

1. Rozhodněte, zda je daná funkce ryze monotonní. Pokud ne, převedte ji na součet polynomu a ryze lomené funkce.

$$(i) R_1(x) = \frac{x^7 - 2x^6 + 3x^4 + x^3 - x^2 + 4}{x+1}$$

$$(ii) R_2(x) = \frac{3x^2 - x + 7}{-2x^3 + 8x^2 + x - 1}$$

$$(iii) R_3(x) = \frac{-5x^4 + 4x^2 - 3x + 4}{x^3 + 2x^2 - 4}$$

$$(iv) R_4(x) = \frac{-2x^6 - x^5 + 5x^4 + 2x^2 + 3x - 2}{2x^2 - 3}$$

2. Určete limitu z grafu funkce:

$$(i) \lim_{x \rightarrow -2^+} \ln(x+2) - 3$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1}{x+1}$$

$$(iii) \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1}{x+1}$$

$$(iv) \lim_{x \rightarrow 0} \sin x$$

$$(v) \lim_{x \rightarrow \infty} e^x$$

$$(vi) \lim_{x \rightarrow \pi^-} \cot g x$$

3. Vypočítejte limity ve vlastním bodě:

$$(i) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x+3}{7}$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2x - 1}{x+1}$$

$$(iii) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x + \sin 2x}{x+1}$$

$$(iv) \lim_{x \rightarrow 1} (\log_{10} 10x - \ln x)$$

4. Vypočítejte limity:

$$(i) \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{2x+1}{x-5}$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{2x+1}{x-5}$$

$$(iii) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x+1}{x-5}$$

$$(iv) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+3}{x}$$

5. Vypočítejte limity v nevlastních bodech:

$$(i) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+5}{3x-6}$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+5}{3x-6}$$

$$(iii) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+1}{x^2+x-2}$$

$$(iv) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+x^2}{x^2-1}$$

$$(v) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3+x^2}{x^2-1}$$

$$\begin{aligned}
(vi) \quad & \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+2}{x^2+3} \\
(vii) \quad & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2-3}{x^3-3} \\
(viii) \quad & \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4+3x^2+5}{3-x} \\
(ix) \quad & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4+2x-x^3+4x^4}{2+x^3-5x^4}
\end{aligned}$$

6. Určete body nespojitosti dané funkce a intervaly, ve kterých je spojitá:

$$\begin{aligned}
(i) \quad & f_1(x) = x + 1 \\
(ii) \quad & f_2(x) = \frac{x^2-1}{x-1} \\
(iii) \quad & f_3(x) = \frac{x^2+4x-7}{x^3+5x^2+6x} \\
(iv) \quad & f_4(x) = \operatorname{arccotg} x \\
(v) \quad & f_5(x) = \frac{e^x}{x^2-x-2}
\end{aligned}$$

ŘEŠENÍ

1. (i) $R_1(x) = x^6 - 3x^5 + 3x^4 + x^2 - 2x + 2 + \frac{2}{x+1}$
(ii) ryze lomená funkce
(iii) $R_3(x) = -5x + 10 + \frac{-16x^2-23x+44}{x^3+2x^2-4}$
(iv) $R_4(x) = -x^4 - \frac{1}{2}x^3 + x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{5}{2} + \frac{\frac{3}{4}x + \frac{13}{2}}{2x^2-3}$
2. (i) $-\infty$
(ii) $-\infty$
(iii) ∞
(iv) 0
(v) ∞
(vi) $-\infty$
3. (i) $\frac{8}{7}$
(ii) -1
(iii) 1
(iv) 1
4. (i) ∞
(ii) $-\infty$
(iii) neexistuje
(iv) ∞
5. (i) $\frac{1}{3}$
(ii) $\frac{1}{3}$
(iii) 3

- (iv) ∞
- (v) $-\infty$
- (vi) 0
- (vii) 0
- (viii) ∞
- (ix) $-\frac{4}{5}$

6. (i) není bod nespojitosti, spojitá na $\mathbb{R}$
- (ii) bod nespojitosti: 1, spojitá na intervalech $(-\infty, 1)$, $(1, \infty)$
- (iii) body nespojitosti: $-3, -2, 0$, spojitá na intervalech $(-\infty, -3)$, $(-3, -2)$, $(-2, 0)$, $(0, \infty)$
- (iv) není bod nespojitosti, spojitá na $\mathbb{R}$
- (v) body nespojitosti: $-1, 2$, spojitá na intervalech $(-\infty, -1)$, $(-1, 2)$, $(2, \infty)$

REFERENCE

ELIAŠ, J., HORVÁTH, J., KAJAN, J.: *Zbierka úloh z vyššej matematiky*. 2. díl, 5. vyd. Bratislava: Alfa 1979.

PETÁKOVÁ, J.: *MATEMATIKA - příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. Dotisk 1. vydání. Praha: Prometheus 2003. ISBN 80-7196-099-3