

Prostý kružnicový oblouk

Prostý kružnicový oblouk se používá buď jako samostatné řešení změny směru osy nebo nám slouží jako součást směrové změny v kombinaci s přechodnicemi nebo složenými oblouky. Nejmenší dovolené poloměry směrových kružnicových oblouků jsou v ČSN 73 6101 stanoveny v závislosti na návrhové rychlosti a na příčném dostředném sklonu, viz tab.1.

Tab.1 Nejmenší dovolené poloměry směrových kružnicových oblouků ve vztahu k návrhové rychlosti a k dostřednému sklonu

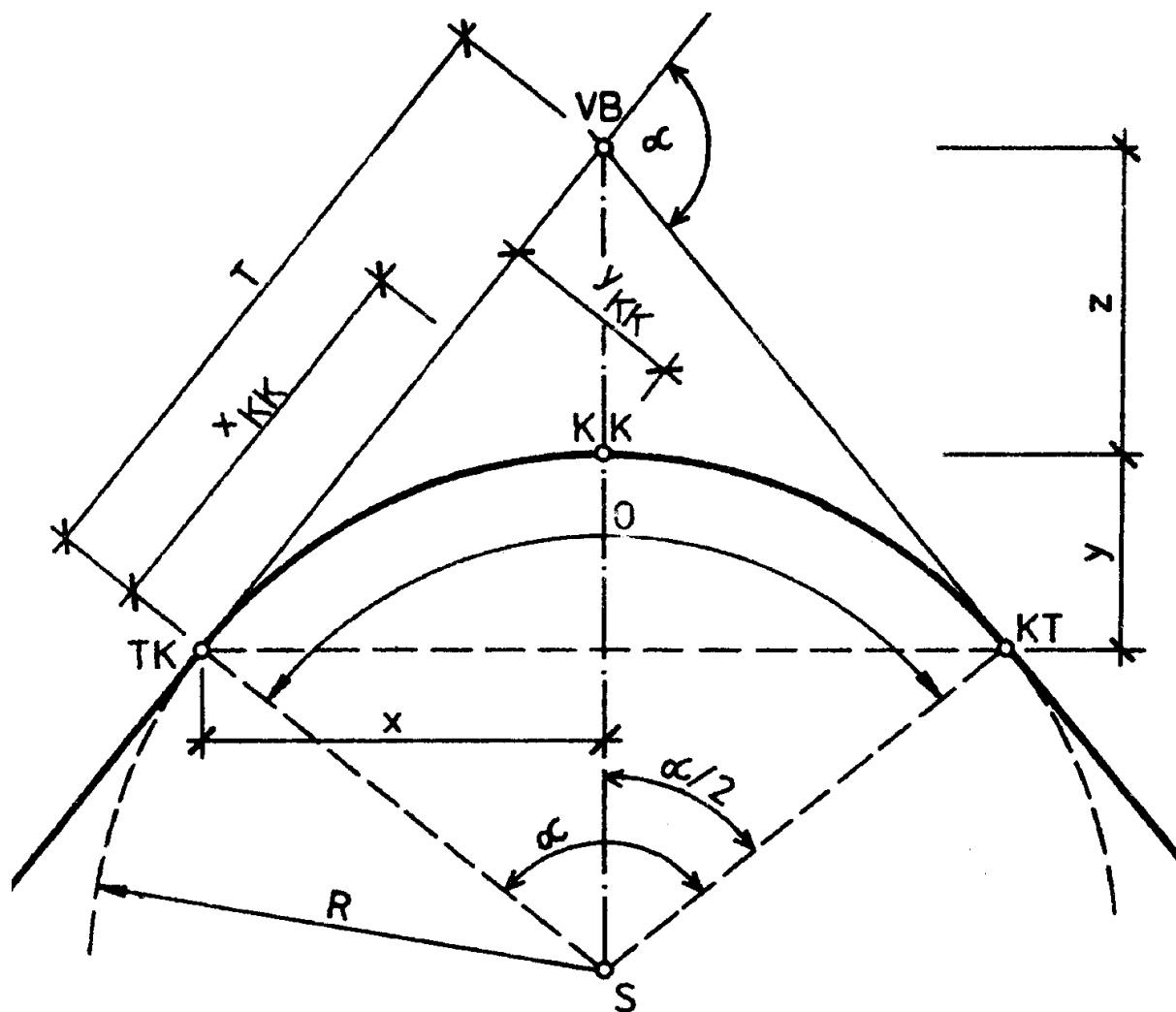
| Návrhová rychlost v km/h | Poloměr kružnicového oblouku v m | | | | | | | | | | | |
|--------------------------|-----------------------------------|----------|----------|----------|----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----------------------------|
| | při dostředném sklonu vozovky v % | | | | | | | | | | | bez dostřed. sklonu |
| | 2 | 2,5 | 3 | 3,5 | 4 | 4,5 | 5 | 5,5 | 6 | 6,5 | 7 | |
| 120 | 2 200 | 1 750 | 1 450 | 1 250 | 1 100 | 975 | 875 | 800 | 725 | - | - | 3500 (3 800) |
| 100 | 1500 | 1200 | 1000 | 875 | 750 | 675 | 600 | 550 | 500 | - | - | 3 500*) 2 500 (2 700) |
| 80 | 1 000 | 775 | 650 | 550 | 500 | 450 | 400 | 350 | 325 | - | - | 3 500*) 1 500 (1 700) |
| 70 | 750 | 600 | 500 | 425 | 375 | 330 | 300 | 270 | 250 | - | - | 1500 |
| 60 | 550 | 450 | 375 | 325 | 270 | 240 | 220 | 200 | 180 | 170 | - | 1500 |
| 50 | 375 | 300 | 250 | 220 | 190 | 170 | 150 | 140 | 125 | 120 | 110 | 1500 |

*) Platí jen na dálnicích a rychlostních silnicích
() Platí pro základní sklon 2,5 %
Hodnoty pro větve křižovatek jsou uvedeny v ČSN 73 6102.

Poznámka: Hodnoty poloměrů, uvedených v tabulce vpravo od silné čáry, je třeba přezkoušet z hlediska výsledného sklonu; hodnoty uvedené vpravo od čárkované čáry pak i z hlediska rozhledu pro zastavení.

Prosté kružnicové oblouky, jejich minimální poloměry, se mají navrhovat jen tehdy, když se nedá do směrového tečnového polygonu vložit oblouk o větším poloměru bez neúměrného zvýšení stavebních nákladů nebo zhoršení návrhových prvků trasy silniční komunikace. Řešení prostého kružnicového oblouku spočívá ve výpočtu tzv. hlavních vytyčovacích prvků, tj. hodnot, které určují umístění kružnice do tečnového polygonu a z výpočtu podrobných bodů. Výpočet hlavních vytyčovacích prvků lze rozdělit podle obr.1 na:

- výpočet délky tečny - T ,
- výpočet vzdálenosti středu oblouku (KK) od průsečíku tečen (VB), tzv. bisektrisy - z ,
- výpočet pravouhlé pořadnice středu oblouku (KK) po tečně (T) - x_{KK} ,
- výpočet pravouhlé pořadnice středu oblouku (KK) na kolmici od tečny (T) - y_{KK} ,
- výpočet celkové délky oblouku - O .



Obr.1 Vytyčovací prvky kružnicového oblouku

Výpočet vytyčovacích prvků kružnicového oblouku

Hlavní vytyčovací prvky můžeme vypočítat dvojím způsobem:

- pomocí vytyčovacích tabulek,
- výpočtem pomocí kalkulatoru s goniometrickými funkcemi.

Tabulky pro kružnicové oblouky jsou zpracovány pro základní poloměr $r = 1$ m, nebo $r = 100$ m. Lze tedy skutečné vytyčovací prvky hlavních bodů oblouku získat z tabulkové hodnoty přenásobené poměrem skutečného poloměru oblouku k základnímu tabulkovému poloměru.

Pro jednotnost značení budeme používat pro vyjádření tabulkových hodnot malá písmena s pruhem (\bar{r} , \bar{t} , \bar{z} , \bar{x} , \bar{y} , \bar{o}) a pro skutečné vypočítané hodnoty daného konkrétního poloměru velká písmena bez označení.

Výpočet pomocí kalkulatorů do odvozených matematických vzorců je jednodušší a hlavně rychlejší.

PŘÍKLAD 1

Vypočítejte hodnoty hlavních vytyčovacích prvků prostého kružnicového oblouku, je-li dán poloměr $R = 1\,600,00$ m a středový úhel $\alpha_s = 5,85^\circ$. Podrobné body vypočítejte průběžně po

20,00 m a to pro první polovinu oblouku pomocí pravoúhlých souřadnic, pro druhou polovinu oblouku pomocí polárních souřadnic. Staničení začátku oblouku **TK** je totožné s podrobným bodem 1 a je 1,250 00 km. Ve vhodném měřítku (např. 1:1 000, 1:2 000 apod.) nakreslete vytyčovací výkres oblouku.

POSTUP VÝPOČTU:

- nejdřív provedeme výpočet pomocí vzorců a kalkulatoru s goniometrickými funkcemi: Podle obr.1 je možno z trojúhelníku **TK**, **VB**, **KT** vypočítat hlavní tečnu **T**:

$$T = R \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 1\,600,00 \cdot \operatorname{tg} \frac{5,85}{2} = 1\,600,00 \cdot \operatorname{tg} 2,925 = 1\,600,00 \cdot 0,045978 = 73,565 = \underline{\underline{73,56\,m}}$$

Dále vypočítáme vzdálenost středu (vrcholu) oblouku (**KK**) od průsečíku tečen (**VB** - vrcholu osového polygonu) **z**:

$$\begin{aligned} z &= \frac{R}{\cos \frac{\alpha}{2}} - R = R \left(\sec \frac{\alpha}{2} - 1 \right) = 1\,600,00 \cdot \left(\sec \frac{\alpha}{2} - 1 \right) = \\ &= 1\,600,00 \cdot \left(\sec \frac{5,85}{2} - 1 \right) = 1\,600,00 \cdot (1,001\,056 - 1) = 1600,00 \cdot 0,001\,056 = \\ &= 1,689 = \underline{\underline{1,69\,m}} \end{aligned}$$

Délka kružnicového oblouku od začátku (**TK**) do konce (**KT**) **O** :

$$\begin{aligned} O &= \frac{\pi \cdot R}{200^g} \cdot \alpha = R \cdot \operatorname{arc} \alpha = 1\,600,00 \cdot \operatorname{arc} 5,85^g = 1\,600,00 \cdot 0,091\,892 = 147,027 = \\ &= \underline{\underline{147,03\,m}} \end{aligned}$$

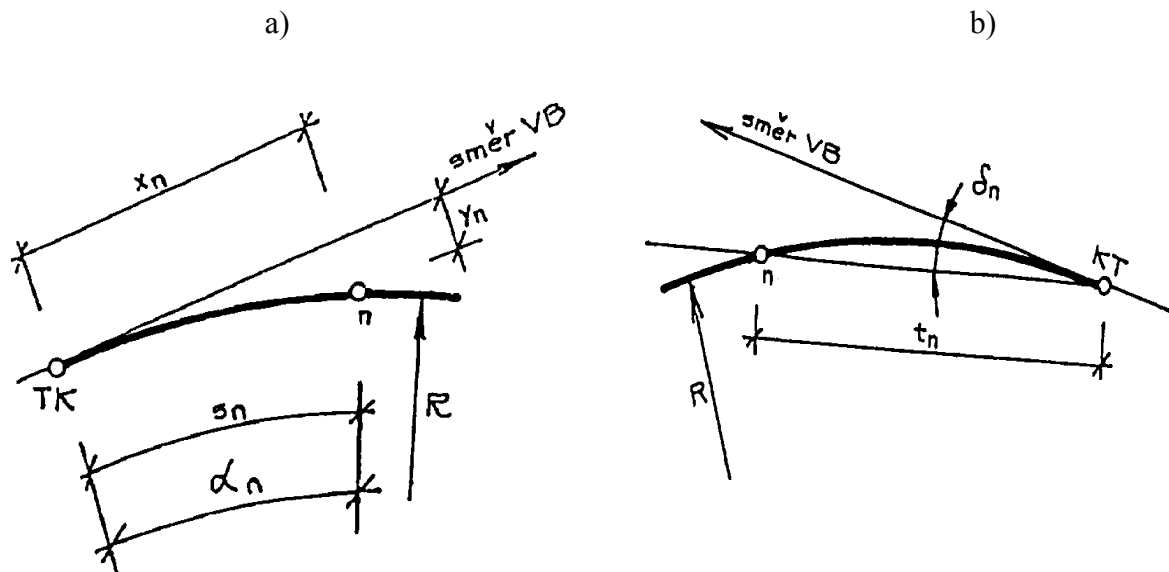
Dále lze vypočítat pravoúhlé souřadnice středu oblouku (**KK**) x_{KK} a y_{KK} :

$$\begin{aligned} x_{KK} &= R \cdot \sin \frac{\alpha}{2} = 1\,600,00 \cdot \sin \frac{5,85}{2} = 1\,600,00 \cdot \sin 2,925 = 1\,600,00 \cdot 0,045\,930 = \\ &= 73,488 = \underline{\underline{73,49\,m}} \\ y_{KK} &= R - R \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = R \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2} \right) = 1\,600,00 \left(1 - \cos \frac{5,85}{2} \right) = 1\,600,00 (1 - \cos 2,925) = \\ &= 1\,600,00 \cdot (1 - 0,998\,945) = 1\,600,00 \cdot 0,001\,055 = 1,688 = \underline{\underline{1,69\,m}} \end{aligned}$$

Tímto způsobem můžeme také vypočítat podrobné body v oblouku, pravoúhlé souřadnice, jak při zvolené úsečce x_n , též při zvolené délce oblouku s_n , což je vidět na obr.2a. Výpočet podrobných bodů oblouku metodou polární je zřejmý z obr.2b.

Podle zadání nám ještě zbývá určit staničení podrobných bodů po 20,00 m, které vypočítáme ve druhém způsobu výpočtu a to podle tabulek.

Podrobné body v kružnicovém oblouku zpravidla vytyčujeme od bodu **TK** nebo **PK** směrem k vrcholu (středu) oblouku **KK** a druhou půlku oblouku od bodu **KT** nebo **KP** směrem k vrcholu (středu) **KK**. Bod **KK** se ve skutečnosti vytyčuje dvakrát, což je pro přesnost a kontrolu příznivější. Při zvláště dlouhých obloucích se někdy střední část oblouku vytyčuje na obě strany od bodu **KK**, pak je vhodné opět nejvzdálenější bod pro kontrolu vytyčit z obou stran.



$$x_n = R \cdot \sin \alpha_n$$

$$y_n = R \cdot (1 - \cos \alpha_n)$$

$$y_n = R - \sqrt{R^2 - x_n^2}$$

$$t_n = 2 \cdot R \cdot \sin \delta_n$$

$$\delta_n = \frac{\alpha_n}{2}$$

$$\text{arc} \alpha_n = \frac{s_n}{R} \Rightarrow \alpha_n$$

Obr.2 Vytýčení podrobných bodů v kružnicovém oblouku

a) pravoúhlé souřadnice, b) polární souřadnice

- výpočet vytyčovacích prvků kružnicového oblouku pomocí tabulek:
Pro výpočet se mohou používat různé vytyčovací tabulky, také staršího vydání, např. Chlumeckého, Petrlíka, Sarazina, Anikina aj. Nejnámější jsou u nás používané: Vytyčovací tabulky od Klimeše, Loskota nebo na VUT FAST Brno vydané tabulky Procházka, J., Puchřík, J.: Projektování pozemních komunikací - Oblouk kružnice - tabulky, VUT Brno, 1979 a které jsou pro studenty k dispozici ve fakultní knihovně FAST. Náš zadaný příklad budeme počítat podle těchto naposledy jmenovaných tabulek.

Pro zadaný středový úhel $\alpha = 5,85^\circ$ zjistíme z „Tabulek I“ tabulkové hodnoty a tyto vynásobíme poměrem $\frac{R}{r}$, kde R je skutečný poloměr kružnicového oblouku, v našem

příkladu 1 600,00 m, r je tabulková hodnota. Dostaneme tak skutečné hodnoty základních vytyčovacích bodů. Výpočet lze sestavit do přehledné tabulky, samozřejmě, že vypočítané hodnoty pomocí tabulek a kalkulatoru musí být shodné, lišit se mohou v mm, které vždy zaokrouhlujeme na cm. Hodnoty pro úhly $0,001^\circ$ a další prvky (\bar{t} , \bar{z} , \bar{x} , \bar{y} , \bar{o}) lze interpolovat.

Stejným způsobem lze postupovat při výpočtu, máme-li zadáno místo poloměru R délku tečny T , délku oblouku O nebo vzdálenost vrcholu (středu) oblouku o vrcholu polygonu (průsečíku tečen) z . Je však třeba z výchozího vztahu nejdříve vypočítat velikost poloměru R , který nám určuje spolu s velikostí tabulkové hodnoty poloměru r konstantu, kterou všechny ostatní hodnoty násobíme pro určení skutečných hodnot vytyčovacích prvků. Např.:

$$R = \frac{T \cdot \bar{r}}{t}; \quad R = \frac{z \cdot \bar{r}}{z}; \quad R = \frac{O \cdot \bar{r}}{o}; \quad R = \frac{x \cdot \bar{r}}{x}$$

| $\bar{r} = 100$ | \bar{t} | \bar{z} | \bar{x} | \bar{y} | \bar{o} |
|---|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 5,8400 | 4,5899 | 0,10530 | 4,58510 | 0,10520 | 9,1735 |
| 0,0100 | 0,0079 | 0,00035 | 0,00785 | 0,00035 | 0,0157 |
| $\alpha = 5,8500$ | 4,5978 | 0,10565 | 4,59295 | 0,10555 | 9,1892 |
| $\frac{R}{\bar{r}} = \frac{1600}{100} = 16$ | 73,565 | 1,690 | 73,487 | 1,688 | 147,027 |
| $R = 1600$ | T | z | x_{KK} | y_{KK} | O |

Poznámka: Všechny vypočítané hodnoty jsou v metrech!

Zbývá určit staničení a vykreslení vytyčovacího výkresu. Při výpočtu staničení vycházíme od známého posledního bodu, který máme určen v našem příkladu jako začátek úseku (oblouku) TK , který má staničení 1,250 00 km.

Výpočet staničení hlavních vytyčovacích prvků kružnicového oblouku získáme připočítáním celé

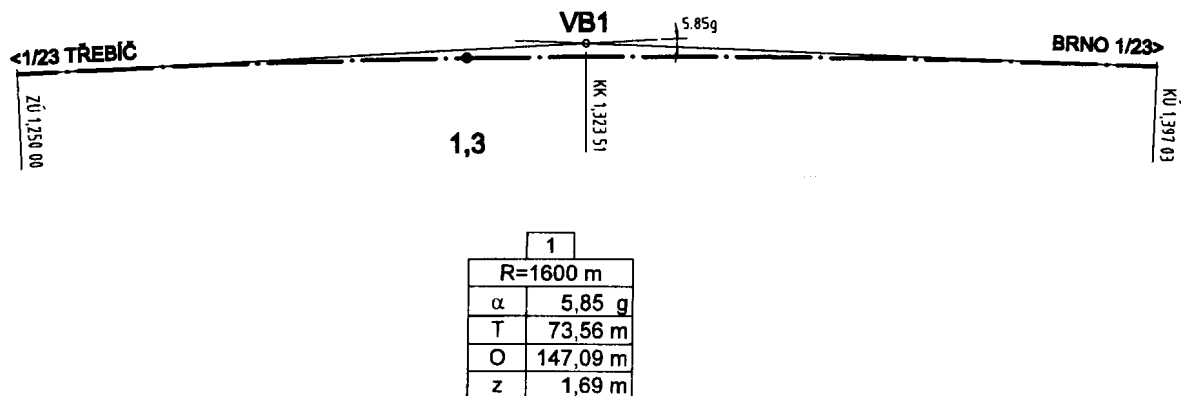
a poloviční délky oblouku O k počátečnímu staničení $ZU \equiv TK \equiv 1,250 00$. Potom budou jednotlivá staničení taková:

$$\Rightarrow \text{staničení začátku oblouku} = ZU \equiv TK = 1,250 00$$

$$\Rightarrow \text{staničení vrcholu (středu) oblouku} KK \equiv TK + O/2 = 1,250 00 + 0,07351 = 1,323 51$$

$$\Rightarrow \text{staničení konce oblouku} KT \equiv TK + O = 1,250 00 + 0,14703 = 1,397 03$$

Na obr.3 je zobrazen vytyčovací výkres kružnicového oblouku ze zadaného příkladu.



Obr.3 Příklad vytyčovacího výkresu prostého kružnicového oblouku

Celý výklad o výpočtu vytyčovacích prvků prostého kružnicového oblouku je třeba uzavřít výpočtem podrobných bodů. Máme-li určeny vytyčovací prvky hlavních bodů, musíme znát staničení podrobných bodů a způsoby jejich vytyčení. Zásadně můžeme podrobné body vytyčit buď vytyčením od tečny (pravoúhlé souřadnice) nebo polárně (polární souřadnice).

Staničení podrobných bodů:

| | | |
|--------------------------|--------------------|---------------------------------------|
| $TK \equiv 1 = 1,250 00$ | - délka po oblouku | $s_1 = 0,00$ m |
| 2 = 1,270 00 | - délka po oblouku | $s_2 = 1 270,00 - 1 250,00 = 20,00$ m |
| 3 = 1,290 00 | - délka po oblouku | $s_3 = 1 290,00 - 1 250,00 = 40,00$ m |
| 4 = 1,310 00 | - délka po oblouku | $s_4 = 1 310,00 - 1 250,00 = 60,00$ m |

5 = 1,330 00 > jako staničení **KK** = 1 323 51, což znamená, že bod leží v druhé polovině oblouku.

Pro druhou polovinu oblouku, kterou budeme vytyčovat „polárně“, potřebujeme znát vzdálenosti těchto bodů od konce oblouku **KT**.

Staničení podrobných bodů:

5 = 1,330 00 - délka oblouku $s_5 = 1\,397,03 - 1\,330,00 = 67,03$ m

6 = 1,350 00 - délka oblouku $s_6 = 1\,397,03 - 1\,350,00 = 47,03$ m

7 = 1,370 00 - délka oblouku $s_7 = 1\,397,03 - 1\,370,00 = 27,03$ m

8 = 1,390 00 - délka oblouku $s_8 = 1\,397,03 - 1\,390,00 = 7,03$ m

9 = 1,410 00 > jako staničení **KT** = 1 397 03, což znamená, že bod leží již za obloukem.

Pro určení vytyčovacích podrobných bodů použijeme již zmíněných tabulek, kde jsou pro některé poloměry kružnicových oblouků uvedeny hodnoty pravoúhlých nebo polárních souřadnic, které stačí jen opsat z tabulek.

Výpočet pravoúhlých souřadnic podrobných bodů kružnicového oblouku z „Tabulek II“:

| Podrobný bod „n“ | Délka oblouku s_n [m] | Pořadnice x_n [m] | Pořadnice y_n [m] |
|------------------|-------------------------|---------------------|---------------------|
| 1 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| 2 | 20,00 | 20,00 | 0,13 |
| 3 | 40,00 | 40,00 | 0,50 |
| 4 | 60,00 | 59,99 | 1,12 |

Výpočet polárních souřadnic podrobných bodů kružnicového oblouku z „Tabulek III“:

| Podrobný bod „n“ | Délka oblouku s_n [m] | Obvodový úhel σ_n [°] | Délky sečen t_n [m] |
|------------------|-------------------------|------------------------------|-----------------------|
| 5 | 67,03 | 1,3336 | 20,00 |
| 6 | 47,03 | 0,9357 | 20,00 |
| 7 | 27,03 | 0,5378 | 20,00 |
| 8 | 7,03 | 0,1399 | 7,00 |

Poznámka:

Úseky t_n jsou dopočítávány k nejbližšímu vyššímu podrobnému bodu podle staničení, druhá polovina oblouku musí být vytyčována proti směru staničení, tj. z bodu **KT** nejdříve bod 8, z něj bod 7, potom 6 a 5 a samozřejmě pro kontrolu vytyčený bod **KK**.

V poslední době, když se využívají stále více a více moderní geodetické přístroje, které mají zabudovány mikroprocesory, používá se tzv. bipolární vytyčení.