

1. Jsou dány funkce $f(x) = x - 1$, $g(x) = \sqrt{x}$ a $h(x) = x + 3$. Vytvořte složené funkce h_1 až h_4 a určete jejich definiční obory:

(i) $h_1(x) = (g \circ h \circ f)(x)$,

(ii) $h_2(x) = (f \circ h \circ g)(x)$,

(iii) $h_3(x) = f(g(h(x)))$,

(iv) $h_4(x) = h(g(f(x)))$.

2. Jsou dány funkce $f(x) = x^2 + 1$ a $g(x) = (x + 1)^2$. Vyjádřete předpis funkce $h(x) = f(g(x))$ a potom vypočítejte $h(-2)$.

3. U daných složených funkcí určete funkci vnější a funkci vnitřní:

(i) $5\sqrt{x}$

(ii) $\log x^2$

(iii) $\sqrt{5^x}$

(iv) $(x^2 + 1)^3$

4. Načrtněte grafy funkcí:

(i) $y_1 = \log_2 x$

(ii) $y_2 = \log_2(-x)$

(iii) $y_3 = \log_2(x + 2)$

(iv) $y_4 = \log_2(2 - x)$

(v) $y_5 = -\log_2(x)$

5. Načrtněte grafy funkcí:

(i) $y_1 = x^{-2}$

(ii) $y_2 = (x + 1)^{-2}$

(iii) $y_3 = x^{-2} + 1$

(iv) $y_4 = (-x)^{-3}$

(v) $y_5 = (x - 2)^{-3} - 2$

6. Načrtněte grafy funkcí:

(i) $y_1 = \cos(x)$

(ii) $y_2 = \cos(x + 1)$

(iii) $y_3 = \cos(x) - 2$

7. Rozhodněte, ke kterým z daných funkcí existuje funkce inverzní, určete ji a funkce graficky znázorněte:

(i) $y = 2x - 1$

(ii) $y = x^2 - 2x$

(iii) $y = 3^x$

(iv) $y = \log_{\frac{1}{2}} x$

(v) $y = \sqrt{x}$

- (vi) $y = \frac{1}{2}x^2 \wedge x \in \langle 0, \infty \rangle$
- (vii) $y = 2^{x-1} - 4$
- (viii) $y = e^x$

8. Určete limitu z grafu funkce:

- (i) $\lim_{x \rightarrow -2^+} \ln(x+2) - 3$
- (ii) $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1}{x+1}$
- (iii) $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1}{x+1}$
- (iv) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin x$
- (v) $\lim_{x \rightarrow \infty} e^x$
- (vi) $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \cot g x$

9. Vypočítejte limity ve vlastním bodě:

- (i) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x+3}{7}$
- (ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2+2x-1}{x+1}$
- (iii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x + \sin 2x}{x+1}$
- (iv) $\lim_{x \rightarrow 1} (\log_{10} 10x - \ln x)$

10. Vypočítejte limity v nevlastních bodech:

- (i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+5}{3x-6}$
- (ii) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+1}{x^2+x-2}$
- (iii) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+x^2}{x^2-1}$
- (iv) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+2}{x^2+3}$
- (v) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2-3}{x^3-3}$
- (vi) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4+3x^2+5}{3-x}$
- (vii) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4+2x-x^3+4x^4}{2+x^3-5x^4}$

11. Vypočítejte limity:

- (i) $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{2x+1}{x-5}$
- (ii) $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{2x+1}{x-5}$
- (iii) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x+1}{x-5}$
- (iv) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+3}{x}$

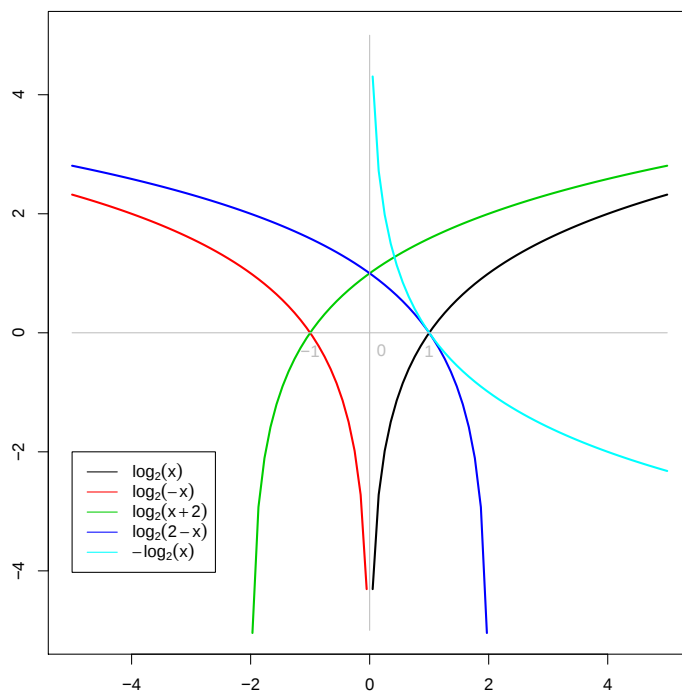
ŘEŠENÍ

1. (i) $h_1(x) = \sqrt{x+2}$, $D(h_1) = \langle -2, \infty \rangle$
(ii) $h_2(x) = \sqrt{x} + 2$, $D(h_2) = \langle 0, \infty \rangle$
(iii) $h_3(x) = \sqrt{x+3} - 1$, $D(h_3) = \langle -3, \infty \rangle$
(iv) $h_4(x) = \sqrt{x-1} + 3$, $D(h_4) = \langle 1, \infty \rangle$

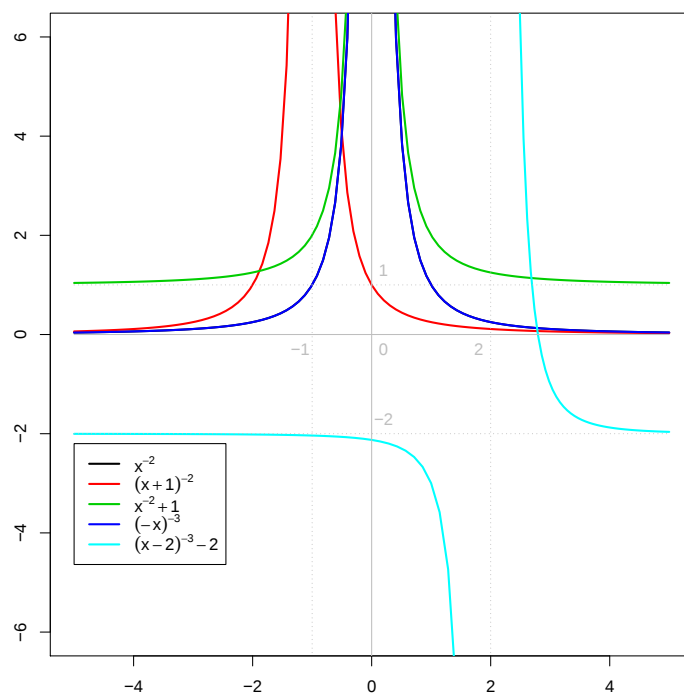
2. $h(x) = (x+1)^4 + 1$,
 $h(-2) = 2$

3. (i) vnější: $f(x) = 5^x$
vnitřní: $g(x) = \sqrt{x}$
(ii) vnější: $f(x) = \log x$
vnitřní: $g(x) = x^2$
(iii) vnější: $f(x) = \sqrt{x}$
vnitřní: $g(x) = 5^x$
(iv) vnější: $f(x) = x^3$
vnitřní: $g(x) = x^2 + 1$

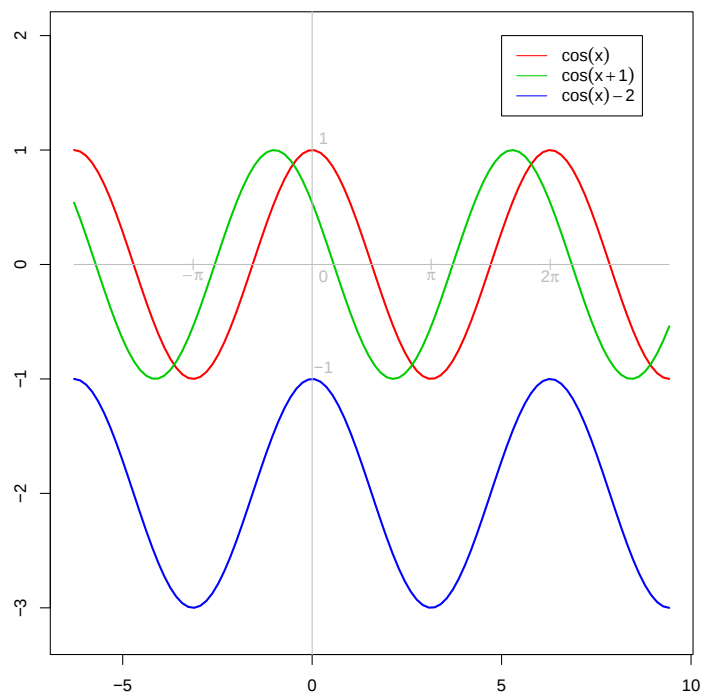
4.



5.

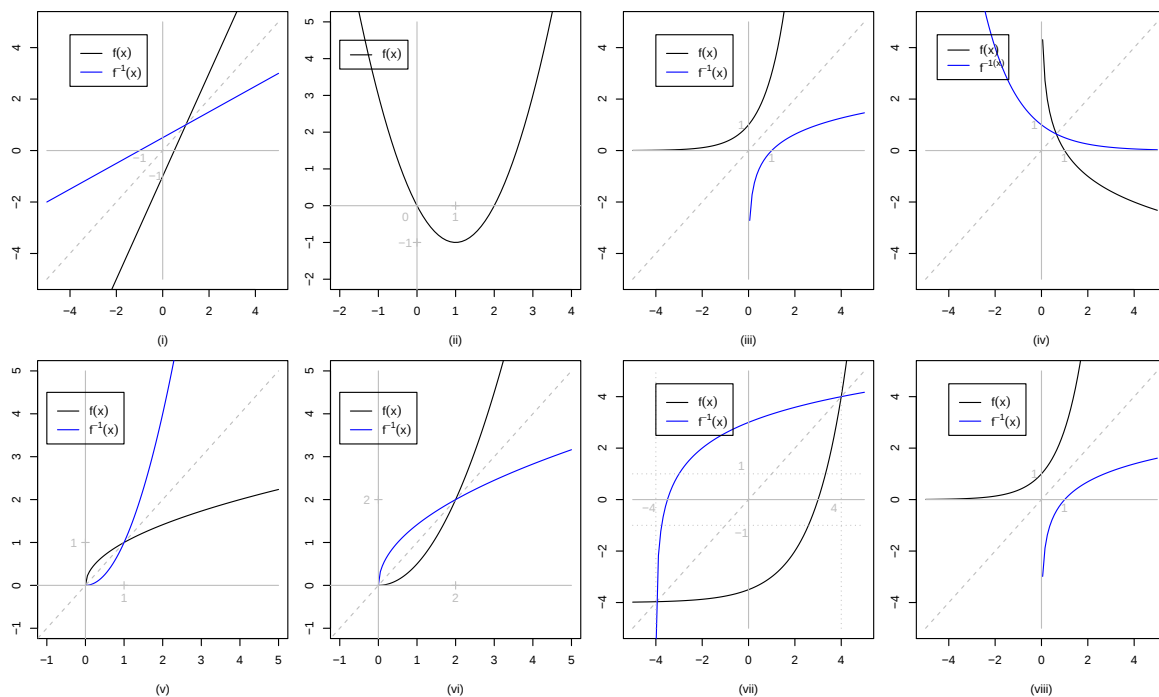


6.



7. (i) $f^{-1} : y = \frac{1}{2}(x+1)$
(ii) nelze, funkce není prostá v $\mathbb{R}$
(iii) $f^{-1} : y = \log_3 x$
(iv) $f^{-1} : y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

- (v) $f^{-1} : y = x^2, x \geq 0$
 (vi) $f^{-1} : y = \sqrt{2x}$
 (vii) $f^{-1} : y = \log_2(x+4) + 1$
 (viii) $f^{-1} : y = \ln x$



8. (i) $-\infty$
 (ii) $-\infty$
 (iii) ∞
 (iv) 0
 (v) ∞
 (vi) $-\infty$
9. (i) $\frac{8}{7}$
 (ii) -1
 (iii) 1
 (iv) 1
10. (i) $\frac{1}{3}$
 (ii) 3
 (iii) ∞
 (iv) 0
 (v) 0
 (vi) ∞

- (vii) $-\frac{4}{5}$
11. (i) ∞
- (ii) $-\infty$
- (iii) neexistuje
- (iv) ∞

REFERENCE

ELIAŠ, J., HORVÁTH, J., KAJAN, J.: *Zbierka úloh z vyššej matematiky*. 2. díl, 5. vyd. Bratislava: Alfa 1979.

PETÁKOVÁ, J.: *MATEMATIKA - příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. Dotisk 1. vydání. Praha: Prometheus 2003. ISBN 80-7196-099-3