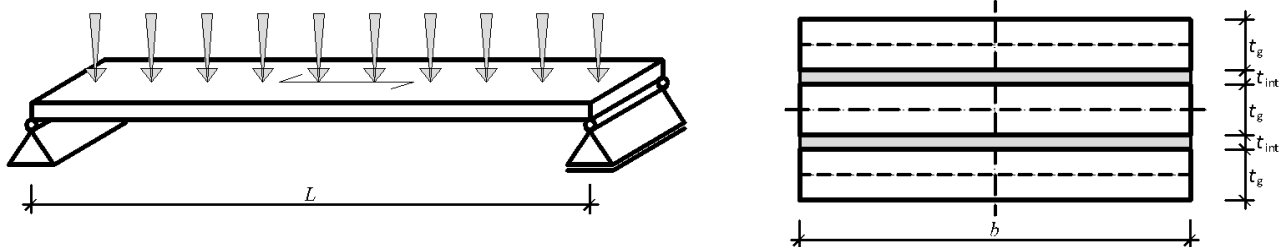


NÁVRH A POSOUZENÍ SCHODIŠŤOVÉHO STUPNĚ Z VRSTVENÉHO KONSTRUKČNÍHO SKLA

... řešený příklad pro NOB030

Provedte posouzení schodišťového stupně podle zadání. Stupeň je navržen z vrstveného trojskla 121212.22 – tloušťka každé skleněné tabule je 12 mm, každá mezivrstva je tvořena dvěma fóliemi tl. 0,38 mm. Skleněné tabule jsou z tepelně tvrzeného bezpečnostního skla, mezivrstvy z materiálu PVB. Pro zjednodušení se bude stupeň posuzovat jako by byl pouze z dvojskla, třetí skleněná tabule je tam z důvodu zajištění bezpečnosti a umožnění provozu při případném porušení jedné tabule skla.



Geometrie:

| | |
|---------------------|--|
| $L = 1500$ mm | teoretické rozpětí |
| $b = 300$ mm | šířka stupně |
| $t_1 = t_2 = 12$ mm | tloušťka skleněných tabulí |
| $t_{int} = 0,80$ mm | tloušťka mezivrstev (ve skutečnosti 0,76 mm) |

Materiál:

Plavené sklo tepelně tvrzené bezpečnostní dle ČSN EN 12150

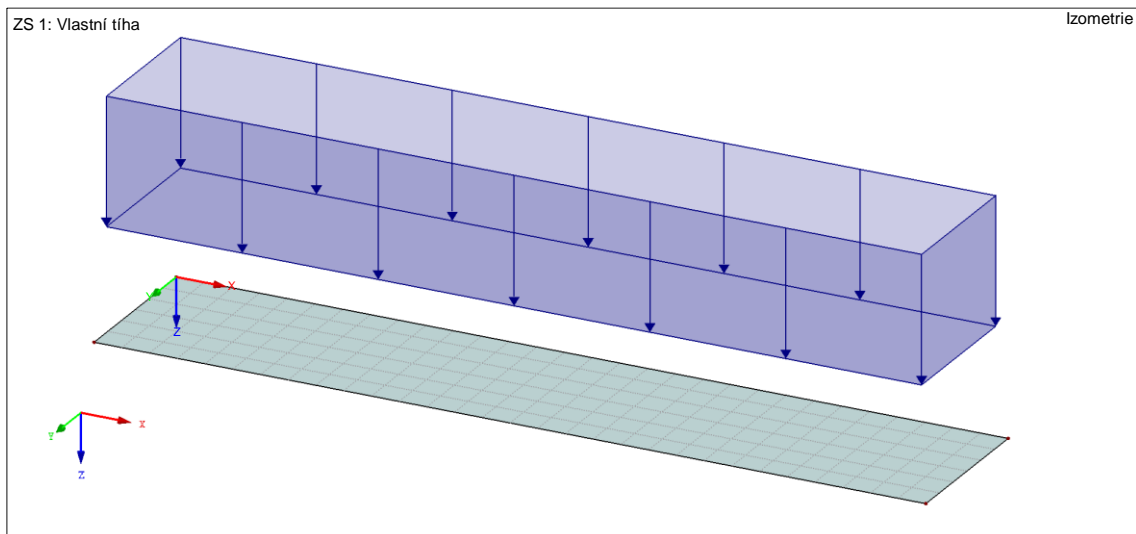
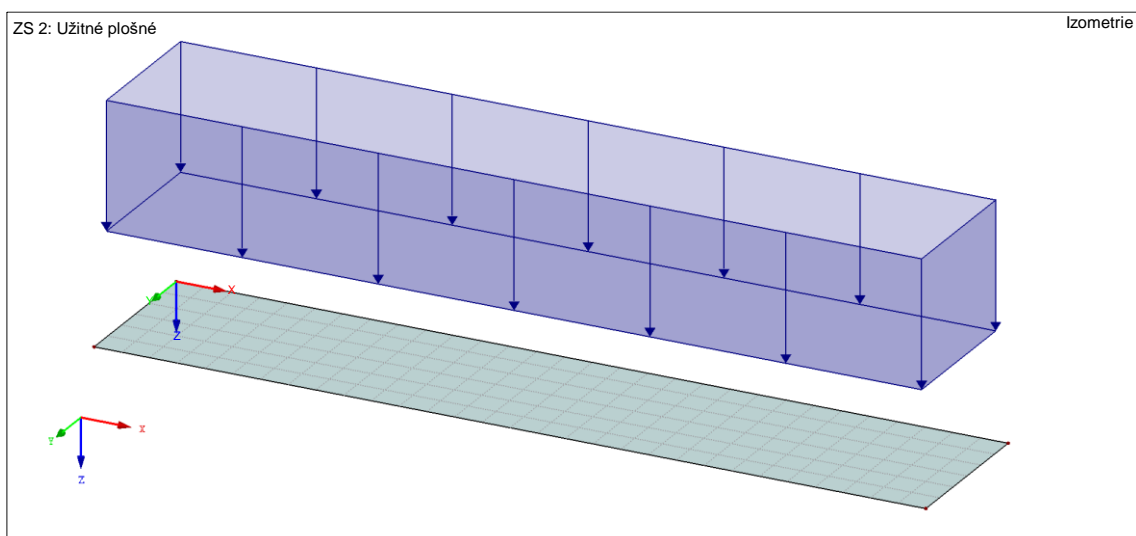
| | |
|---------------------|---|
| $E = 70$ GPa | modul pružnosti v tahu a tlaku |
| $\nu = 0,23$ | Poissonův součinitel |
| $G = 30$ GPa | modul pružnosti ve smyku |
| $f_{b,k} = 120$ MPa | charakteristická pevnost v tahu FTG skla |
| $f_{g,k} = 45$ MPa | charakteristická pevnost v tahu plaveného chlazeného skla |

PVB (polyvinyl butyral) folie

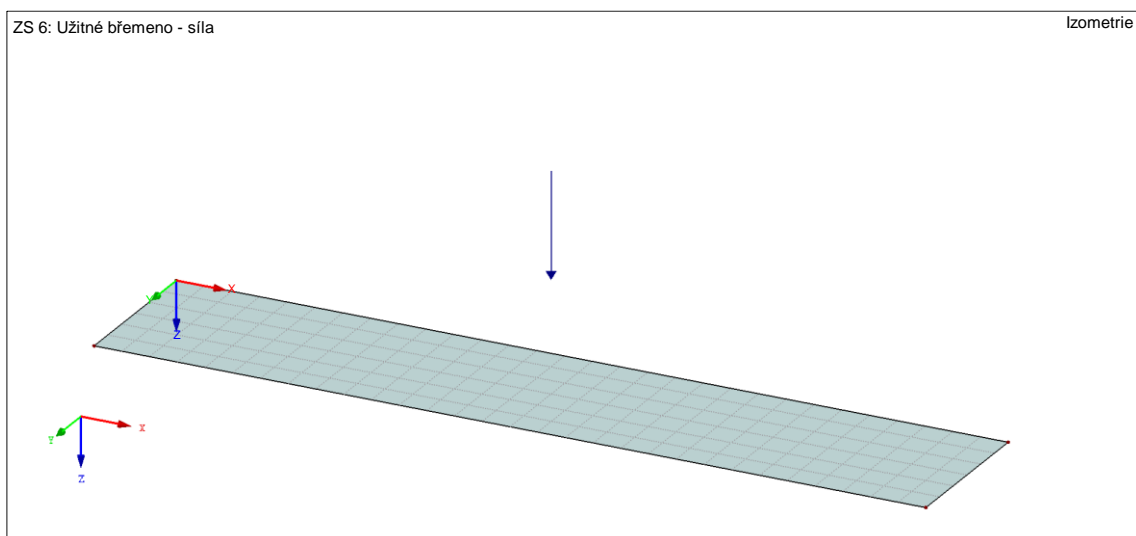
| | Dlouhodobé zatížení | Krátkodobé zatížení |
|-----------------|---------------------|---------------------|
| G_{int} [MPa] | 0,01 | 1,00 |
| ν [-] | 0,50 | 0,50 |
| E_{int} [MPa] | 0,03 | 3,00 |

Zatěžovací stavy:

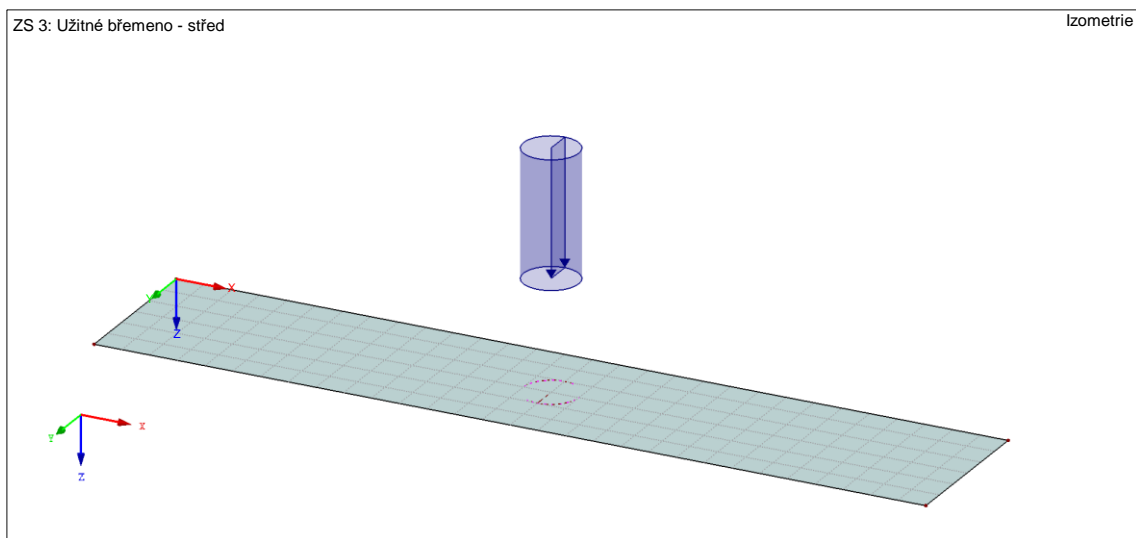
ZS1 – vlastní tíha

ZS2 – užité zatížení plošné 3,00 kN/m²

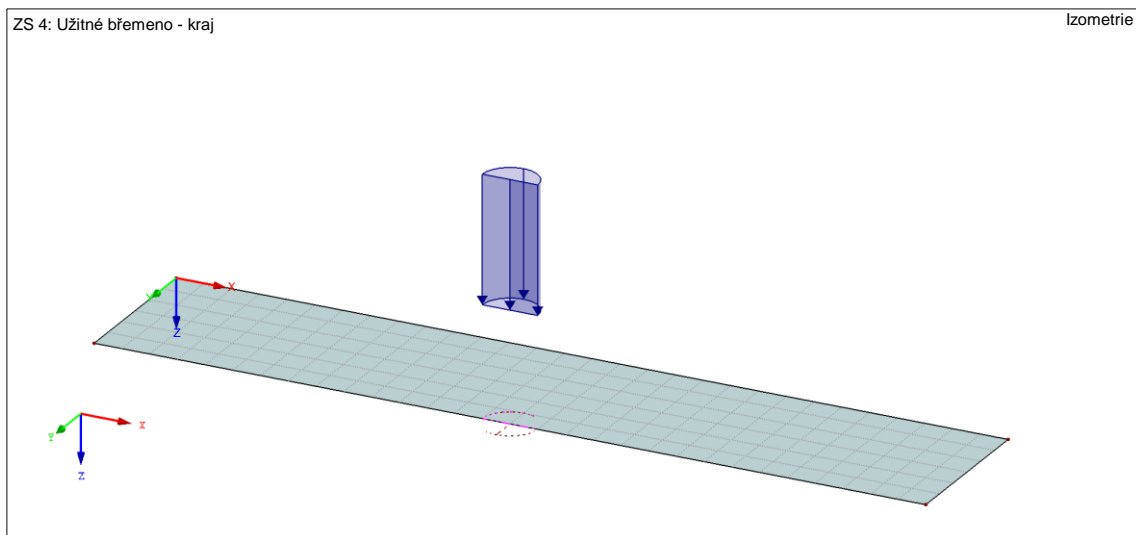
ZS3 – užité zatížení bodové 1 kN



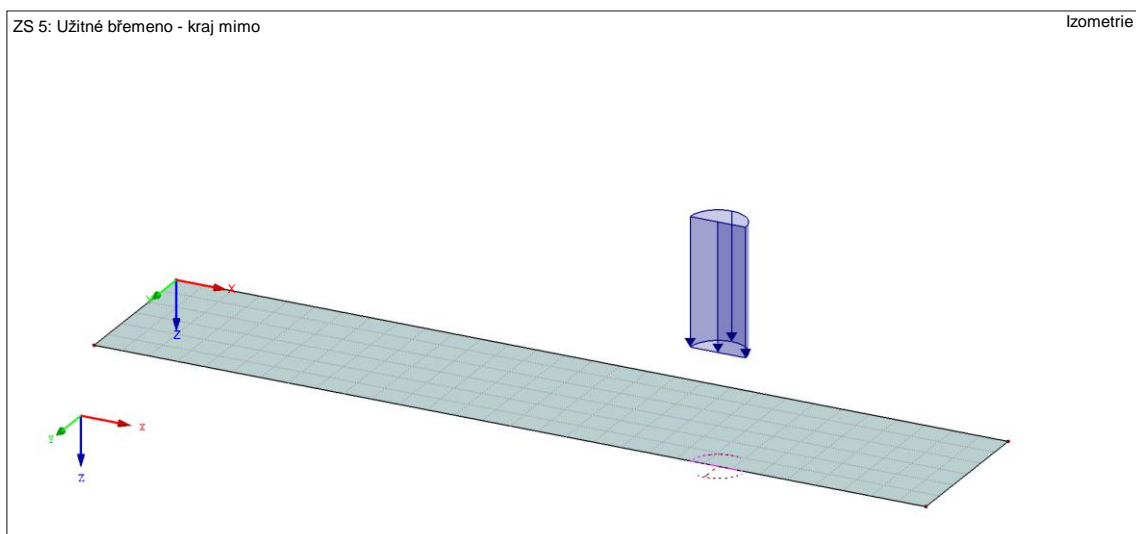
ZS3a – užité zátížení bodové 1 kN roznesené na kruhovou plochu $d = 100$ mm



ZS3b – užité zátížení bodové 1 kN roznesené na kruhovou plochu $d = 100$ mm



ZS3c – užité zátížení bodové 1 kN roznesené na kruhovou plochu $d = 100$ mm



Metody řešení:

- a) Ruční analytický výpočet přetvoření a napětí
- b) Stanovení přetvoření a napětí podle prEN 13474
- c) Numerická analýza 2D jednovrstvé desky se zadanou účinnou tloušťkou
- d) Numerická analýza pomocí přídavného modulu RF-GLASS programu RFEM
- e) Numerická analýza vrstveného skla 2D modelem podélného řezu
- f) 3D numerická analýza
- g) 3D numerická analýza ANSYS
- h) Numerická analýza v programu SJ MEPLA

Stanovení návrhové pevnosti skla podle prEN 16612:

$$f_{g,d} = \frac{k_{\text{mod}} \cdot k_{\text{sp}} \cdot f_{g,k}}{\gamma_{M,A}} + \frac{k_v \cdot (f_{b,k} - f_{g,k})}{\gamma_{M,v}}$$

| | |
|-------------------------|---------------------------------------|
| $k_{\text{mod}} = 0,29$ | pro stálé zatížení |
| $k_{\text{mod}} = 0,89$ | pro užité krátkodobé zatížení |
| $k_{\text{sp}} = 1,00$ | pro plavené sklo bez povrchové úpravy |
| $k_v = 1,00$ | pro temperování v horizontální poloze |
| $\gamma_{M,A} = 1,80$ | pro plavené sklo |
| $\gamma_{M,v} = 1,20$ | pro tepelně upravované sklo |

pro stálé zatížení

$$f_{g,d} = \frac{0,29 \cdot 1,0 \cdot 45}{1,8} + \frac{1,0 \cdot (120 - 45)}{1,2} = 7,25 + 62,5 = 69,75 \text{ MPa}$$

pro krátkodobé zatížení

$$f_{g,d} = \frac{0,89 \cdot 1,0 \cdot 45}{1,8} + \frac{1,0 \cdot (120 - 45)}{1,2} = 22,25 + 62,5 = 84,75 \text{ MPa}$$

Stanovení mezního průhybu:

$$u_{\text{lim}} = \frac{L}{100} = \frac{1500}{100} = 15 \text{ mm}$$

a) Ruční analytický výpočet přetvoření a napětí

Stanovení účinné tloušťky vrstveného skla podle modelu Wölfel – Bennison – Calderone

$$t_0 = \frac{t_1}{2} + \frac{t_2}{2} + t_{\text{int}} = \frac{12}{2} + \frac{12}{2} + 0,8 = 12,76 \text{ mm}$$

$$t_{s,1} = \frac{t_0 \cdot t_1}{t_1 + t_2} = \frac{12,76 \cdot 12}{12 + 12} = 6,38 \text{ mm}$$

$$t_{s,2} = \frac{t_0 \cdot t_2}{t_1 + t_2} = \frac{12,76 \cdot 12}{12 + 12} = 6,38 \text{ mm}$$

$$\alpha_s = \frac{t_1 \cdot t_2}{t_1 + t_2} \cdot t_0^2 = \frac{12 \cdot 12}{12 + 12} \cdot 12,76^2 = 977 \text{ mm}^3$$

pro dlouhodobé zatížení

$$\Gamma = \frac{1}{1 + 9,6 \frac{E \cdot \alpha_s \cdot t_{\text{int}}}{G_{\text{int}} \cdot t_0^2 \cdot L^2}} = \frac{1}{1 + 9,6 \frac{70 \cdot 10^3 \cdot 977 \cdot 0,76}{0,01 \cdot 12,76^2 \cdot 1500^2}} = 0,007$$

$$t_{\text{eff,w}} = \sqrt[3]{t_1^3 + t_2^3 + 12 \cdot \Gamma \cdot \alpha_s} = \sqrt[3]{12^3 + 12^3 + 12 \cdot 0,007 \cdot 977} = 15,24 \text{ mm}$$

$$t_{1,2,\text{eff},\sigma} = \sqrt{\frac{t_{\text{eff,w}}^3}{t_1 + 2 \cdot \Gamma \cdot t_{s,1,2}}} = \sqrt{\frac{15,24^3}{12 + 2 \cdot 0,007 \cdot 6,38}} = 17,11 \text{ mm}$$

pro krátkodobé zatížení

$$\Gamma = \frac{1}{1 + 9,6 \frac{E \cdot \alpha_s \cdot t_{\text{int}}}{G_{\text{int}} \cdot t_0^2 \cdot L^2}} = \frac{1}{1 + 9,6 \frac{70 \cdot 10^3 \cdot 977 \cdot 0,76}{1,00 \cdot 12,76^2 \cdot 1500^2}} = 0,423$$

$$t_{\text{eff,w}} = \sqrt[3]{t_1^3 + t_2^3 + 12 \cdot \Gamma \cdot \alpha_s} = \sqrt[3]{12^3 + 12^3 + 12 \cdot 0,423 \cdot 977} = 20,34 \text{ mm}$$

$$t_{1,2,\text{eff},\sigma} = \sqrt{\frac{t_{\text{eff,w}}^3}{t_1 + 2 \cdot \Gamma \cdot t_{s,1,2}}} = \sqrt{\frac{20,34^3}{12 + 2 \cdot 0,423 \cdot 6,38}} = 22,00 \text{ mm}$$

Vnitřní síly

| | zatížení | vztah | M_{Ek} | γ_Q | M_{Ed} |
|-----|---|-------------------------------------|-----------------|------------|-----------------|
| ZS1 | $3 \times 0,012 \times 0,3 \times 25 = 0,27 \text{ kN/m}$ | $M = \frac{1}{8} \cdot q \cdot L^2$ | 0,076 | 1,35 | 0,10 |
| ZS2 | $0,3 \times 3 = 0,9 \text{ kN/m}$ | $M = \frac{1}{8} \cdot q \cdot L^2$ | 0,25 | 1,50 | 0,38 |
| ZS3 | 1,0 kN | $M = \frac{1}{4} \cdot Q \cdot L$ | 0,38 | 1,50 | 0,56 |

Ověření napětí v mezním stavu únosnosti

Pro ZS1

$$I_{\text{eff},\sigma} = \frac{1}{12} \cdot b \cdot t_{\text{eff},\sigma}^3 = \frac{1}{12} \cdot 300 \cdot 17,11^3 = 125 \cdot 10^3 \text{ mm}^4$$

$$W_{\text{eff},\sigma} = \frac{I_{\text{eff},\sigma}}{t_{\text{eff},\sigma}/2} = \frac{125 \cdot 10^3}{17,11/2} = 14,6 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

$$\sigma_{\text{max},d} = \frac{M_{\text{Ed}}}{W_{\text{eff},\sigma}} = \frac{0,10 \cdot 10^6}{14,6 \cdot 10^3} = 6,85 \text{ MPa}$$

Pro ZS2

$$I_{\text{eff},\sigma} = \frac{1}{12} \cdot b \cdot t_{\text{eff},\sigma}^3 = \frac{1}{12} \cdot 300 \cdot 22,00^3 = 266 \cdot 10^3 \text{ mm}^4$$

$$W_{\text{eff},\sigma} = \frac{I_{\text{eff},\sigma}}{t_{\text{eff},\sigma}/2} = \frac{266 \cdot 10^3}{22,00/2} = 24,2 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

$$\sigma_{\text{max},d} = \frac{M_{\text{Ed}}}{W_{\text{eff},\sigma}} = \frac{0,38 \cdot 10^6}{24,2 \cdot 10^3} = 15,70 \text{ MPa}$$

Pro ZS3

$$I_{\text{eff},\sigma} = \frac{1}{12} \cdot b \cdot t_{\text{eff},\sigma}^3 = \frac{1}{12} \cdot 300 \cdot 22,00^3 = 266 \cdot 10^3 \text{ mm}^4$$

$$W_{\text{eff},\sigma} = \frac{I_{\text{eff},\sigma}}{t_{\text{eff},\sigma}/2} = \frac{266 \cdot 10^3}{22,00/2} = 24,2 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

$$\sigma_{\text{max},d} = \frac{M_{\text{Ed}}}{W_{\text{eff},\sigma}} = \frac{0,56 \cdot 10^6}{24,2 \cdot 10^3} = 23,14 \text{ MPa}$$

Pro rozhodující kombinaci ZS1+ ZS3

$$\frac{\sigma_{\text{max},d}}{f_{g,d,\sigma}} + \frac{\sigma_{\text{max},d}}{f_{g,d,\sigma}} = \frac{6,85}{69,75} + \frac{23,14}{84,75} = 0,10 + 0,27 = 0,37 \leq 1,0$$

*=> vyhovuje*Ověření průhybu v mezním stavu použitelnosti

Pro ZS1

$$I_{\text{eff},w} = \frac{1}{12} \cdot b \cdot t_{\text{eff},w}^3 = \frac{1}{12} \cdot 300 \cdot 15,24^3 = 88,5 \cdot 10^3 \text{ mm}^4$$

$$w = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_k \cdot L^4}{E \cdot I_{\text{eff},w}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{0,27 \cdot 1500^4}{70 \cdot 10^3 \cdot 88,5 \cdot 10^3} = 2,87 \text{ mm}$$

Pro ZS2

$$I_{\text{eff, w}} = \frac{1}{12} \cdot b \cdot t_{\text{eff, w}}^3 = \frac{1}{12} \cdot 300 \cdot 20,34^3 = 210 \cdot 10^3 \text{ mm}^4$$

$$w = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_k \cdot L^4}{E \cdot I_{\text{eff, w}}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{0,9 \cdot 1500^4}{70 \cdot 10^3 \cdot 210 \cdot 10^3} = 4,04 \text{ mm}$$

Pro ZS3

$$I_{\text{eff, w}} = \frac{1}{12} \cdot b \cdot t_{\text{eff, w}}^3 = \frac{1}{12} \cdot 300 \cdot 20,34^3 = 210 \cdot 10^3 \text{ mm}^4$$

$$w = \frac{1}{48} \cdot \frac{Q_k \cdot L^3}{E \cdot I_{\text{eff, w}}} = \frac{1}{48} \cdot \frac{1000 \cdot 1500^3}{70 \cdot 10^3 \cdot 210 \cdot 10^3} = 4,78 \text{ mm}$$

b) Stanovení přetvoření a napětí podle prEN 13474-2**B.3 Two-edge supported panes**

For two opposite edges supported, the length a is the free span, as shown in figure B.2

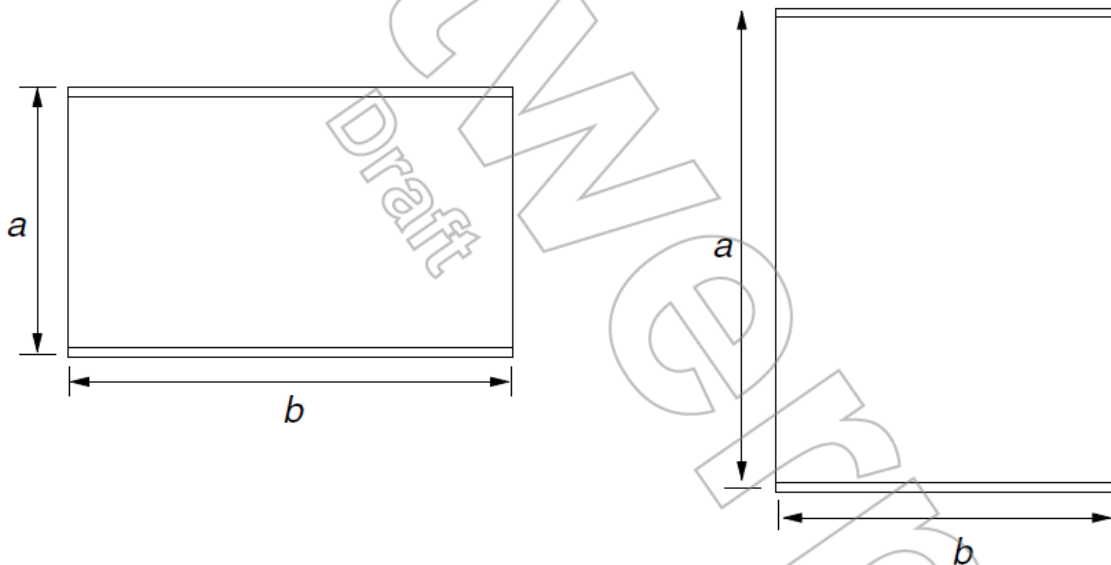


Figure B.2: Rectangular panes supported on two opposite edges

For practical determination of the stress and the deflection, formulae are given as follows:

Maximum tensile stress $\sigma_{\max} = 0,75 \frac{a^2}{h^2} F_d$ (B9)

Effective stress $\sigma_{ef} = 0,699 \frac{a^2}{h^2} F_d$ (B10)

Deflection $w_{\max} = 0,148 \frac{a^4}{h^3} \frac{F_d}{E}$ (B11)

The equations B9 to B11 are valid for a Poisson number in the range 0,20 to 0,24.

Pro ZS1

$$a = L = 1500 \text{ mm} = 1,50 \text{ m}$$

$$b = 300 \text{ mm}$$

$$h = t_{\text{eff},\sigma} = 17,11 \text{ mm}$$

$$h = t_{\text{eff},w} = 15,24 \text{ mm}$$

$$F_d = q_d = 1,35 \times 0,9 = 1,215 \text{ kN/m}^2 = 1215 \text{ N/m}^2$$

$$\sigma_{\text{max}} = 0,75 \cdot \frac{a^2}{h^2} \cdot F_d = 0,75 \cdot \frac{1,5^2}{17,11^2} \cdot 1215 = 7,00 \text{ MPa}$$

$$w_{\text{max}} = 0,148 \cdot \frac{a^4}{h^3} \cdot \frac{F_k}{E} = 0,148 \cdot \frac{1500^4}{15,24^3} \cdot \frac{900}{70 \cdot 10^9} = 2,72 \text{ mm}$$

Pro ZS2

$$a = L = 1500 \text{ mm} = 1,50 \text{ m}$$

$$b = 300 \text{ mm}$$

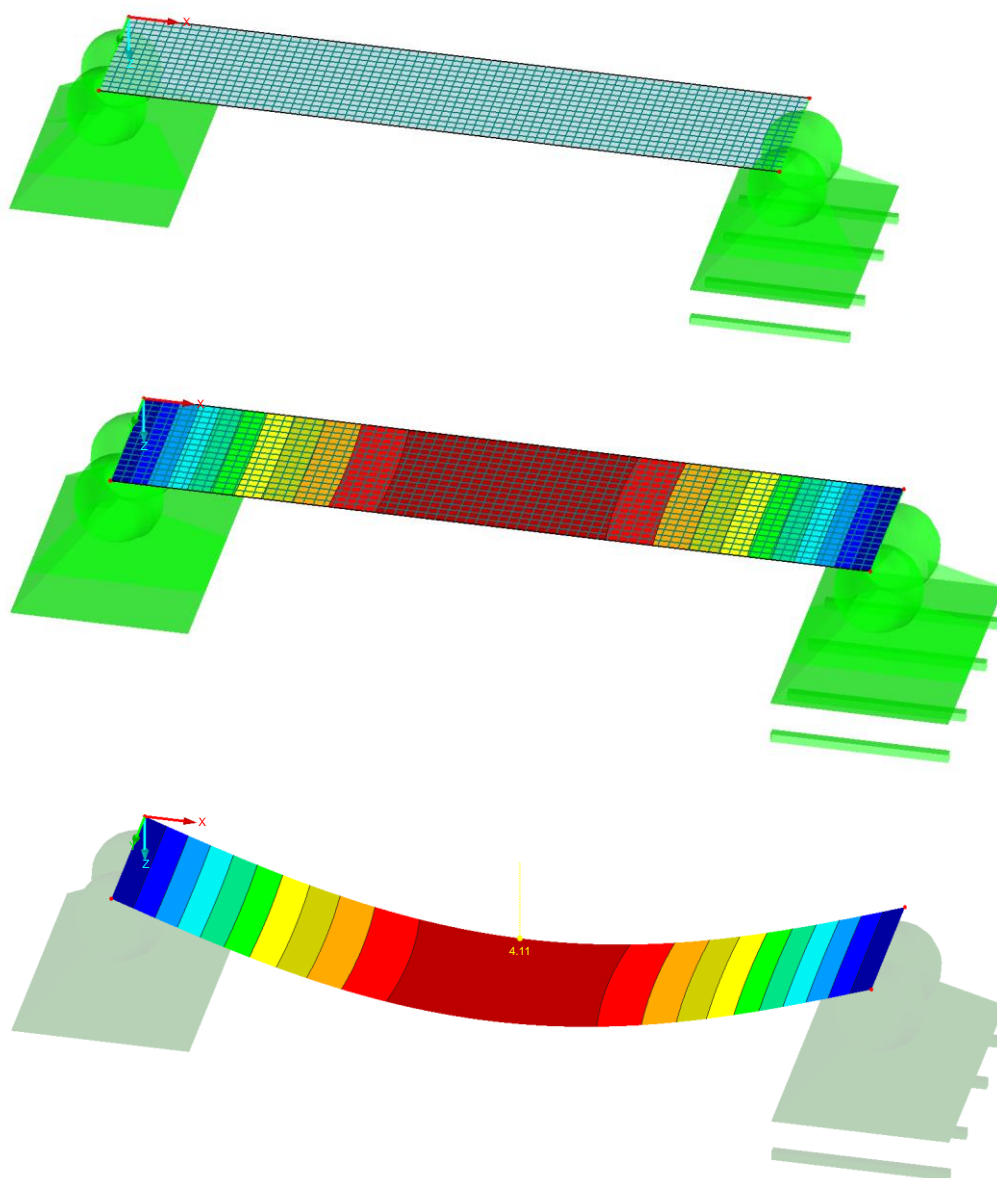
$$h = t_{\text{eff},\sigma} = 22,00 \text{ mm}$$

$$h = t_{\text{eff},w} = 20,34 \text{ mm}$$

$$F_d = q_d = 1,5 \times 3,0 = 4,50 \text{ kN/m}^2 = 4500 \text{ N/m}^2$$

$$\sigma_{\text{max}} = 0,75 \cdot \frac{a^2}{h^2} \cdot F_d = 0,75 \cdot \frac{1,5^2}{22^2} \cdot 4500 = 15,69 \text{ MPa}$$

$$w_{\text{max}} = 0,148 \cdot \frac{a^4}{h^3} \cdot \frac{F_k}{E} = 0,148 \cdot \frac{1500^4}{20,34^3} \cdot \frac{3000}{70 \cdot 10^9} = 3,81 \text{ mm}$$

c) Numerická analýza 2D jednovrstvé desky se zadanou účinnou tloušťkou

| Zatěžovací stav | σ_{\max} | w_{\max} |
|-----------------|-----------------|------------|
| ZS1 | 10,37 | 4,11 |
| ZS2 | 15,75 | 4,05 |
| ZS3 | 24,44 | 4,77 |
| ZS3a | 23,36 | 4,77 |
| ZS3b | 27,86 | 5,09 |
| ZS3c | 22,20 | 3,53 |

d) Numerická analýza pomocí přídatného modulu RF-GLASS programu RFEM

RF-GLASS - [Příklad_1-RF-GLASS]

Soubor Nastavení Nápověda

Vstupní údaje

2.1 Max. využití po zatíženích

| Zatížení | A Plocha č. | B Bod č. | C X | D Y | E Z | F č. | G z [mm] | H Strana | I Symbol | J Napětí [MPa], [°] Hodnota | K Limit | L Využití [%] | M Graf v protokolu |
|---------------------------------------|----------------|-------------|--------|--------|--------|---------|-------------|-------------|-------------|-----------------------------------|------------|------------------|--------------------------|
| | 1 | 109 | 0.750 | 0.150 | 0.000 | 3 | 24.8 | Dolní | σ_1 | 17.402 | 80.000 | 0.22 | <input type="checkbox"/> |
| | 1 | 109 | 0.750 | 0.150 | 0.000 | 1 | 12.0 | Dolní | σ_2 | 3.003 | 80.000 | 0.04 | <input type="checkbox"/> |
| | 1 | 109 | 0.750 | 0.150 | 0.000 | 1 | 0.0 | Horní | α | -90.00 | | | <input type="checkbox"/> |
| ZS4 Úžitné břemeno - kraj | | | | | | | | | | | | | |
| | 1 | 202 | 0.750 | 0.300 | 0.000 | 3 | 24.8 | Dolní | σ_x | 21.216 | 80.000 | 0.27 | <input type="checkbox"/> |
| | 1 | 202 | 0.750 | 0.300 | 0.000 | 1 | 12.0 | Dolní | σ_y | 1.927 | 80.000 | 0.02 | <input type="checkbox"/> |
| | 1 | 157 | 0.000 | 0.250 | 0.000 | 1 | 6.0 | Střední | τ_{yz} | -0.497 | | | <input type="checkbox"/> |
| | 1 | 216 | 1.450 | 0.300 | 0.000 | 1 | 6.0 | Střední | τ_{xz} | -0.617 | | | <input type="checkbox"/> |
| | 1 | 4 | 0.000 | 0.300 | 0.000 | 3 | 24.8 | Dolní | τ_{xy} | 2.863 | | | <input type="checkbox"/> |
| | 1 | 202 | 0.750 | 0.300 | 0.000 | 3 | 24.8 | Dolní | σ_1 | 21.216 | 80.000 | 0.27 | <input type="checkbox"/> |
| | 1 | 202 | 0.750 | 0.300 | 0.000 | 1 | 12.0 | Dolní | σ_2 | 1.927 | 80.000 | 0.02 | <input type="checkbox"/> |
| | 1 | 171 | 0.750 | 0.250 | 0.000 | 1 | 0.0 | Horní | α | -90.00 | | | <input type="checkbox"/> |
| ZS5 Úžitné břemeno - kraj mimo | | | | | | | | | | | | | |
| | 1 | 209 | 1.100 | 0.300 | 0.000 | 3 | 24.8 | Dolní | σ_x | 17.574 | 80.000 | 0.22 | <input type="checkbox"/> |
| | 1 | 3 | 1.500 | 0.300 | 0.000 | 3 | 24.8 | Dolní | σ_y | 1.762 | 80.000 | 0.02 | <input type="checkbox"/> |
| | 1 | 186 | 1.500 | 0.250 | 0.000 | 1 | 6.0 | Střední | τ_{yz} | -0.796 | | | <input type="checkbox"/> |
| | 1 | 216 | 1.450 | 0.300 | 0.000 | 1 | 6.0 | Střední | τ_{xz} | -1.005 | | | <input type="checkbox"/> |

Maximální využití
 Maximální hodnota napětí
 Maximální využití: 0.27 ≤ 1

Napětí - σ_x
 Plocha č. 1
 ZS4
 X: 0.750 m
 Y: 0.300 m
 Z: 0.000 m

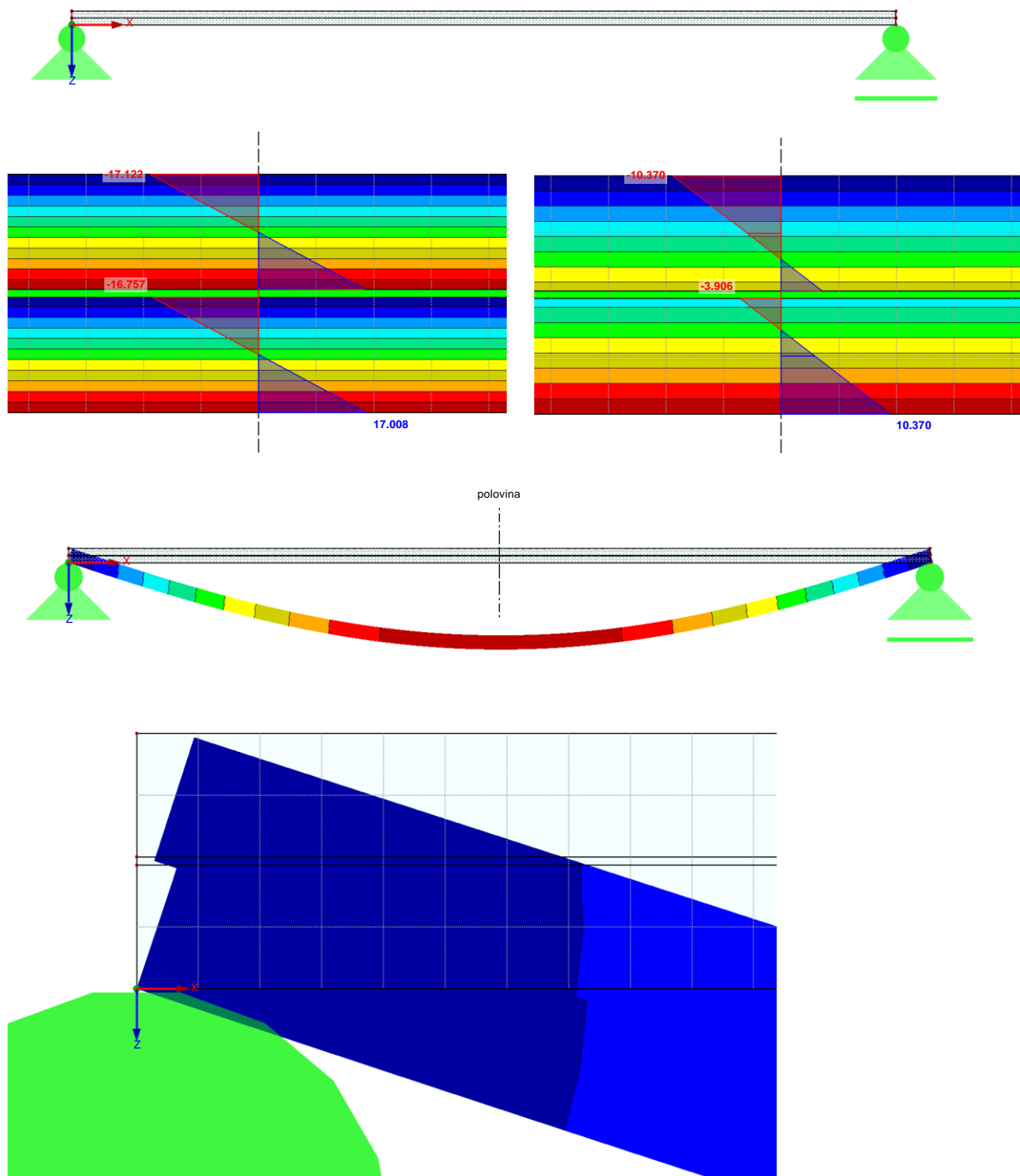
Edičny na ploše
 Mín: -21.134 MPa
 Max: 21.216 MPa

1: Tepelně tvrdné plavené sklo
 2: PVB při 22 °C zatížení do 3 min
 3: Tepelně tvrdné plavené sklo

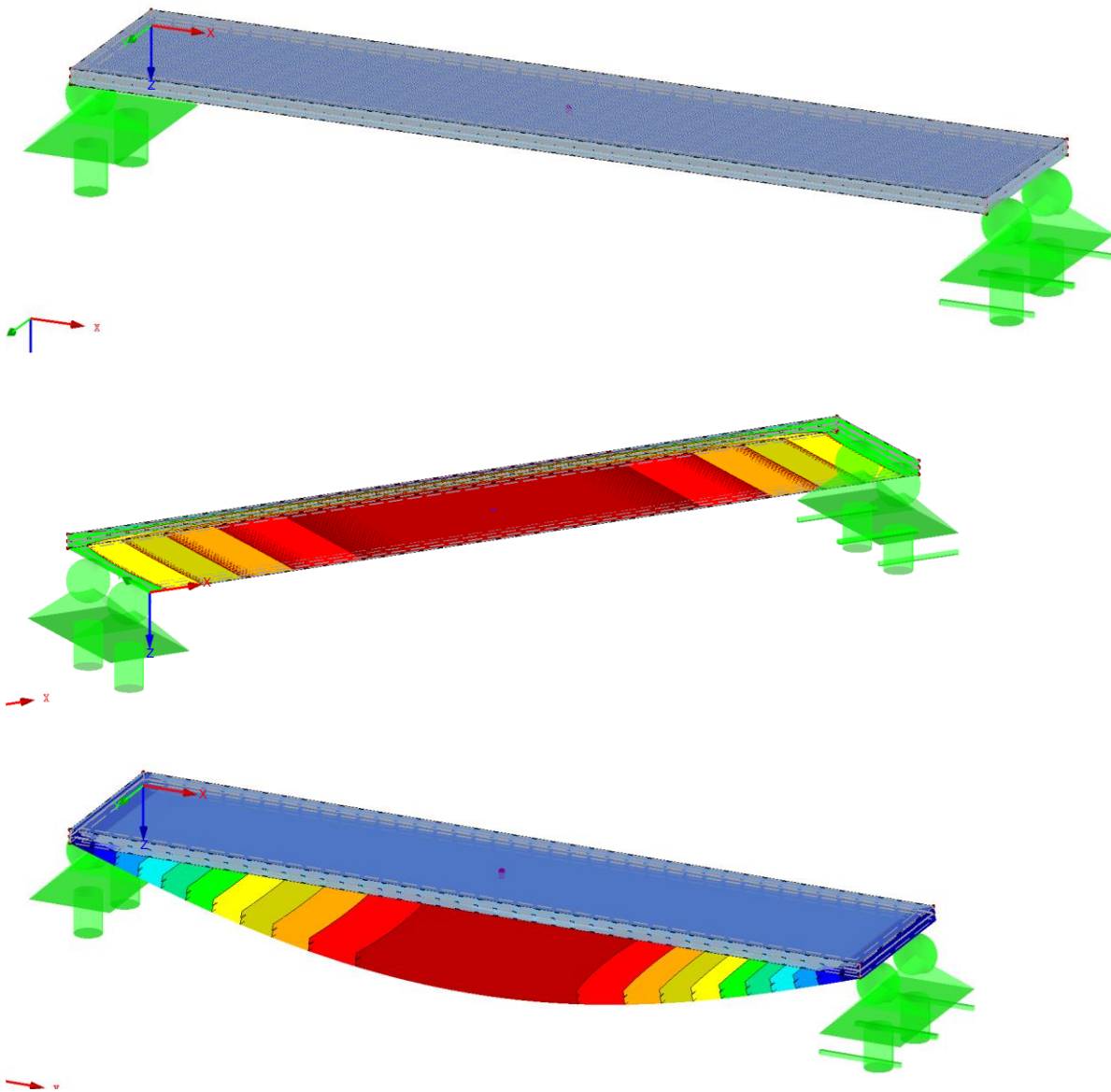
Směr lokální osy z
↓
Dolní

Výpočet Detaily... Norma Grafika OK Storno

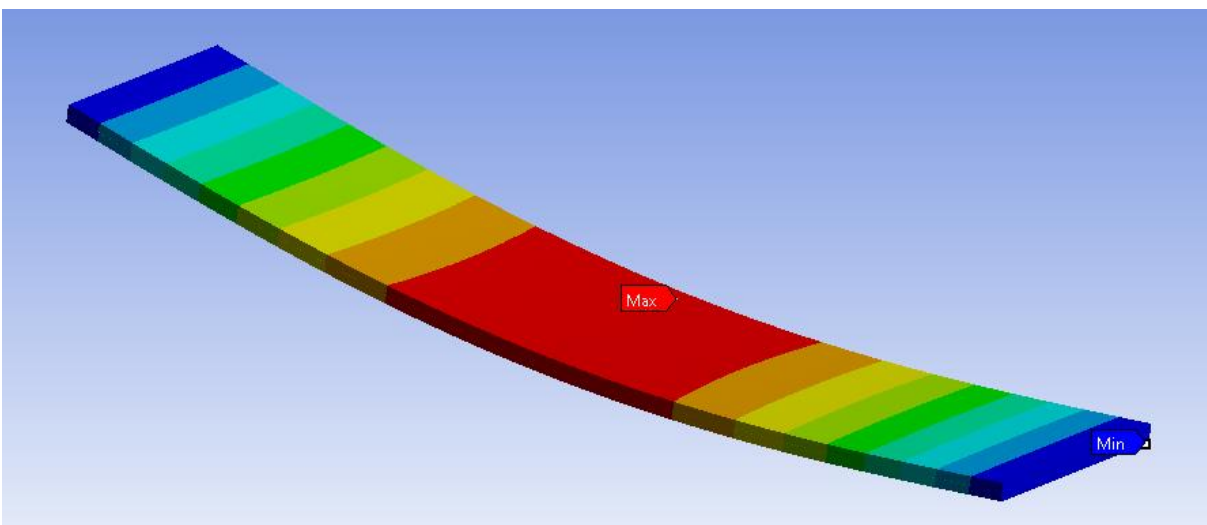
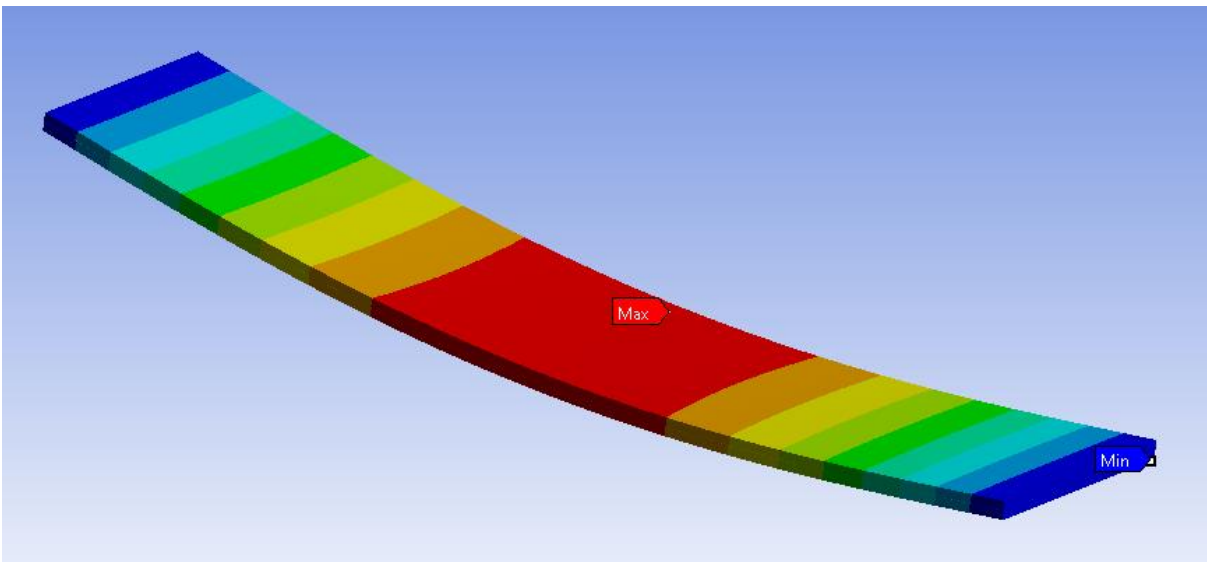
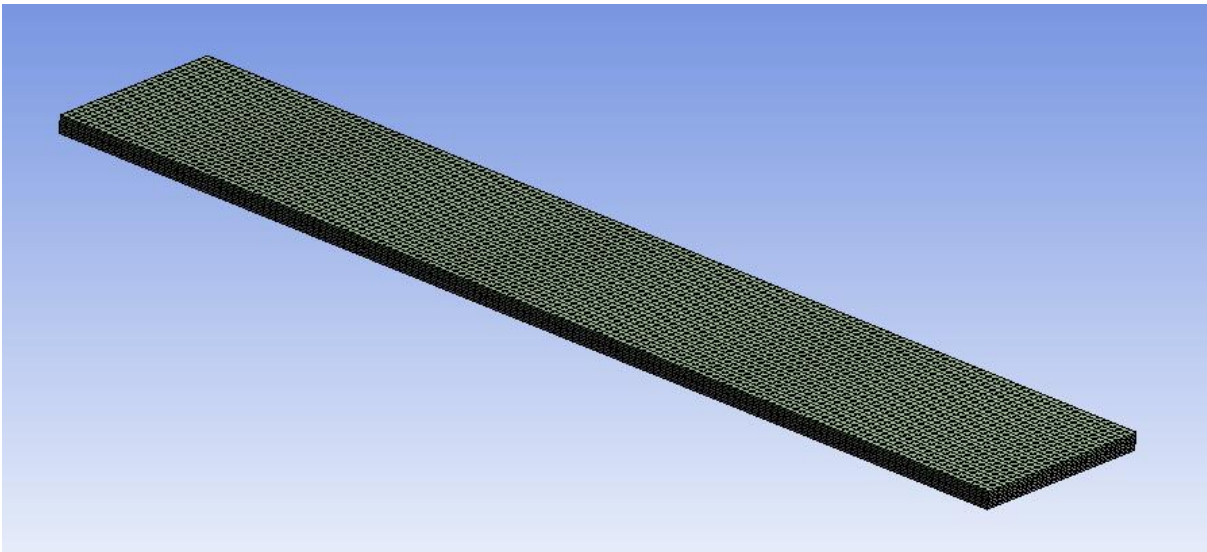
e) Numerická analýza vrstveného skla 2D modelem podélného řezu



f) 3D numerická analýza - RFEM



g) 3D numerická analýza - ANSYS



h) Numerická analýza v programu SJ MEPLA

Srovnání výsledků**Průhyby**

| | ZS1 | ZS2 | ZS3 | ZS3a | ZS3b | ZS3c |
|----|------|------|------|------|------|------|
| a) | 2,87 | 4,04 | 4,78 | - | - | - |
| b) | 2,72 | 3,81 | - | - | - | - |
| c) | 4,11 | 4,05 | 4,77 | 4,77 | 5,09 | 3,53 |
| d) | 4,77 | 4,07 | 4,88 | 4,87 | 5,53 | 3,84 |
| e) | 4,85 | 4,09 | 4,93 | - | - | - |
| f) | 4,78 | 4,11 | 4,92 | 4,91 | 5,58 | 3,87 |
| g) | 2,90 | 4,21 | | | | |
| h) | | | | | | |

Napětí

| | ZS1 | ZS2 | ZS3 | ZS3a | ZS3b | ZS3c |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| a) | 6,85 | 15,70 | 23,14 | - | - | - |
| b) | 7,00 | 15,69 | - | - | - | - |
| c) | 10,37 | 15,75 | 24,44 | 23,36 | 27,86 | 22,20 |
| d) | 11,99 | 15,88 | 26,81 | 26,10 | 31,82 | 26,36 |
| e) | 11,54 | 15,56 | 24,51 | - | - | - |
| f) | 11,61 | 15,56 | 29,02 | 26,00 | 31,32 | 27,05 |
| g) | 5,21 | 10,53 | | | | |
| h) | | | | | | |