

1. Provedte dělení polynomů:

(i) $(x^7 - 2x^6 + 3x^4 + x^3 - x^2 + 4) : (x + 1)$

(ii) $(-5x^4 + 4x^2 - 3x + 4) : (x^3 + 2x^2 - 4)$

(iii) $(-2x^6 - x^5 + 5x^4 + 2x^2 + 3x - 2) : (2x^2 - 3)$

2. Najděte všechny celočíselné kořeny daného polynomu:

(i) $P_1(x) = x^6 - x^5 - 4x^4 + 2x^3 + 5x^2 - x - 2$

(ii) $P_2(x) = x^5 - 5x^4 + 3x^3 + 17x^2 - 28x + 12$

(iii) $P_3(x) = x^5 + 2x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 3x$

3. Všechny polynomy z úkolu 2 rozložte na součin kořenových činitelů.

4. Zjistěte, kolikanásobným kořenem daného polynomu je číslo 3:

(i) $x^5 - 9x^4 + 26x^3 - 18x^2 - 27x + 27$

(ii) $x^5 - 7x^4 + 14x^3 - 2x^2 - 15x + 9$

(iii) $x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

(iv) $x^3 - 3x^3 + 3x - 1$

5. Rozhodněte, zda je hodnota -1 kořenem daného polynomu:

(i) $P_1(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

(ii) $P_2(x) = x^3 - x^2 - x + 1$

(iii) $P_3(x) = x^3 - x^2 - 2x$

(iv) $P_4(x) = x^2 + 2x + 1$

(v) $P_5(x) = 2x^2 - 6x + 4$

6. Určete všechny kořeny následujících polynomů:

(i) $P_1(x) = (x - 2)(x + 1)$

(ii) $P_2(x) = x(x - \frac{3}{2})(x + e)$

(iii) $P_3(x) = x(x - 3)^3(x + 1)$

(iv) $P_4(x) = (x + 2)^2(x^2 + 4x - 5)$

(v) $P_5(x) = x^2(x - 2)^3$

7. Určete limitu z grafu funkce:

(i) $\lim_{x \rightarrow -2^+} \ln(x + 2) - 3$

(ii) $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1}{x+1}$

(iii) $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1}{x+1}$

(iv) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x$

(v) $\lim_{x \rightarrow \infty} e^x$

(vi) $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \cot g x$

8. Vypočítejte limity ve vlastním bodě:

- (i) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x+3}{7}$
- (ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2+2x-1}{x+1}$
- (iii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x + \sin 2x}{x+1}$
- (iv) $\lim_{x \rightarrow 1} (\log_{10} 10x - \ln x)$

9. Vypočítejte limity:

- (i) $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{2x+1}{x-5}$
- (ii) $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{2x+1}{x-5}$
- (iii) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x+1}{x-5}$
- (iv) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+3}{x}$

ŘEŠENÍ

1. (i) $x^6 - 3x^5 + 3x^4 + x^2 - 2x + 2 + \frac{2}{x+1}$
(ii) $-5x + 10 + \frac{-16x^2 - 23x + 44}{x^3 + 2x^2 - 4}$
(iii) $-x^4 - \frac{1}{2}x^3 + x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{5}{2} + \frac{\frac{3}{4}x + \frac{13}{2}}{2x^2 - 3}$
2. (i) $\{-1, -1, -1, 1, 1, 2\}$
(ii) $\{1, 1, -2, 2, 3\}$
(iii) $\{0, -1, 1, 1, -3\}$
3. (i) $P_1(x) = (x+1)^3(x-1)^2(x-2)$
(ii) $P_2(x) = (x-1)^2(x-2)(x+2)(x-3)$
(iii) $P_3(x) = x(x-1)^2(x+1)(x+3)$
4. (i) trojnásobný
(ii) dvojnásobný
(iii) trojnásobný
(iv) není kořenem
5. (i) není, $P_1(-1) = -8$
(ii) je, $P_2(-1) = 0$
(iii) je, $P_3(-1) = 0$
(iv) je, $P_4(-1) = 0$
(v) není, $P_5(-1) = 12$
6. (i) $\{2, -1\}$
(ii) $\{-e, 0, \frac{3}{2}\}$

- (iii) $\{-1, 0, 3, 3, 3\}$
 - (iv) $\{-5, -2 - 2, 1\}$
 - (v) $\{0, 0, 2, 2, 2\}$
7. (i) $-\infty$
(ii) $-\infty$
(iii) ∞
(iv) 0
(v) ∞
(vi) $-\infty$
8. (i) $\frac{8}{7}$
(ii) -1
(iii) 1
(iv) 1
9. (i) ∞
(ii) $-\infty$
(iii) neexistuje
(iv) ∞

REFERENCE

- ELIAŠ, J., HORVÁTH, J., KAJAN, J.: *Zbierka úloh z vyššej matematiky*. 2. díl, 5. vyd. Bratislava: Alfa 1979.
- PETÁKOVÁ, J.: *MATEMATIKA - příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. Dotisk 1. vydání. Praha: Prometheus 2003. ISBN 80-7196-099-3