $\frac{1}{4} \operatorname{tg}^4 x - \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 x - \ln|\cos x| + c$

REFERENCE

ELIAŠ, J., HORVÁTH, J., KAJAN, J.: *Zbierka úloh z vyššej matematiky*. 2. díl, 5. vyd. Bratislava: Alfa 1979.

DĚMIDOVÍČ, B. P.: *Sbírka úloh a cvičení z matematické analýzy*. 1. vydání. Praha: Fragment 2003. ISBN 80-7200-587-1