

VZPĚR ROVNORAMENNÉHO ÚHELNÍKU

... řešený příklad pro BO004

Vypočítejte návrhovou vzpěrnou únosnost prutu délky 2 metry kloubově uloženého na obou koncích pro všechny směry vybočení s průřezem rovnoramenného úhelníku L 100x100x10 z konstrukční oceli S235.

Vstupní hodnoty

Návrhová osová tlaková síla v prutu

$$N_{Ed} = 200 \text{ kN}$$

Konstrukční ocel S235

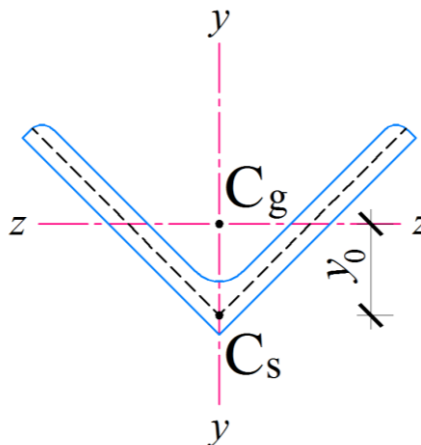
$$f_y = 235 \text{ MPa}$$

Délka prutu

$$L = 2000 \text{ mm}$$

Vzpěrná délka prutu

$$L_{cr,y} = L_{cr,z} = L_{cr,\omega} = 2000 \text{ mm}$$



Průřezové charakteristiky L 100x100x10

$$A = 1915 \text{ mm}^2 \quad \text{průřezová plocha}$$

$$I_y = 2,81 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \quad \text{největší moment setrvačnosti k hlavní ose y}$$

$$I_z = 7,32 \cdot 10^5 \text{ mm}^4 \quad \text{nejmenší moment setrvačnosti k hlavní ose z}$$

$$I_t = 6,33 \cdot 10^4 \text{ mm}^4 \quad \text{moment tuhosti v prostém kroucení}$$

$$I_\omega = 0 \text{ mm}^6 \quad \text{výsečový moment setrvačnosti}$$

$$i_y = 38,3 \text{ mm} \quad \text{poloměr setrvačnosti k hlavní ose y}$$

$$i_z = 19,5 \text{ mm} \quad \text{poloměr setrvačnosti k hlavní ose z}$$

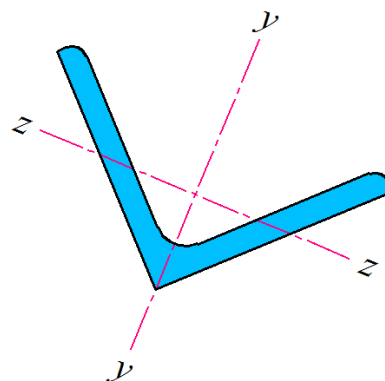
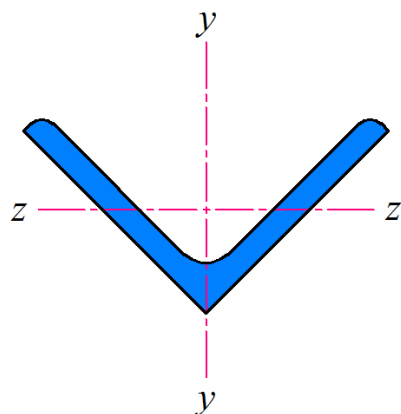
$$y_0 = 32,8 \text{ mm} \quad \text{vzdálenost středu smyku od těžiště měřená podél osy y}$$

$$z_0 = 0 \text{ mm} \quad \text{vzdálenost středu smyku od těžiště měřená podél osy z}$$

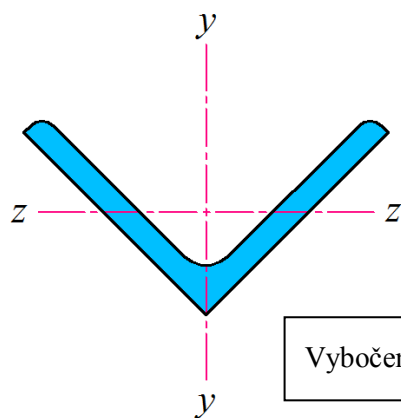
$$i_0 = 54,1 \text{ mm} \quad \text{polární poloměr setrvačnosti ke středu smyku } (i_0^2 = i_y^2 + i_z^2 + y_0^2 + z_0^2)$$

Jednoose symetrické průřezy mohou vybočit dvěma způsoby (směry):

- Vybočení ve směru osy symetrie $\Rightarrow \chi_z$
- Kombinace vybočení kolmo k ose symetrie a zkroucení $\Rightarrow \chi_{y\omega}$



Kombinace vybočení kolmo k ose y
a zkroucení



Vybočení kolmo k ose z

Rozhodující směr vybočení je ten, pro který vyjde nejnižší hodnota součinitele vzpěrnosti.

Vybočení ve směru osy symetrie – kolmo na osu z (rovinný vzpěr)

$$N_{cr,z} = \pi^2 \cdot \frac{EI_z}{L_{cr,z}^2} = \pi^2 \cdot \frac{210 \cdot 10^3 \cdot 7,32 \cdot 10^5}{2000^2} = 379 \cdot 10^3 \text{ N} = 379 \text{ kN}$$

Poměrná štíhlost

$$\bar{\lambda}_z = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr,z}}} = \sqrt{\frac{1915 \cdot 235}{379 \cdot 10^3}} = 1,090$$

Bezrozměrný parametr (křivka vzpěrné pevnosti $\underline{b}$)

$$\Phi_z = 0,5 \cdot \left[1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda}_z - 0,2) + \bar{\lambda}_z^2 \right] = 0,5 \cdot \left[1 + 0,34 \cdot (1,090 - 0,2) + 1,090^2 \right] = 1,245$$

Součinitel vzpěrnosti

$$\chi_z = \frac{1}{\Phi_z + \sqrt{\Phi_z^2 - \bar{\lambda}_z^2}} = \frac{1}{1,245 + \sqrt{1,245^2 - 1,090^2}} = 0,541$$

Kombinace vybočení kolmo na osu symetrie – kolmo na osu y + zkroucení (prostorový vzpěr)

Pro výpočet „kombinované“ kritické síly je nutné vyčíslit kritické síly pro jednotlivé směry vybočení

- Vybočení kolmo k ose symetrie (ve smyslu ČSN EN 1993-1-3 jde o $N_{cr,F}$ - flexural = pružný, rozuměj rovinný):

$$N_{cr,y} = \pi^2 \cdot \frac{EI_y}{L_{cr,y}^2} = \pi^2 \cdot \frac{210 \cdot 10^3 \cdot 2,81 \cdot 10^6}{2000^2} = 1454 \cdot 10^3 \text{ N} = 1454 \text{ kN}$$

- Vybočení zkroucením (podle ČSN EN 1993-1-3 se značí $N_{cr,T}$ - torsional = zkroucení):

$$N_{cr,\omega} = \frac{1}{i_0^2} \left(G \cdot I_t + \pi^2 \frac{EI_\omega}{L_{cr,\omega}^2} \right) = \frac{1}{54,1^2} \left(81 \cdot 10^3 \cdot 6,33 \cdot 10^4 + \pi^2 \frac{210 \cdot 10^3 \cdot 0}{2000^2} \right) = 1753 \cdot 10^3 \text{ N} = 1753 \text{ kN}$$

“Kombinovaná kritická síla (podle ČSN EN 1993-1-3 se značí $N_{cr,TF}$ - torsional + flexural = kombinace zkroucení a rovinného vzpěru):

$$N_{cr,y\omega} = \frac{N_{cr,y}}{2 \cdot \beta} \cdot \left[1 + \frac{N_{cr,\omega}}{N_{cr,y}} - \sqrt{\left(1 - \frac{N_{cr,\omega}}{N_{cr,y}} \right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{y_0}{i_0} \right)^2 \cdot \frac{N_{cr,\omega}}{N_{cr,y}}} \right]$$

$$\beta = 1 - \left(\frac{y_0}{i_0} \right)^2 = 1 - \left(\frac{32,8}{54,1} \right)^2 = 0,631$$

$$N_{cr,y\omega} = \frac{1454}{2 \cdot 0,631} \cdot \left[1 + \frac{1753}{1454} - \sqrt{\left(1 - \frac{1753}{1454} \right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{32,8}{5,1} \right)^2 \cdot \frac{1753}{1454}} \right] = 986 \text{ kN}$$

Zde existuje malá kontrola: $N_{cr,y\omega} < \begin{Bmatrix} N_{cr,y} \\ N_{cr,\omega} \end{Bmatrix}$ což je splněno, možná to máme dobře

Poměrná štíhlost

$$\bar{\lambda}_{y\omega} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr,y\omega}}} = \sqrt{\frac{1915 \cdot 235}{986 \cdot 10^3}} = 0,676$$

Bezrozměrný parametr (křivka vzpěrné pevnosti $\underline{b}$)

$$\Phi_{y\omega} = 0,5 \cdot \left[1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda}_{y\omega} - 0,2) + \bar{\lambda}_{y\omega}^2 \right] = 0,5 \cdot \left[1 + 0,34 \cdot (0,676 - 0,2) + 0,676^2 \right] = 0,809$$

Součinitel vzpěrnosti

$$\chi_{y\omega} = \frac{1}{\Phi_{y\omega} + \sqrt{\Phi_{y\omega}^2 - \bar{\lambda}_{y\omega}^2}} = \frac{1}{0,809 + \sqrt{0,809^2 - 0,676^2}} = 0,797$$

Návrhová vzpěrná únosnost

Součinitel vzpěrnosti

$$\chi = \min \left\{ \chi_z \right\} = \min \left\{ 0,541 \right\} = 0,541 \quad \text{rozhoduje vybočení kolmo k ose z – rovinný vzpěr (to šlo}$$

poznat už z kritických sil – ne vždy to platí, ještě tam je součinitel imperfekce, který může mít obecně různou hodnotu pro různé směry vybočení)

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,541 \cdot 1915 \cdot 235}{1,0} = 244 \cdot 10^3 \text{ N} = 244 \text{ kN}$$

Jednotkový posudek

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} = \frac{200}{244} = 0,82 \leq 1,0 \quad \Rightarrow \text{vyhovuje na vzpěr}$$

Poznámka pod čarou

O tom, zda-li je rozhodující rovinný vzpěr nebo prostorový vzpěr, rozhoduje vzájemná kombinace více proměnných (vzpěrné délky, momenty setrvačnosti k jednotlivým osám) $\Rightarrow$ viz graf níže. Uvedené hodnoty součinitelů vzpěrnosti platí pro $L_{cr,y} = L_{cr,z} = L_{cr,\omega}$.

