Ve všech příkladech berte ***tíhové zrychlení*** rovno $10ms^{-2}$.

1. Hmotný bod se pohybuje rychlostí $5ms^{-2}t\vec{\imath} + 5ms^{-4}t^3\vec{\jmath} + 5mst^{-2}\vec{k}$. V čase $3s$ má polohu $1m\vec{\imath} - 3m\vec{k}$. Napište rovnici polohy a zrychlení. Určete rychlost v čase $2s$.

2. Hmotný bod se pohybuje podél osy *x* a jeho poloha je vyjádřena rovnicí: $x = 4m - 27ms^{-1}t + 1ms^{-3}t^3$. Jaké znaménko má jeho zrychlení, pohybuje-li se hmotný bod v kladném směru osy *x* a velikost jeho rychlosti roste? Je v některém okamžiku rychlost hmotného bodu nulová?

3. Polohový vektor má rovnici $\vec{r}(t) = 2t^2ms^{-2}\vec{\imath} + 3t^3ms^{-3}\vec{\jmath} - 5tms^{-1}\vec{k}$. Určete dráhu, rychlost a zrychlení v čase t = 5s.

4. Okamžitá poloha hmotného bodu je popsána funkcemi: $x = -0{,}31t^2 + 7{,}2t + 28$, $y = 0{,}22t^2 - 9{,}1t + 30$. Určete velikost polohového vektoru v okamžiku $t = 15s$. Určete velikost rychlosti a zrychlení hmotného bodu v okamžiku t=15s.

5. Americký atlet Randy Barnes je olympijský vítěz a dosud držitel světového rekordu ve vrhu koulí z roku 1990, tento výkon měří $23{,}12m$. Let koule trval $1{,}9s$ a koule vážila $7260g$. Určete, pod jakým úhlem byla koule vrhnuta, jakou rychlostí a jakou maximální výšku koule dosáhla?

6. Pirátská loď je zakotvena 560m od pobřežní pevnosti, která chrání vjezd do ostrovního přístavu. Obránci mají k dispozici dělo umístěné v úrovni mořské hladiny, které může vystřelit náboj rychlostí 82 ms-1. Pod jakým elevačním úhlem musí být nastavena hlaveň, aby náboj pirátskou loď zasáhl? Jak dlouho náboj poletí? V jaké vzdálenosti od pevnosti již bude pirátská loď mimo dostřel?

7. Volně padající těleso má v bodě A rychlost $3{,}0ms^{-1}$, v níže položeném bodě B rychlost $7{,}0ms^{-1}$. Zjistěte, za jaký čas spadne o vzdálenost AB. Jaká je vzdálenost bodů A a B? Jakou rychlostí těleso dopadne, pokud jeho pohyb z bodu B na zem trvá ještě $2s$.

8. Těleso bylo vrženo šikmo vzhůru počáteční rychlostí $v_0 = 30ms^{-1}$ pod elevačním úhlem $50°$. Určete jeho polohu v čase $t = 1{,}5s$. Jakou největší výšku při tom dosáhne?

9. Setrvačník se otáčí, je kompenzován a začne se pohybovat podle rovnice: $\varphi = \frac{1}{3}\pi t^2 - \frac{7}{3}\pi t + 6\pi$ Napište rovnici úhlové rychlosti a zjistěte, za jaký čas projde pohyb v rovnoměrný otáčivý s úhlovou rychlostí $\omega = \pi$.

10. Basketbalový míč o hmotnosti $600g$, dopadl na zem rychlostí $5{,}5ms^{-1}$ a odrazil se rychlostí $5{,}3ms^{-1}$ zpátky. Jakou silou na něj působila podlaha haly, pokud odraz trval $0{,}005\ s$.

11. Akční hrdina (hmotnost $80kg$) skočí při honičce v bývalém podzemním dole na zlato rychlostí $6ms^{-1}$ (ve vodorovném směru) na stojící nezabrzděný kolový vozík o hmotnosti $150kg$. Urči, jakou rychlostí se vozík s hrdinou rozjede.

12. Hmotný bod o hmotnosti m se začne v určitém okamžiku pohybovat směrem dolů po nakloněné rovině s úhlem sklonu α s počáteční rychlostí v_0. Součinitel tření mezi nakloněnou rovinou a hmotným bodem je f. Určete závislost polohy a rychlosti na čase.

13. Jakou práci vykonáme, posuneme-li rovnoměrným pohybem těleso o hmotnosti $20kg$ do vzdálenosti $5m$ vzhůru po nakloněné rovině, která svírá s vodorovnou rovinou úhel $30°$? Součinitel smykového tření mezi tělesem a rovinou je $0{,}2$.

14. Určete kinetickou energii prázdné láhve vyhozené z okna vlaku jedoucího rychlostí $90kmh^{-1}$ vzhledem:

a) ke vlaku

b) ke kolejím

c) ke vlaku, jedoucímu stejnou rychlostí v protisměru

Rychlost, kterou cestující láhev vyhodil, považujeme vzhledem k rychlostem vlaku za zanedbatelně malou. Hmotnost prázdné pivní láhve je $340g$.

15. Ve třídě, jejíž podlaha se nachází $8m$ nad zemí, zvedl učitel ze stolu vysokého $80cm$ míč o hmotnosti $350g$ do výšky $60cm$ nad stůl. Určete potenciální energii míče.

16. Míček z pryže (hopík) jsme hodili na zem z výšky $100cm$. Z ruky nám vyletěl rychlostí $5ms^{-1}$. Do jaké výšky se odrazil od země, pokud srážka míčku se zemí byla dokonale pružná? Tíhového zrychlení uvažujme $10ms^{-2}$.

17. Čerpadlo odčerpává vodu z dolu z hloubky h a na povrchu ji vypouští rychlostí o velikosti v. Za dobu t se odčerpá voda o hmotnosti m. Pětina vynaložené práce se spotřebuje na překonávání třecích sil. Určete výkon čerpadla. Dosaďte hodnoty: $h = 100m, v = 30kmh^{-1}, t = 10s, m = 30kg$.

18. O kolik procent „nabere“ koule na konci kopce vyšší rychlost, ze kterého sjíždí, než válec? Odpor prostředí zanedbejte. (koule - $J = \frac{2}{5}mR^2$; válec - $J = \frac{1}{2}mR^2$)

19. Koule o poloměru $R = 1m$ se valí po rovině. Před ní je kopeček o výšce $4m$. Jak rychle se musí pohybovat těžiště koule, ab vyjela kopeček? Odpor prostředí zanedbejte. (koule - $J = \frac{2}{5}mR^2$)

20. Střela o hmotnosti m zasáhne balistické kyvadlo délky L, hmotnosti M a uvízne v něm. Kyvadlo se vychýlí o úhel α z rovnovážné polohy. Určete velikost rychlosti střely.

21. Bruslař o hmotnosti $70kg$ stojí na bruslích na hladkém ledu. Do pohybu se uvede tím, že ve vodorovném směru odhodí před sebe sněhovou kouli o hmotnosti $3kg$, rychlostí o velikosti $8ms^{-1}$. Do jaké vzdálenosti bruslař po odhození koule odjede? Součinitel tření mezi ledem a bruslemi je $0{,}02$.

22. Na vzduchové dráze se srazí vozík dokonale pružně s druhým vozíkem, který byl do srážky v klidu. Po srážce se oba vozíky pohybují stejně velkými rychlostmi opačným směrem. Určete poměr hmotností obou vozíku. (uvažujte pohyb po přímce)

23. Stavební panel má rozměry $2{,}4m\ x\ 1{,}2m$ a tloušťku $15cm$. Je vyroben z betonu vyztuženého ocelovými pruty tak, že střední hustota materiálu j $3000kgm^{-3}$. Ve směru své tloušťky je odlehčen pěti otvory o průměru $60mm$.

a) Určete objem panelu a jeho hmotnost.

b) Jak velkou silou musí jeřáb panel zvedat?

c) Jakou práci vykoná jeřáb, když panel zvedne ze země do výšky $42m$?

d) Jak dlouho trvá zvedání panelu, je-li rychlost zvedání $0{,}25ms^{-1}$. Jaký je v tomto případě výkon jeřábu?

e) Použité elektromotory mají účinnost 70%. Jaký musíme zajistit příkon pro zvedání panelu?

24. Dvě koule o hmotnosti m_1 a m_2 se pohybují proti sobě po stejné přímce a srazí se. Srážka je dokonale nepružná (pohybují se dále společně). Kinetická energie první koule je dvacetkrát větší než kinetická energie druhé koule. Je možné, aby se koule po srážce pohybovaly ve směru pohybu koule s menší kinetickou energií? Co musí být splněno?

25. Chlapci Tomáš a Petr sáňkovali na kopci v dobách, kdy ještě byl sníh. Sáňky i s nimi měly hmotnost $87kg$. Aby jeli co nejrychleji, vždy se bahoře rozběhli, naskočili na sáňky a jeli dolů. Počáteční rychlost sáněk už s Tomášem a Petrem je $7kmh^{-1}$. Kopec byl vysoký $15m$. Předpokládejte, že chlapci nebrzdí a tření sáněk zanedbejte a ani odpor vzduchu neuvažujte. Jak velkou rychlost mají sáňky s Tomášem a Petrem na úpatí kopce?

26. Auto o hmotnosti $1200kg$ má motor o výkonu $66kW$. V jakém největším stoupání je schopno udržet rychlost $72kmh^{-1}$?

27. Oblíbeným termínem je „srážka s blbcem“. Představte si tedy blbce o hmotnosti $80kg$ spěchajícího rychlostí $10kmh^{-1}$. Jakou velikost a směr bude mít vaše rychlost po této srážce? Jak velké budou ztráty mechanické energie, ke kterým při srážce dojde? Předpokládejte, že jste před srážkou stáli na místě. Srážka je ideálně nepružná. Počítejte s vlastní hmotností.

28. Po nakloněné rovině o délce $5m$ se začne valit bez prokluzování válec tak, že jeho těžiště sníží svoji polohu o $1m$. Určete velikost rychlosti, s níž se těleso pohybuje na konci daného úseku.

29. Plocha příčného průřezu lodě ve výšce vodní hladiny (plocha dna lodě) je $4000m^2$. Po naložení nákladu se ponor zvětšil o $1{,}5m$. Jaká je hmotnost nákladu, jestliže hustota mořské vody je $1020kgm^{-3}$.

30. V širší části trubice o průřezu $4cm^2$ proudí voda rychlostí $0{,}2ms^{-1}$ při výšce sloupce v tlakoměrné trubici $h_1 = 20cm$. Do jaké výšky vystoupí voda v tlakoměrné trubici v užší části trubice o průřezu $2cm^2$.

31. Hadice o průřezu $4cm^2$ umístěná na stojanu ve výšce $2m$ nad zemí je ukončena tryskou o průřezu $2cm^2$. hadicí proudí $2l$ vody za sekundu.

a) Jakou rychlostí opouští voda trysku?

b) V jaké vodorovné vzdálenosti od ústí trysky bude dopadat voda na povrch Země?

32. Plovací bójky tvaru válce, které se používají jako součást dělících lan v bazénech, jsou vyrobeny z hostalenu (polyetylen s vysokou hustotou). Bójky jsou ve vodě ponořeny tak, že nad hladinu vyčnívá pouze 1/10 jejich průměru. Průměr bójky je $d = 75mm$, délka bójky je $l = 85mm$, hustota vody je $\rho_v = 1000kgm^{-3}$. Určete hustotu hostalenu a hmotnost jedné bójky.

33. V kabině výtahu visí matematické kyvadlo, jehož perioda je $T_1 = 1s$. Když se kabina pohybuje se stálým zrychlením, kyvadlo kmitá s periodou $T_2 = 1{,}2\ s$. Určitě velikost zrychlení kabiny.

34. Hmotný bod koná harmonický pohyb určen rovnicí $y = 5sin(6\pi t)cm$. V jakém čase je jeho kinetická energie třikrát větší než potenciální energie?

35. Nafta ($\rho = 830kgm^{-3}$) je dopravována potrubím o průměru $40cm$ rychlostí $1{,}5ms^{-1}$. Určete:

a.) hydrodynamický tlak v potrubí

b.) hmotnost nafty přepravené za 1 hodinu