

1. Spočítejte integrály:

$$(i) \int_1^e \frac{1}{x} dx$$

$$(iv) \int_1^2 (x^2 - 3x + 2) dx$$

$$(ii) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$$

$$(v) \int_{-1}^1 e^x dx$$

$$(iii) \int_1^4 (3x - 11) dx$$

$$(vi) \int_0^1 x(1-x)^2 dx$$

2. Spočítejte integrály:

$$(i) \int_0^{\frac{\pi}{3}} \operatorname{tg} x dx$$

$$(iv) \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$$

$$(ii) \int_1^e x^3 \ln x dx$$

$$(v) \int_0^1 x^3 e^{2x} dx$$

$$(iii) \int_1^e \ln x dx$$

$$(vi) \int_0^1 x e^{-x} dx$$

3. Spočítejte integrály:

$$(i) \int_0^1 \frac{1}{(5x+1)^3} dx$$

$$(v) \int_0^5 \frac{x}{\sqrt{1+3x}} dx$$

$$(ii) \int_1^2 \frac{x}{x^2+3x+2} dx$$

$$(vi) \int_0^2 \frac{1}{x^2+4x+5} dx$$

$$(iii) \int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$(vii) \int_0^1 \sqrt{1+x} dx$$

$$(iv) \int_0^{\pi} \sin^3 x dx$$

$$(viii) \int_{-1}^5 \frac{1}{4x+5} dx$$

4. Určete obsah plochy

$$(i) \text{ ohraničené křivkami } f(x) = 2 - x^2 \text{ a } g(x) = x,$$

$$(ii) \text{ ohraničené křivkami } f(x) = x^2 + 2x \text{ a } g(x) = 4 - x^2,$$

$$(iii) \text{ ohraničené grafem funkce } f(x) = \ln x \text{ a osou } x \text{ na intervalu } [1, e].$$

5. Určete objem tělesa, které vznikne rotací funkce $f(x)$ kolem osy x na daném intervalu:

$$(i) f(x) = \sqrt{x}, [0, 2],$$

$$(ii) f(x) = 2 + \sin x, [0, \pi],$$

$$(iii) f(x) = -x^2 + 1, [-1, 1].$$

6. Určete obsah plochy, která vznikne rotací křivky $f(x)$ kolem osy x na daném intervalu:

$$(i) f(x) = 1, [0, 1],$$

$$(ii) f(x) = x + 2, [-1, 1],$$

$$(iii) f(x) = -3x + 1, [-1, 0].$$

7. Jsou dány funkce $f(x) = x^2$ a $g(x) = x$. Určete:

- (i) průsečíky daných funkcí,
- (ii) obsah plochy ohraničené grafem funkce $g(x)$ a osou x na intervalu $[0, 1]$,
- (iii) obsah plochy mezi grafy funkcí $f(x)$ a $g(x)$,
- (iv) objem tělesa, které vznikne rotací grafu funkce $f(x)$ kolem osy x na intervalu, na kterém funkce $g(x)$ vytíná kus funkce $f(x)$,
- (v) obsah pláště tělesa, které vznikne rotací grafu funkce $g(x)$ kolem osy x na intervalu, na kterém funkce $f(x)$ vytíná kus funkce $g(x)$.

ŘEŠENÍ

- | | |
|---------------------------------------|---|
| 1. (i) 1 | (iv) $-\frac{1}{6}$ |
| (ii) 1 | (v) $e - \frac{1}{e}$ |
| (iii) $-\frac{21}{2}$ | (vi) $\frac{1}{12}$ |
| 2. (i) $\ln 2$ | (iv) 1 |
| (ii) $\frac{3e^4+1}{16}$ | (v) $\frac{1}{8}(e^2 + 3)$ |
| (iii) 1 | (vi) $1 - \frac{2}{e}$ |
| 3. (i) $\frac{7}{72}$ | (v) 4 |
| (ii) $\ln \frac{32}{27}$ | (vi) $\operatorname{arctg} \frac{2}{9}$ |
| (iii) $\frac{\pi}{4}$ | (vii) $\frac{4\sqrt{2}}{3} - \frac{2}{3}$ |
| (iv) $\frac{4}{3}$ | (viii) $\ln \sqrt{5}$ |
| 4. (i) $\frac{9}{2}$ | |
| (ii) 9 | |
| (iii) 1 | |
| 5. (i) 2π | |
| (ii) $\frac{9}{2}\pi$ | |
| (iii) $\frac{16}{15}\pi$ | |
| 6. (i) 2π | |
| (ii) $8\sqrt{2}\pi$ | |
| (iii) $5\sqrt{10}\pi$ | |
| 7. (i) $x_1 = 0, x_2 = 1$ | |
| (ii) $\int_0^1 x \, dx = \frac{1}{2}$ | |

$$(iii) \int_0^1 (x - x^2) dx = \frac{1}{6}$$

$$(iv) \pi \int_0^1 x^4 dx = \frac{\pi}{5}$$

$$(v) 2\pi \int_0^1 x\sqrt{2} dx = \pi\sqrt{2}$$

REFERENCE

DOŠLÁ, Z.: *Matematika pro chemiky*. 1. díl, 1. vyd. Brno: Masarykova univerzita 2010. ISBN 978-80-2105-263-5

ELIAŠ, J., HORVÁTH, J., KAJAN, J.: *Zbierka úloh z vyššej matematiky*. 2. díl, 5. vyd. Bratislava: Alfa 1979.

PETÁKOVÁ, J.: *MATEMATIKA - příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. Dotisk 1. vydání. Praha: Prometheus 2003. ISBN 80-7196-099-3