

1. Metodou nejmenších čtverců najděte přímku aproximující zadané body:

X	-1	0	1
Y	-3	-1	2

2. Najděte předpis přímky, která je ve smyslu metody nejmenších čtverců nejlepší aproximací bodů $[1, 1]$, $[2, -1]$, $[3, 2]$ a $[4, 2]$. Jaká funkční hodnota odpovídá hodnotě $\frac{5}{3}$?
3. U osmi náhodně vybraných studentů byly zjišťovány jejich matematické a verbální schopnosti. Výsledky matematického testu udává znak X , výsledky verbálního Y . Metodou nejmenších čtverců vyjádřete závislost výsledků verbálního znaku na znaku matematickém.

X	80	50	36	58	72	60	56	68
Y	65	60	35	39	48	44	48	61

4. Jsou dány matice $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$ a $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ a vektory $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ a $\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Vypočítejte

- (i) $5 \cdot A - 3 \cdot B$
- (ii) $A + B^T$
- (iii) $A \cdot B - B \cdot A$
- (iv) $(A + B) \cdot (A - B)$
- (v) $A \cdot \vec{u} + B \cdot \vec{w}$
- (vi) $A \cdot \vec{u} + C \cdot \vec{w}$
- (vii) $\langle \vec{v}, \vec{w} \rangle$
- (viii) $\vec{v}^T \cdot \vec{w}$

5. Jsou dány matice $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ a $E = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Spočítejte, jaký prvek se

v matici $D \cdot E$ nachází

- (i) ve 2. řádku a 3. sloupci,
- (ii) ve 3. řádku a 2. sloupci,
- (iii) ve 4. řádku a 4. sloupci.

6. Spočítejte následující determinanty:

(i) $\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 7 & 5 \end{vmatrix}$

(ii) $\begin{vmatrix} 1 + \sqrt{3} & 3 - \sqrt{5} \\ 3 + \sqrt{5} & 1 - \sqrt{3} \end{vmatrix}$

(iii) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 5 \end{vmatrix}$

$$(iv) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(v) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & 5 & 25 \end{vmatrix}$$

7. Použijte Laplaceův rozvoj k výpočtu determinantů:

$$(i) \begin{vmatrix} 0 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$(ii) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 0 & 8 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 4 & 4 & 7 & 5 \end{vmatrix}$$

$$(iii) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 & -2 \\ 3 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(iv) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

ŘEŠENÍ

1. $y = -\frac{1}{2}x + \frac{4}{3}$

2. $y = \frac{3}{5}x - \frac{1}{2}, x = \frac{5}{2} \rightarrow y = \frac{1}{2}$

3. $y = 0.5015x + 19.908$

4. (i) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -21 & 0 \end{pmatrix}$

(ii) $\begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$

(iii) $\begin{pmatrix} 21 & -1 \\ -7 & -21 \end{pmatrix}$

(iv) $\begin{pmatrix} -61 & -10 \\ -21 & -14 \end{pmatrix}$

(v) nelze

(vi) $\begin{pmatrix} 17 \\ 5 \end{pmatrix}$

(vii) 4

(viii) 4

- 5. (i) 0
 - (ii) 2
 - (iii) -2
- 6. (i) -13
 - (ii) -6
 - (iii) 0
 - (iv) 1
 - (v) 6
- 7. (i) -48
 - (ii) 100
 - (iii) -1
 - (iv) 24

REFERENCE

- ELIAŠ, J., HORVÁTH, J., KAJAN, J.: *Zbierka úloh z vyššej matematiky*. 1. díl, 4. opr. vyd. Bratislava: Alfa 1966.
- ELIAŠ, J., HORVÁTH, J., KAJAN, J.: *Zbierka úloh z vyššej matematiky*. 2. díl, 5. vyd. Bratislava: Alfa 1979.
- DĚMIDOVÍČ, B. P.: *Sbírka úloh a cvičení z matematické analýzy*. 1. vydání. Praha: Fragment 2003. ISBN 80-7200-587-1