

6. cvičení
SLOŽENÉ A ČLENĚNÉ PRUTY

Úvod

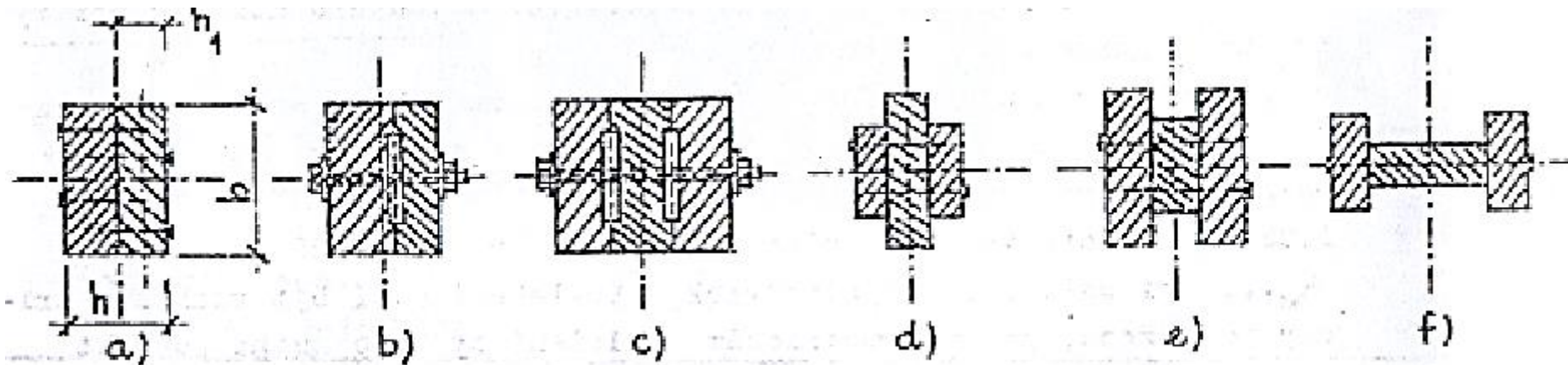
- Složené a členěné pruty – to je nejsložitější téma ve cvičení z předmětu Dřevěné konstrukce
- Prosím, nenechte se odradit délkou prezentace
- Snaha byla podat výklad co nejsrozumitelněji a poskytnout veškeré informace, které potřebujete pro návrh vazníku

Obsah prezentace

- Složené pruty
- Členěné pruty
- Hmotná a nehmotná osa
- Posouzení pro jednotlivé případy namáhání
- Vliv poddajnosti spojů
- Složené pruty – posouzení na vzpěr
- Členěné pruty – posouzení na vzpěr
- Zatížení na spojovací prostředky a rámové spojky
- **Složené a členěné pruty na řešeném vazníku**
- Příloha A
- Příloha B
- Příloha C

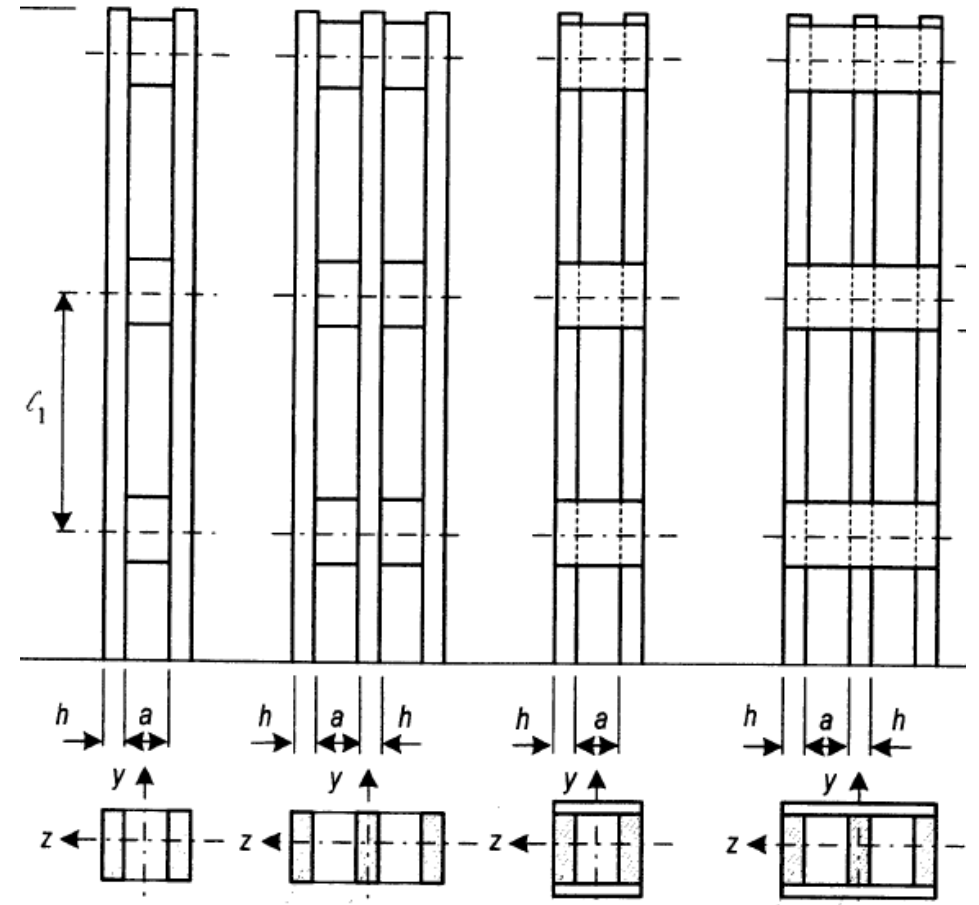
Složené pruty

- průřez je tvořen z více částí, které jsou spojeny pomocí mechanických spojovacích prostředků (hřebíky, kolíky, hmoždíky...)
- všechny části složeného prutu přejímají vnější zatížení → jsou na koncích připojeny nebo opřeny
- části složeného prutu jsou v kontaktu **po celé délce prutu** (bez mezer) – na rozdíl od členěného prutu



Členěné pruty

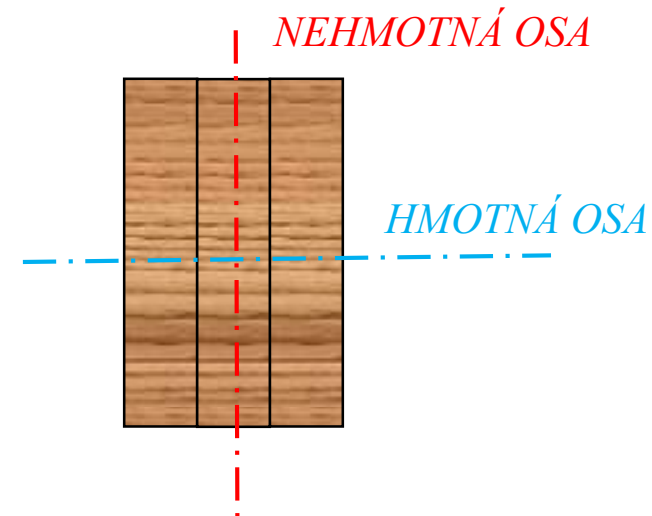
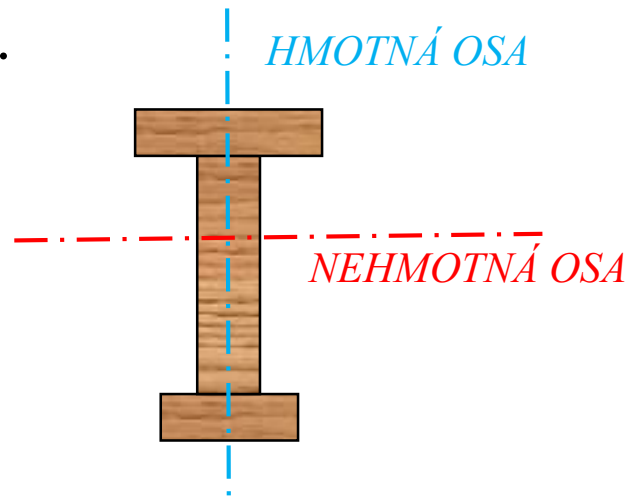
- průřez je tvořen z více částí (základní části), které jsou spojeny **pomocí vložek, rámových spojek nebo příhradovou soustavou**
- spojení mezi základními částmi a vložkami (rámovými spojkami či příhradovinou) je provedeno mechanickými spojovacími prostředky (hřebíky, kolíky, hmoždíky...)
- základní části členěných prutů = zatížené části = na koncích připojené či opřené



Hmotná a nehmotná osa

- při výpočtu u složených a členěných prutů rozlišujeme hmotnou a nehmotnou osu průřezu (hlavní osy setrvačnosti y, z)
- **hmotná osa** – prochází všemi částmi průřezu
- **nehmotná osa** – neprochází všemi částmi průřezu

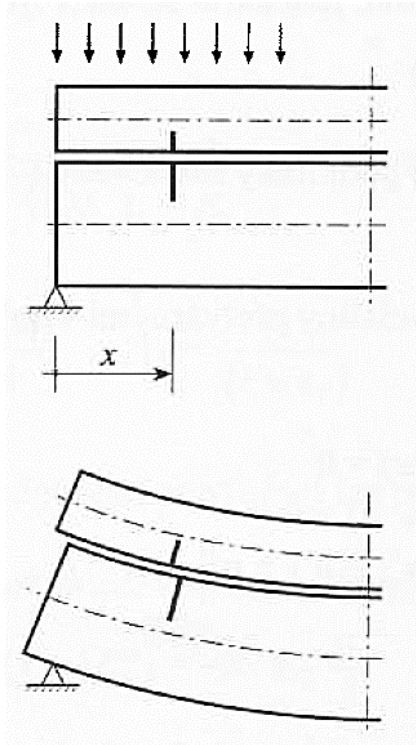
např.



Posouzení pro jednotlivé případy namáhání

- TAH – posoudí se stejně jako celistvý průřez → únosnost průřezu se určí jako součet únosností jednotlivých částí průřezu (základních částí průřezu)
- SMYK – dtto
- OHYB
 - kolem osy hmotné → posoudí se stejně jako celistvý průřez o ploše A_{tot} (celková plocha průřezu)
 - kolem osy nehmotné → projeví se vliv poddajnosti spojů
- TLAK
 - prostý tlak** → posoudí se stejně jako celistvý průřez o ploše A_{tot} (celková plocha průřezu)
 - vzpěr**
 - vybočení kolmo k ose hmotné → posoudí se stejně jako celistvý průřez o ploše A_{tot} (celková plocha průřezu)
 - vybočení kolmo k ose nehmotné → projeví se vliv poddajnosti spojů

Vliv poddajnosti spojů



- každý jednotlivý spojovací prostředek mezi částmi průřezu je namáhán stříhovou silou → je vystaven posunutí
- závislost mezi vzájemným posunutím částí průřezu a příslušnou silou je vyjádřena modulem posunutí (modulem prokluzu) K_{ser}

K_{ser} ... modul prokluzu [N/mm] (vztahy pro výpočet podle typu spoje – viz Příloha A této prezentace)

K_u ... okamžikový modul prokluzu [N/mm]

$$K_u = \frac{2}{3} K_{ser}$$

- vliv poddajnosti spojů se ve výpočtu zohlední zavedením tzv. **účinné ohybové tuhosti** $(EI)_{ef}$

Výpočet účinné ohybové tuhosti $(EI)_{ef}$ [ČSN1995-1-1, příloha B.2]

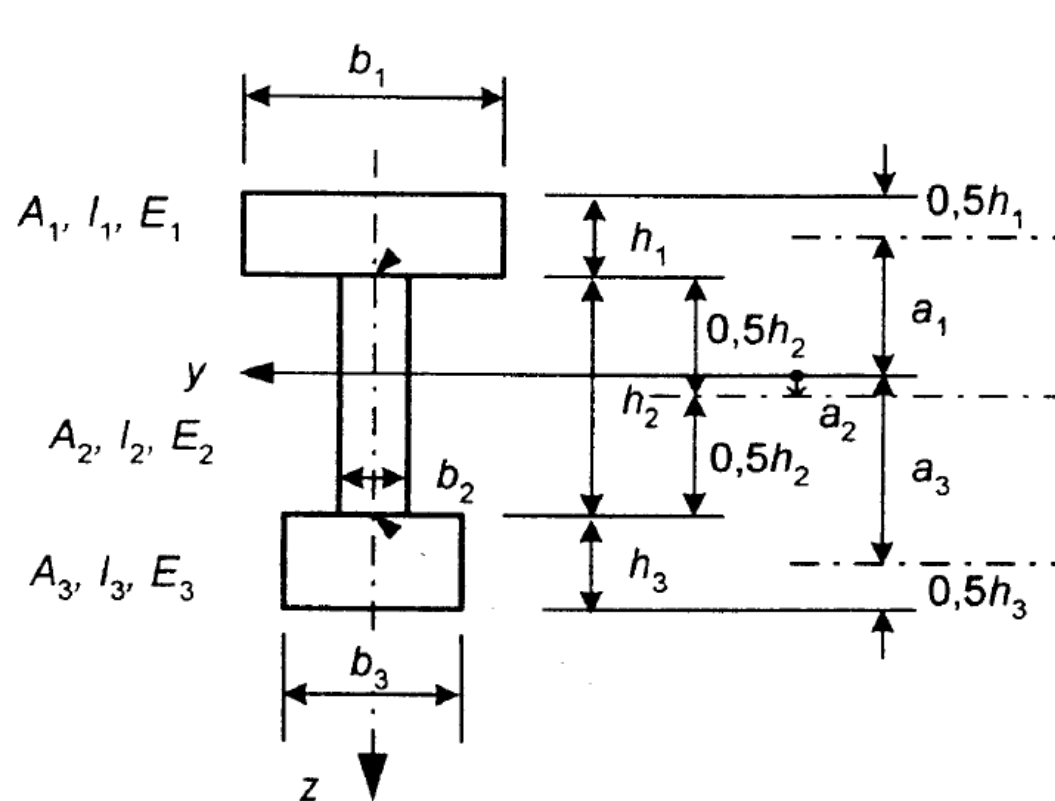
$$(EI)_{ef} = \sum_{i=1}^3 (E_i I_i + \gamma_i E_i A_i a_i^2)$$

$$E_i = E_{i,mean} \quad (\text{průměrná hodnota})$$

$$I_i = \frac{1}{12} b_i h_i^3$$

$$\gamma_i = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E_{0,05} \cdot A_i \cdot s_i}{K_{u,i} \cdot L_{cr,z}^2}} \quad \text{pro } i = 1 \text{ a } i = 3$$

$$\gamma_2 = 1 \quad \text{střední část průřezu (kterou prochází nehmotná osa)} \rightarrow \text{prokluz se neprojeví}$$



Výpočet účinné ohybové tuhosti $(EI)_{\text{ef}}$

[ČSN1995-1-1, příloha B.2]

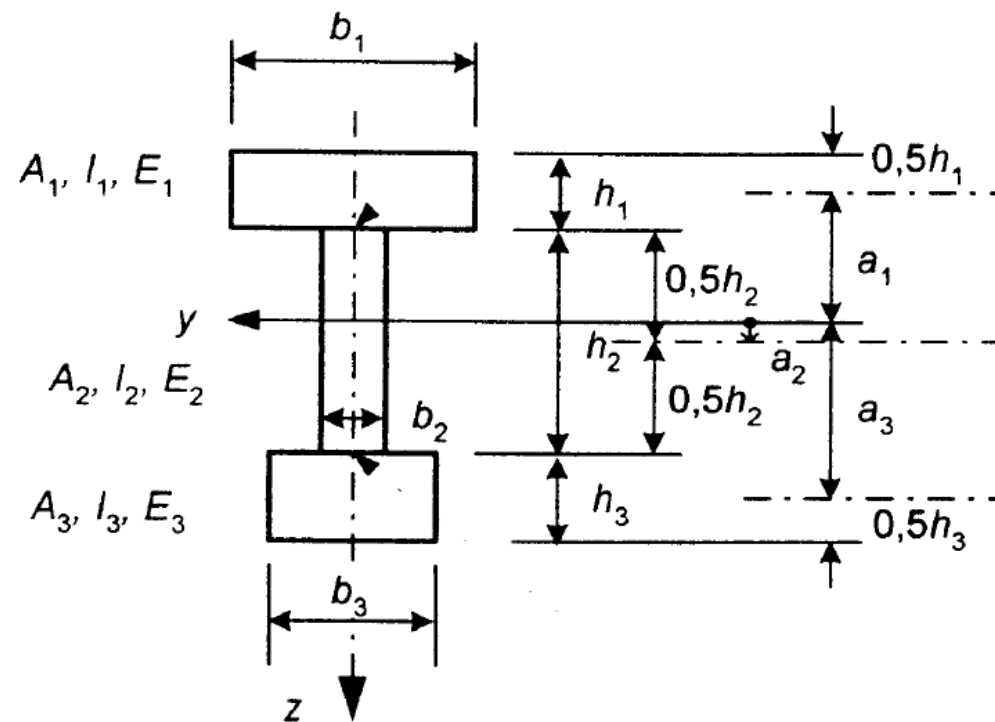
A_i - plocha dílčí části průřezu

a_i - vzdálenost těžištní osy dílčí části od osy
celého průřezu, viz obr.

spočítáme a_2 dle vzorce B.6 z normy

a_1, a_3 dopočítáme podle a_2

$$a_2 = \frac{\gamma_1 E_1 A_1 (h_1 + h_2) - \gamma_3 E_3 A_3 (h_2 + h_3)}{2 \sum_{i=1}^3 \gamma_i E_i A_i} \quad (\text{B.6})$$

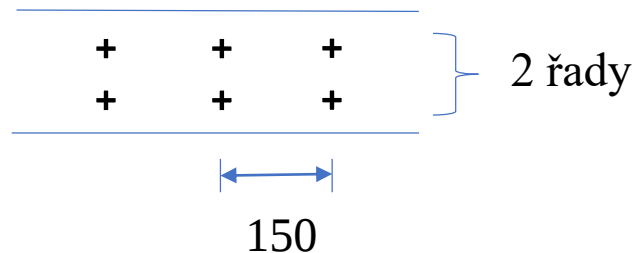


Výpočet účinné ohybové tuhosti $(EI)_{ef}$ [ČSN1995-1-1, příloha B.2]

s_i - ekvivalentní rozteč spojovacích prostředků

$$s_i = \frac{\text{vzdálenost hřebíků}}{\text{počet řad}}$$

např.



$$s_i = \frac{150}{2} = 75$$

$K_{u,i}$ – modul prokluzu

$$K_u = \frac{2}{3} K_{ser}$$

pro výpočty MSP (průhyb) se použije K_{ser} ($K_u = K_{ser}$)

pro hřebíky bez předvrtání:

$$K_{ser} = \rho_m^{1,5} \cdot \frac{d^{0,8}}{30}$$

ρ_m – průměrná hustota dřeva, v kg/m^3

d – průměr hřebíku, v mm

Složené pruty – posouzení na vzpěr

- vybočení **kolmo k ose hmotné**: posoudí se stejně jako celistvý průřez o ploše A_{tot} (celková plocha průřezu)
- vybočení **kolmo k ose nehmotné**: výpočet se zahrnutím vlivu poddajnosti spojů
 - výpočet dle ČSN 1995-1-1, Příloha C
 - pro výpočet platí následující předpoklady:
 - ❖ tlačené pruty jsou kloubově uloženy a mají délku l
 - ❖ jednotlivé části jsou po délce z jednoho kusu
 - ❖ zatížení je osová síla F_c působící v těžišti průřezu

Složené pruty – posouzení na vzpěr - vybočení kolmo k ose nehmotné

- účinný štíhlostní poměr (efektivní štíhlost) λ_{ef}

$$\lambda_{ef} = l \sqrt{\frac{A_{tot}}{I_{ef}}}$$

l - kritická délka

tady je zohledněna poddajnost
spojení prostřednictvím součinitele γ

I_{ef} - efektivní moment setrvačnosti $I_{ef} = \frac{(EI)_{ef}}{E_{mean}}$

průměrná hodnota

- po výpočtu λ_{ef} pokračujeme dále jako u celistvého průřezu – tj. $\lambda_{rel} = \frac{\lambda_{ef}}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}}$

$\rightarrow k \rightarrow k_c \rightarrow$ posouzení

5% kvantil

Členěné pruty - posouzení na vzpěr

- vybočení kolmo k ose hmotné: posoudí se stejně jako celistvý průřez o ploše A_{tot} (celková plocha průřezu)
- vybočení kolmo k ose nehmotné: výpočet se zahrnutím vlivu poddajnosti spojů
 - výpočet dle ČSN 1995-1-1, Příloha C
 - pro výpočet platí následující předpoklady:
 - ❖ průřez je složen ze 2, 3 nebo 4 dříků (základních částí)
 - ❖ průřez je symetrický podle obou os
 - ❖ dříky jsou spojeny alespoň na koncích a ve třetinách
 - ❖ volná vzdálenost mezi dříky není větší než $3 \times b$ tj. $a \leq 3b$
 - ❖ délka vložky $l_2/a \geq 1,5$
 - ❖ v každé střižné ploše jsou alespoň 4 hřebíky
 - ❖ zatížení působí centricky

Členěné pruty - posouzení na vzpěr - vybočení kolmo k ose nehmotné

vybočení kolmo k ose nehmotné

- vliv smykových sil na zvětšení průhybu + vliv poddajnosti spojení dílčích dříků jsou vyjádřeny zvýšením štíhlosti → místo λ použijeme do výpočtu poměrné štíhlosti λ_{ef}

$$\lambda_{ef} = \sqrt{\lambda^2 + \eta \cdot \frac{n}{2} \cdot \lambda_1^2}$$

λ – štíhlost pro celistvý prut s A_{tot} , I_{tot} (vypočítané podle Přílohy B této prezentace)

$$\lambda_1 = \sqrt{12} \cdot \frac{l_1}{h}$$

l_1, h - viz Příloha C této prezentace

$$\lambda = l \cdot \sqrt{\frac{A_{tot}}{I_{tot}}}$$

A_{tot}, I_{tot} - viz Příloha B této prezentace

n - počet dříků

η – součinitel podle tab. C.1 (viz Příloha B)

Členěné pruty - posouzení na vzpěr - vybočení kolmo k ose nehmotné

vybočení kolmo k ose nehmotné

- dále se postupuje analogicky jako u celistvého prutu:
- λ_{ef} dosadíme do výpočtu poměrné štíhlosti

$$\lambda_{rel} = \frac{\lambda_{ef}}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}}$$

$\rightarrow k \rightarrow k_c \rightarrow$ posouzení

Zatížení na spojovací prostředky a rámové spojky

- při vybočování kolmo na nehmotnou osu
- u dřevěných členěných prutů lze obvykle předpokládat „tuhé“ rámové spojky
- příčná smyková síla V_d vznikající při vybočování prutu kolmo na osu nehmotnou se stanoví podle λ_{ef} , jako určitá část osově síly $F_{c,d}$

$$V_d = \begin{cases} \frac{F_{c,d}}{120 k_c} & \text{pro } \lambda_{ef} < 30 \\ \frac{F_{c,d} \lambda_{ef}}{3600 k_c} & \text{pro } 30 \leq \lambda_{ef} < 60 \\ \frac{F_{c,d}}{60 k_c} & \text{pro } 60 \leq \lambda_{ef} \end{cases}$$

SLOŽENÉ A ČLENĚNÉ PRUTY NA ŘEŠENÉM VAZNÍKU

- **HORNÍ PÁS** – složený průřez



konstrukčně: střední část bude přerušena vždy v místě připojení svislic a diagonál

- namáhaný **tlakem** (případně tahem od kombinace se sáním větru)

- navrhnout tak, aby byla rezerva v posudku minimálně 20%!! (rezerva na přidavné namáhání od excentricity spojů, H.P. je součástí ztužidla...)

- spojení jednotlivých částí průřezu: uvažujeme hřebíky průměru 4,5 mm,

2 – 4 kusy na výšku, vzdálenost 150 – 200 mm

vzpěrné délky:

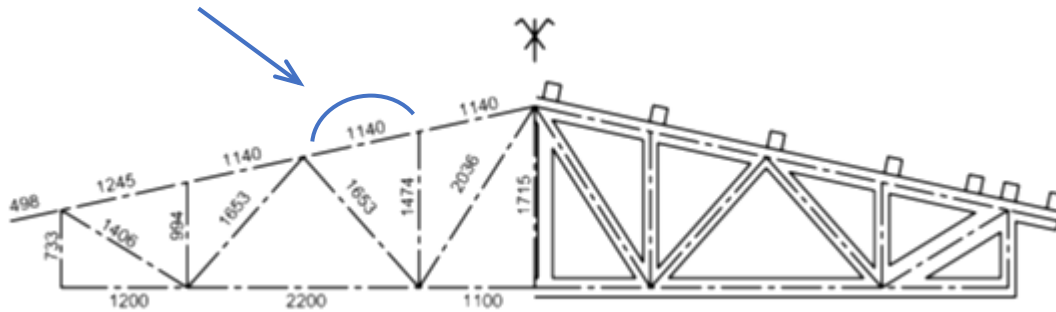
pro vybočení **v rovině vazníku** (kolmo k ose hmotné) je vzpěrná délka dána vzdáleností mezi styčníky

pro vybočení **z roviny vazníku** (kolmo k ose nehmotné) je vzpěrná délka dána uspořádáním příčných ztužidel

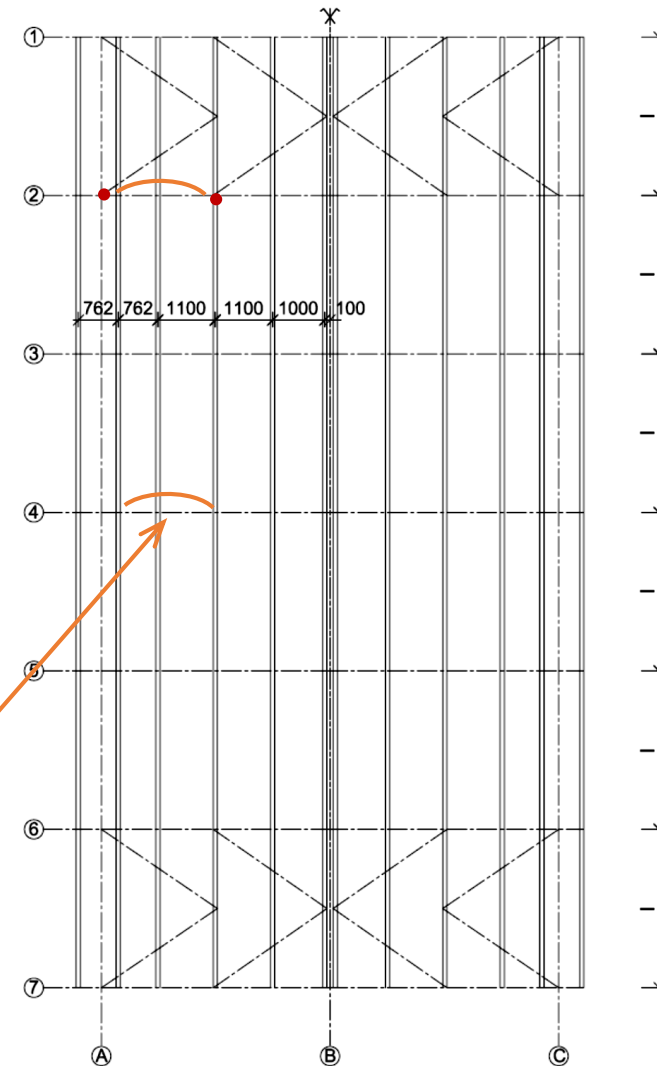
SLOŽENÉ A ČLENĚNÉ PRUTY NA ŘEŠENÉM VAZNÍKU

- **HORNÍ PÁS** – vzpěrné délky

vzpěrná délka pro vybočení
v rovině vazníku:
vzdálenost mezi styčníky



vzpěrná délka pro vybočení z roviny vazníku:
vzdálenost mezi body zajištěnými příčným
ztužidlem
(podobu ztužidla je nutno si předběžně navrhnout)



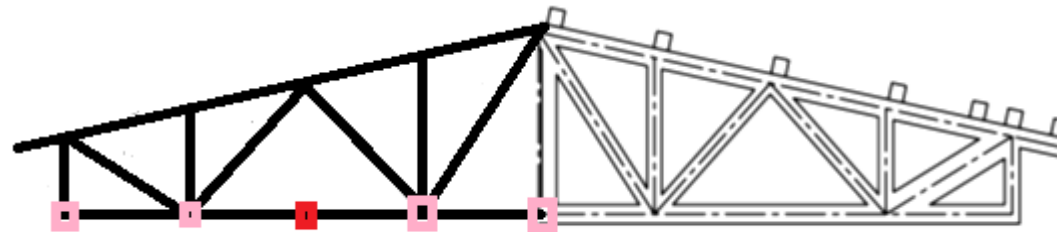
SLOŽENÉ A ČLENĚNÉ PRUTY NA ŘEŠENÉM VAZNÍKU

- **DOLNÍ PÁS** – členěný průřez



namáhaný tahem (případně i tlakem
– v kombinaci se sáním větru)

- při posudku na **tah** – **plocha oslabená** svorníkem M12 – M16 (stejně jako u tažené diagonály)
- při posudku na **tlak**: připojované pruty uvažujeme jako vložku
- pokud to nebude vycházet – pak je nutno umístit další vložky do polovin příhrady, případně do třetin –podle potřeby



- navrhnout tak, aby byla rezerva v posudku minimálně 20%!! (rezerva na přídatné namáhání od excentricity spojů)

SLOŽENÉ A ČLENĚNÉ PRUTY NA ŘEŠENÉM VAZNÍKU

- **DOLNÍ PÁS** – členěný průřez

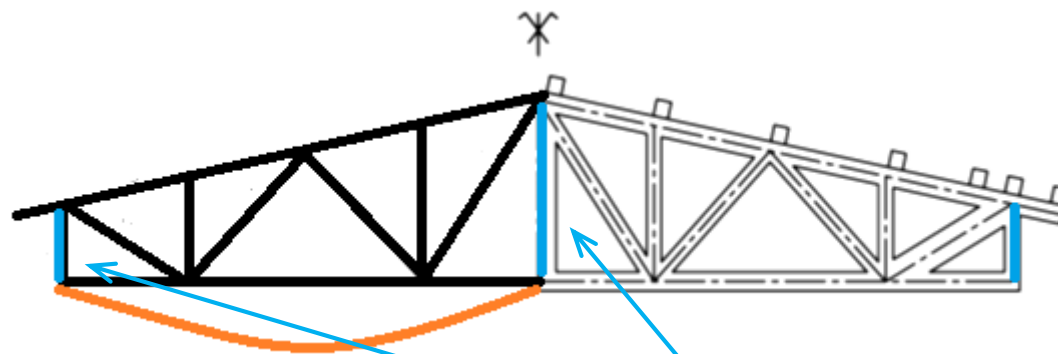


-vzpěrné délky:

pro vybočení **v rovině vazníku** (kolmo k ose hmotné) je vzpěrná délka dána vzdáleností mezi styčníky

pro vybočení **z roviny vazníku** (kolmo k ose nehmotné) je vzpěrná délka dána uspořádáním podélných ztužidel

vzpěrná délka pro vybočení **z roviny vazníku**:
vzdálenost mezi body zajištěnými podélným
ztužidlem



uvažovaná poloha
podélných
ztužidel

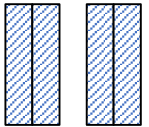
SLOŽENÉ A ČLENĚNÉ PRUTY NA ŘEŠENÉM VAZNÍKU

- **PODPOROVÁ SVISLICE**

- průřez vychází z konstrukčního uspořádání
 - namáhaná **tlakem** (případně malým tahem od kombinace se sáním větru)
 - **vzpěrné délky**: pro oba směry vybočení je vzpěrná délka rovna skutečné délce
 - navrhnete jednu ze tří možností:
 1. celistvý průřez – pokud vychází na MSÚ, je možno jej použít, ale je nutné si  předem zakreslit detail připojení podporové svislice, diagonály a horního pásu, jestli nedojde ke kolizi s diagonálou a jestli bude dost prostoru na hřebíkový spoj diagonály
- ...další možnosti následují...

SLOŽENÉ A ČLENĚNÉ PRUTY NA ŘEŠENÉM VAZNÍKU

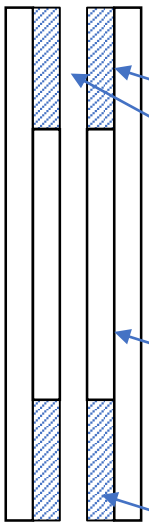
• **PODPOROVÁ SVISLICE**



2. složený průřez – dva složené průřezy (každý ze dvou částí)

- vnitřní části jsou u styčnicku opřeny o horní či dolní pás, vnější části ve styčnicku překrývají horní (dolní) pás, umožňují hřebíkové spojení a zároveň

zavedení první diagonály do styčnicku



horní pás

prostor pro diagonálu

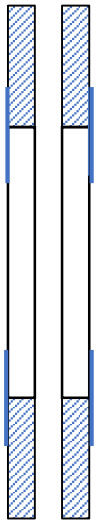
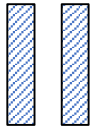
podporová svislice

dolní pás

- posuzuje se jako dva složené průřezy

SLOŽENÉ A ČLENĚNÉ PRUTY NA ŘEŠENÉM VAZNÍKU

• PODPOROVÁ SVISLICE



3. dvojice fošen – dva celistvé průřezy

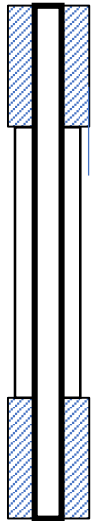
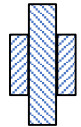
- lze použít **pouze** pokud je svislice namáhána výhradně tlakem (i v kombinaci se sáním větru) – není za žádných okolností tažená

- osová síla ve svislici se rozdělí na poloviny a každá část průřezu se počítá jako celistvý prut na polovinu síly

spojovací prostředky typu sponka, skoba – nemají nosnou funkci, jen konstrukčně

SLOŽENÉ A ČLENĚNÉ PRUTY NA ŘEŠENÉM VAZNÍKU

- **DIAGONÁLA**



- pokud nevychází ze statického nebo z konstrukčního hlediska celistvý průřez, je potřeba navrhnout diagonálu s příložkami → řeší se jako složený průřez

SLOŽENÉ A ČLENĚNÉ PRUTY NA ŘEŠENÉM VAZNÍKU

ÚKOLY Z DNEŠNÍHO CVIČENÍ

- navrhnout a posoudit průřez **horního pásu** (jako složený průřez), na vzpěrný tlak (případně na tah)
- navrhnout a posoudit průřez **dolního pásu** (jako členěný), na tah (případně na vzpěrný tlak)
- navrhnout posoudit průřez **podporové svislice**
- pokud nevychází celistvý průřez diagonály, navrhnout a posoudit diagonálu s příložkami

Příloha A – Vztahy pro výpočet prokluzu spoje K_{ser}

Tabulka 7.1 – Hodnoty K_{ser} pro spojovací prostředky a hmoždíky v N/mm ve spojih dřevo-dřevo a deska na bázi dřeva-dřevo

Typ spojovacího prostředku	K_{ser}
Kolíky Svorníky s nebo bez vůle ^a Vruty Hřebíky (s předvrtáním)	$\rho_m^{1,5} d/23$
Hřebíky (bez předvrtání)	$\rho_m^{1,5} d^{0,8}/30$
Sponky	$\rho_m^{1,5} d^{0,8}/80$
Prstencový hmoždík typu A podle EN 912 Talířový hmoždík typu B podle EN 912	$\rho_m d/2$
Zazubené hmoždíky:	
– Hmoždíky typu C1 až C9 podle EN 912	$1,5 \rho_m d/4$
– Hmoždíky typu C10 až C11 podle EN 912	$\rho_m d/2$
^a Vůle se má přidat k přetvoření odděleně.	

Příloha B – Výpočet účinné štíhlosti pro členěné pruty

Členěné pruty s krátkými vložkami nebo rámovými spojkami

účinná štíhlost: $\lambda_{\text{ef}} = \sqrt{\lambda^2 + \eta \cdot \frac{n}{2} \cdot \lambda_1^2}$

kde $\lambda = l \sqrt{\frac{A_{\text{tot}}}{I_{\text{tot}}}}$ je štíhlost celistvého prutu; $\lambda_1 = \sqrt{12} \cdot \frac{l_1}{h} \geq 30$ je štíhlost dříku; n = počet dříků

	pro dva dříky	pro tři dříky
Celková plocha průřezu	$A_{\text{tot}} = 2A$	$A_{\text{tot}} = 3A$
Celkový moment setrvačnosti	$I_{\text{tot}} = \frac{b \cdot [(2h + a)^3 - a^3]}{12}$	$I_{\text{tot}} = \frac{b \cdot [(3h + 2a)^3 - (h + 2a)^3 + h^3]}{12}$

Tabulka C.1 – součinitel η

	Krátké vložky			Rámové spojky	
zatížení	lepidlo	hřebíky	svorníky	lepidlo	hřebíky
stálé / dlouhodobé	1	4	3,5	3	6
střednědobé / krátkodobé	1	3	2,5	2	4,5

Příloha C – Členěné pruty

Obrázek je z normy
ČSN 1995-1-1.

Hmotná osa je zde
označena jako z ,
nehmotná osa jako y .

