

1. Určete počty kladných a záporných reálných, popř. komplexních kořenů následujících polynomů:

- (i) $P(x) = x^4 + x^3 - x^2 + x - 3$
(ii) $P(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x + 1$
(iii) $P(x) = x^4 + x^2 + 2x - 1$
(iv) $P(x) = x^4 + 2x^3 - 2x^2 + x - 1$

2. Proveďte separaci kořenů pro polynomy z úkolu 1.

3. Metodou půlení zjistěte odhadněte kořen daných polynomů

- (i) $P(x) = x^4 + x^3 - x^2 + x - 3$ na intervalu $(-3, 0)$ s maximální chybou 0.1
(ii) $P(x) = x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 6x$ na intervalu $(-3, 0.5)$ s maximální chybou 0.2
(iii) $P(x) = x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + 2$ na intervalu $(1.5, 3)$ s maximální chybou 0.1
(iv) $P(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 2$ na intervalu $(2, 3.5)$ s maximální chybou 0.05

4. Sestrojte Lagrangeův interpolační polynom funkce f , je-li známo:

(i)

x	-1	0	1
$f(x)$	7	3	1

(ii)

x	-1	1	2	3
$f(x)$	-6	-2	-3	2

ŘEŠENÍ

1. (i) 3 kladné, 1 záporný nebo 1 kladný, 1 záporný, 2 komplexně sdružené
(ii) 2 kladné, 2 záporné nebo 2 kladné, 0 záporných, 2 komplexně sdružené nebo 0 kladných, 0 záporných, 4 komplexně sdružené
(iii) 1 kladný, 1 záporný, 2 komplexně sdružené
(iv) 3 kladné, 1 záporný nebo 1 kladný, 1 záporný, 2 komplexně sdružené

2. Intervaly, ve kterých má daný polynom reálné kořeny:

- (i) $(-3, -2), (1, 2)$
(ii) $(-3, -2), (-1, 0)$
(iii) $(-2, -1), (0, 1)$
(iv) $(-3, -2), (0, 1)$

3. (i)

k	a_k	b_k	s_k	$\text{sgn}(P(a_k))$	$\text{sgn}(P(b_k))$	$\text{sgn}(P(s_k))$	$\varepsilon = \frac{b_k - a_k}{2}$
0	-3	0	-1.5	+	-	-	1.5
1	-3	-1.5	-2.25	+	-	+	0.75
2	-2.25	-1.5	-1.875	+	-	-	0.375
3	-2.25	-1.875	-2.0625	+	-	+	0.1875
4	-2.0625	-1.875	-1.9688	+	-	-	0.0938

	k	a_k	b_k	s_k	$\text{sgn}(P(a_k))$	$\text{sgn}(P(b_k))$	$\text{sgn}(P(s_k))$	$\varepsilon = \frac{b_k - a_k}{2}$
	0	-3	0.5	-1.25	+	-	+	1.75
(ii)	1	-1.25	0.5	-0.375	+	-	+	0.875
	2	-0.375	0.5	0.0625	+	-	-	0.4375
	3	-0.375	0.0625	-0.1563	+	-	+	0.2188
	4	-0.1563	0.0625	-0.0469	+	-	+	0.1094

	k	a_k	b_k	s_k	$\text{sgn}(P(a_k))$	$\text{sgn}(P(b_k))$	$\text{sgn}(P(s_k))$	$\varepsilon = \frac{b_k - a_k}{2}$
	0	1.5	3	2.25	-	+	+	0.75
(iii)	1	1.5	2.25	1.875	-	+	-	0.375
	2	1.875	2.25	2.0625	-	+	+	0.1875
	3	1.875	2.0625	1.9688	-	+	-	0.0938

	k	a_k	b_k	s_k	$\text{sgn}(P(a_k))$	$\text{sgn}(P(b_k))$	$\text{sgn}(P(s_k))$	$\varepsilon = \frac{b_k - a_k}{2}$
	0	2	3.5	2.75	-	+	-	0.75
(iv)	1	2.75	3.5	3.125	-	+	+	0.375
	2	2.75	3.125	2.9375	-	+	-	0.1875
	3	2.9375	3.125	3.0313	-	+	+	0.0935
	4	2.9375	3.0313	2.9844	-	+	-	0.0469

4. (i) $L(x) = x^2 - 3x + 3$

(ii) $L(x) = x^3 - 3x^2 + x - 1$

REFERENCE

DOŠLÁ, Z.: *Matematika pro chemiky*. 1. díl, 1. vyd. Brno: Masarykova univerzita 2010. ISBN 978-80-2105-263-5

ÚSTAV MATEMATIKY FSI VUT Brno: *Matematika online*. Dostupné z [www http://mathonline.fme.vutbr.cz/](http://mathonline.fme.vutbr.cz/), cit. XII. 2012.