

# VÝPOČET PŘETVOŘENÍ PŘÍHRADOVÝCH KONSTRUKCÍ SILOVOU METODOU

## ... řešený příklad pro BO004

Silová metoda využívá princip virtuální práce. Zavádí se nový zatěžovací stav – virtuální zatížení. V tomto zatěžovacím stavu působí jednotková síla v uzlu, ve kterém chceme určit posun a směr působení této jednotkové síly je shodný se směrem počítané deformace.

K řešení se použije Maxwell-Mohrův vztah (1), integrál lze vyřešit pomocí Vereščaginova pravidla (2). Tato metoda umožňuje do výpočtu deformací zahrnout i vliv poddajnosti spojů (3) - uplatní se zejména ve dřevěných konstrukcích.

$$u = \int_0^l \frac{N \cdot N_1}{E \cdot A} dl \quad (1)$$

$$u = \sum_{i=1}^n \frac{N_i \cdot N_{1,i} \cdot l_i}{E_i \cdot A_i} \quad (2)$$

$$u = \sum_{i=1}^n \left( \frac{N_i \cdot N_{1,i} \cdot l_i}{E_i \cdot A_i} + \Delta_i \cdot N_{1,i} \right) \quad (3)$$

kde

$N_i$  je normálová síla v i-tém prutu od vnějšího zatížení [N],

$N_{1,i}$  normálová síla v i-tém prutu od virtuálního jednotkového zatížení [-],

$l_i$  délka i-tého prutu [mm],

$A_i$  průřezová plocha i-tého prutu [mm<sup>2</sup>],

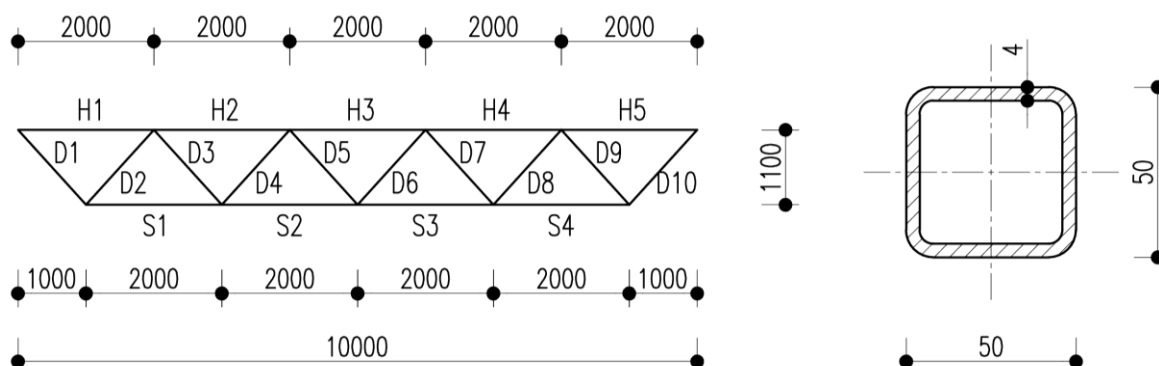
$E_i$  Youngův modul pružnosti i-tého prutu [MPa] a

$\Delta_i$  okamžitý prokluz spoje [mm].

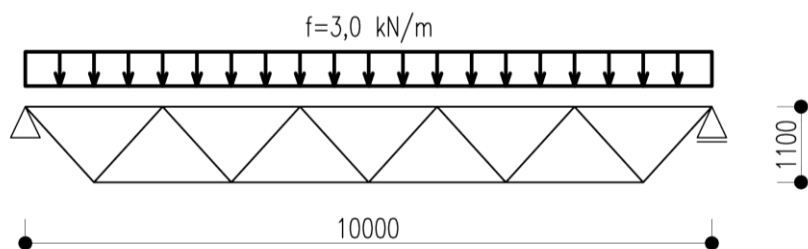
**Příklad č. 1 – přímopásová vaznice**

Přímopásová příhradová vaznice má rozpětí 10 m, výšku 1,1 m, průřez všech prutů je SHS 50×50×4.

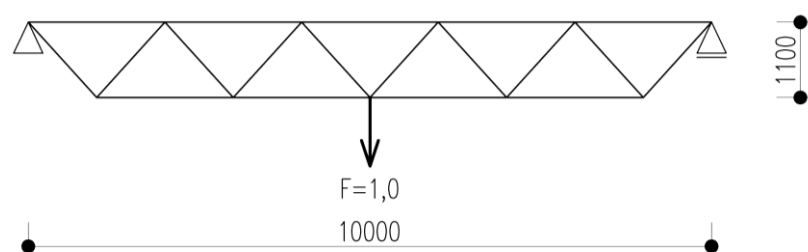
Vaznice je zatížena spojitým rovnoměrným zatížením 3,0 kN/m. Spočítejte průhyb uprostřed rozpětí.



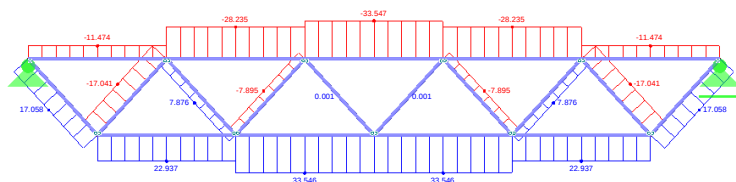
Spojité zatížení



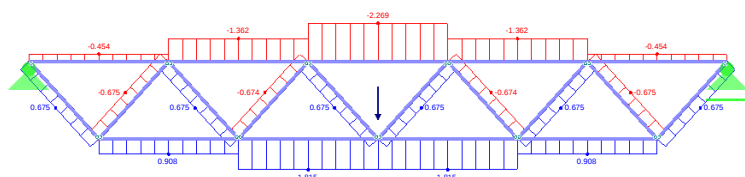
Virtuální zatížení

**a) Řešení silovou metodou**

Normálové síly od spojitého zatížení

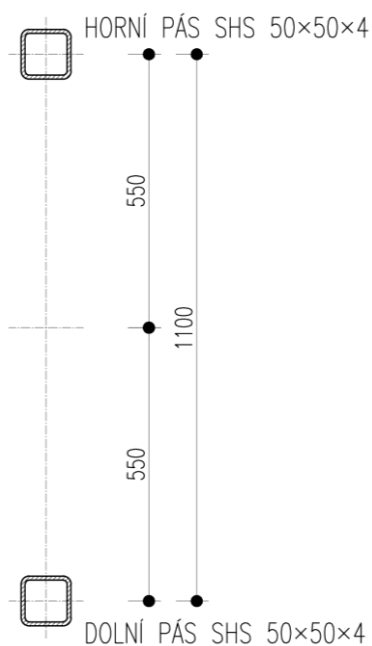


Normálové síly od virtuálního (jednotkového) zatížení



Tabulka vnitřních sil a deformací

| Prut | $N_{Ed}$ |        | $N_1$  | $l$  | $A$                | $w$          |
|------|----------|--------|--------|------|--------------------|--------------|
|      | [kN]     | [N]    | [-]    | [mm] | [mm <sup>2</sup> ] | [mm]         |
| H1   | -10,908  | -10908 | -0,455 | 2000 | 695                | 0,068        |
| H2   | -27,273  | -27273 | -1,364 | 2000 | 695                | 0,510        |
| H3   | -32,727  | -32727 | -2,273 | 2000 | 695                | 1,019        |
| H4   | -27,273  | -27273 | -1,364 | 2000 | 695                | 0,510        |
| H5   | -10,908  | -10908 | -0,455 | 2000 | 695                | 0,068        |
| D1   | 16,218   | 16218  | 0,676  | 1487 | 695                | 0,112        |
| D2   | -16,218  | -16218 | -0,676 | 1487 | 695                | 0,112        |
| D3   | 8,109    | 8109   | 0,676  | 1487 | 695                | 0,056        |
| D4   | -8,109   | -8109  | -0,676 | 1487 | 695                | 0,056        |
| D5   | 0,000    | 0      | 0,676  | 1487 | 695                | 0,000        |
| D6   | 0,000    | 0      | -0,676 | 1487 | 695                | 0,000        |
| D7   | -8,109   | -8109  | 0,676  | 1487 | 695                | -0,056       |
| D8   | 8,109    | 8109   | -0,676 | 1487 | 695                | -0,056       |
| D9   | -16,218  | -16218 | 0,676  | 1487 | 695                | -0,112       |
| D10  | 16,218   | 16218  | -0,676 | 1487 | 695                | -0,112       |
| S1   | 21,819   | 21819  | 0,909  | 2000 | 695                | 0,272        |
| S2   | 32,727   | 32727  | 1,818  | 2000 | 695                | 0,815        |
| S3   | 32,727   | 32727  | 1,818  | 2000 | 695                | 0,815        |
| S4   | 21,819   | 21819  | 0,909  | 2000 | 695                | 0,272        |
| SUMA |          |        |        |      |                    | <b>4,349</b> |

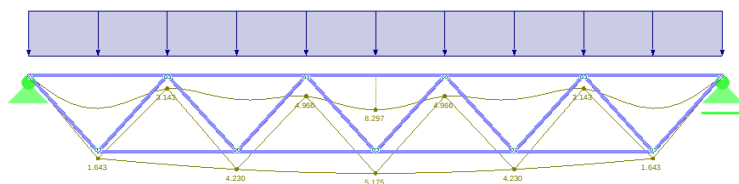
**b) Přibližné řešení – převedení na plnostěnný průřez**

Pro příhradový průřez se spočítá náhradní moment setrvačnosti (zanedbají se momenty setrvačnosti k vlastním osám pásů):

$$I_y = 2 \cdot A \cdot z^2 = 2 \cdot 695 \cdot 550^2 = 420 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

Hodnota průhybu uprostřed rozpětí prostého nosníku zatíženého spojitým rovnoměrným zatížením s náhradním momentem setrvačnosti:

$$w = \frac{5}{384} \cdot \frac{f \cdot L^4}{E \cdot I_y} = \frac{5}{384} \cdot \frac{3 \cdot 10000^4}{210000 \cdot 420 \cdot 10^6} = 4,424 \text{ mm}$$



$$w = 5,030 \text{ mm}$$

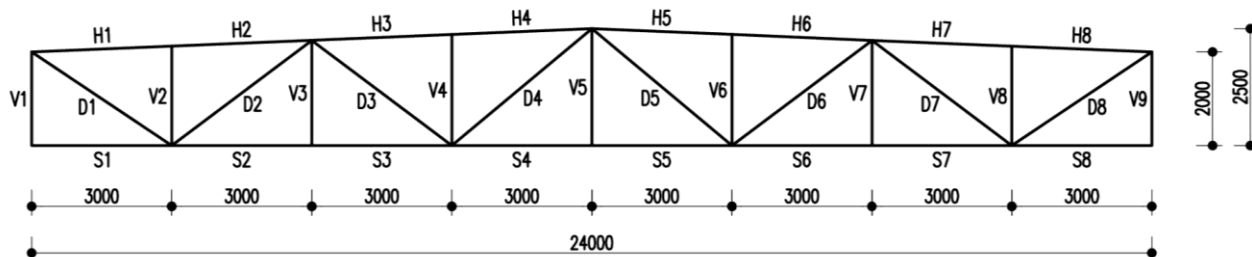
### Závěr

Normálové síly uvedené v tabulce výše platí pro model příhradové konstrukce, tak jak ji rozumí stavební mechanika – na koncích všech dílčích prutů jsou klouby. Reálně jsou ale pásy zhotoveny z jednoho kusu – jednotlivé pruty pásů by měly být modelovány s tuhým spojením, normálové síly se liší pouze nevýznamně.

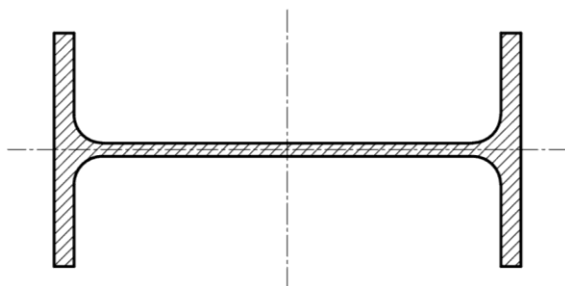
| Model          | Silová metoda | Přibližné řešení | Software |
|----------------|---------------|------------------|----------|
| Spojité pásy   | 5,165         | 4,424            | 5,175    |
| Nespojité pásy | 4,349         | 4,424            | 5,030    |

### Příklad č. 2 – sedlový vazník

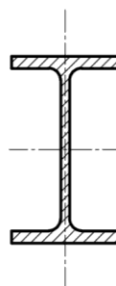
Sedlový příhradový vazník má rozpětí 24 m, výška nad podporou je 2,0 m a výška uprostřed rozpětí 2,5 m. Horní a dolní pásy jsou z profilu IPE 200, svislice IPE 80 a diagonály jsou z trubek 60,3×5. Vaznice je zatížena dvěma zatěžovacími stavy – sněhem plným a sněhem pravým, přičemž zatížení je do vazníku vnášeno v uzlech (připojení vaznic). Spočítejte maximální průhyby pro oba zatěžovací stavy.



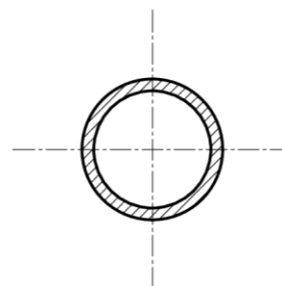
PÁSY IPE 200



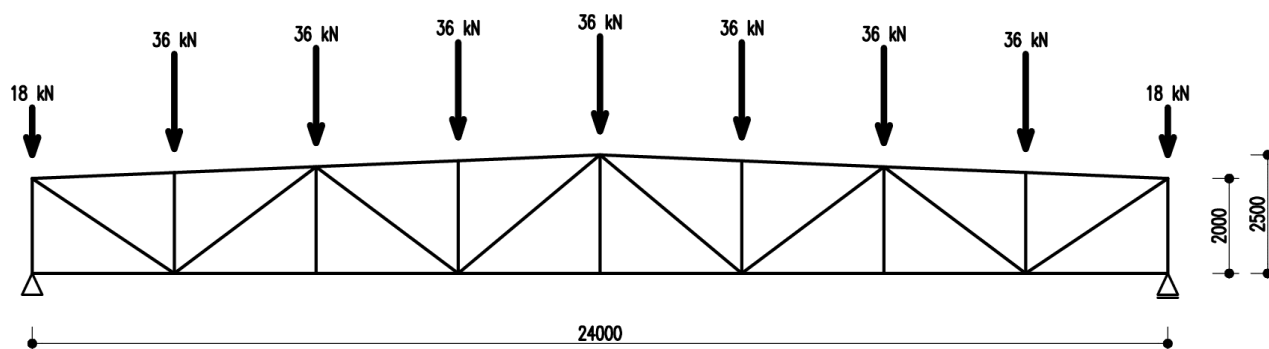
SVISLICE IPE 80



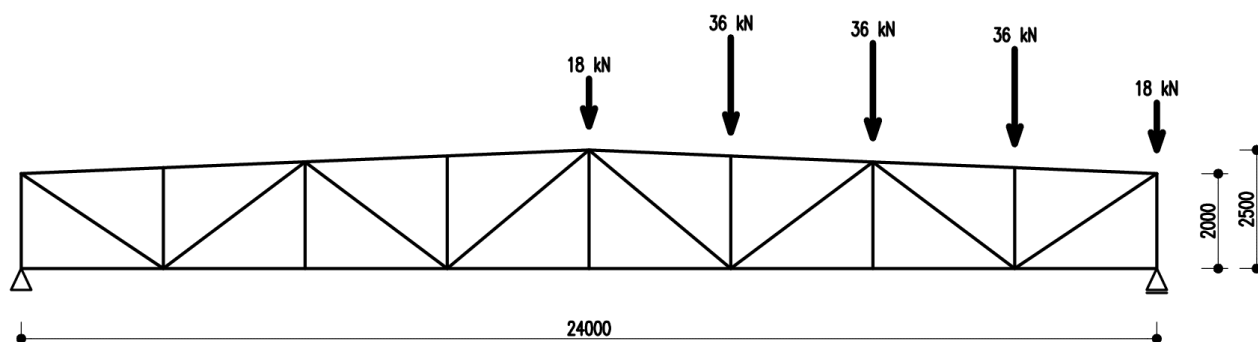
DIAGONÁLY TR 60,3×5



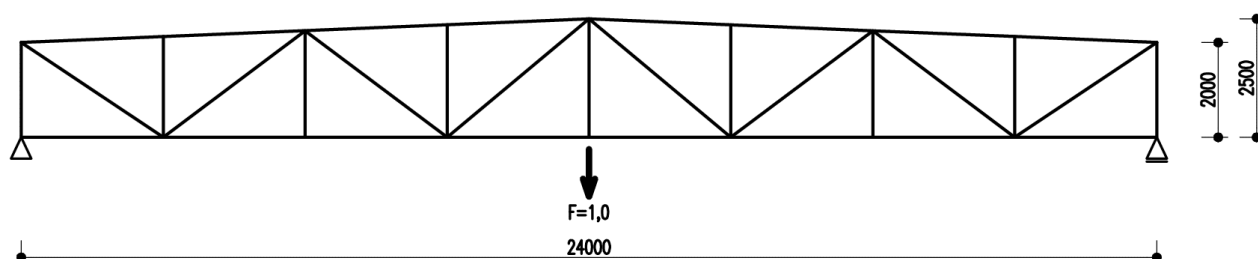
ZS1 – plný sníh



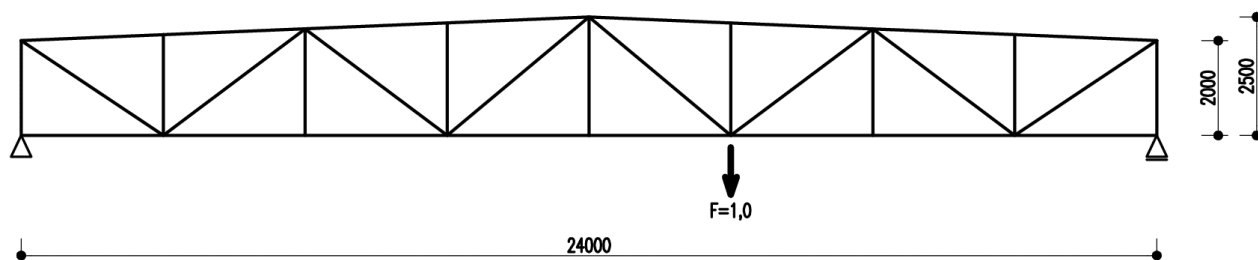
ZS2 – pravý sníh



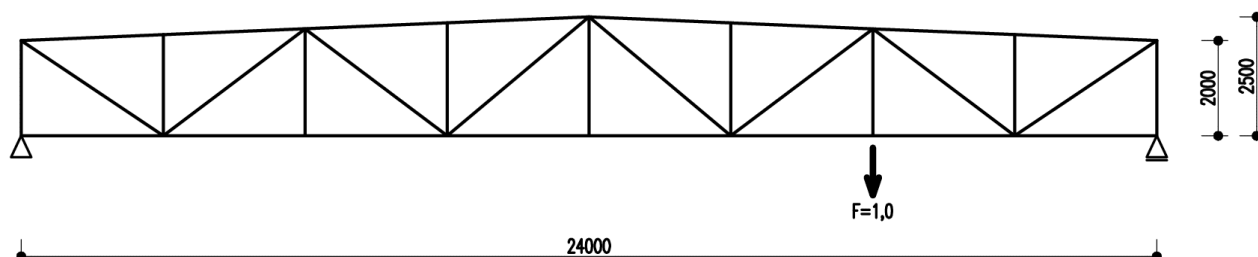
ZS3 – virtuální zatížení v uzlu e



ZS4 – virtuální zatížení v uzlu f

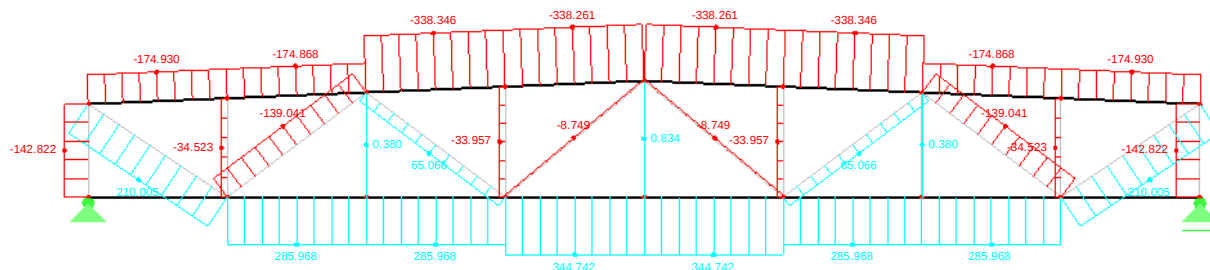


ZS5 – virtuální zatížení v uzlu g

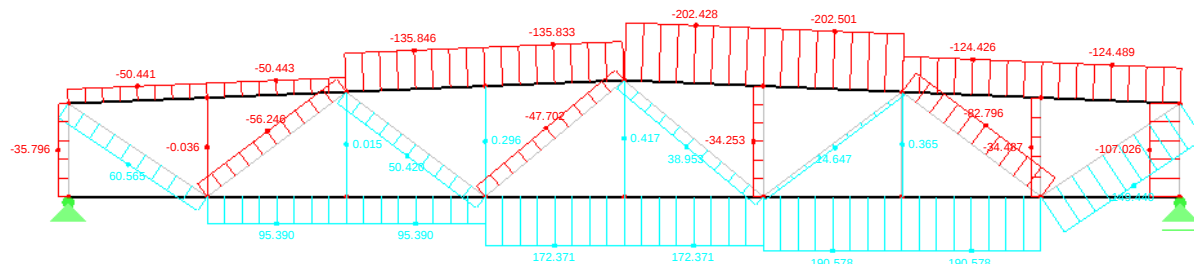


**a) Řešení silovou metodou**

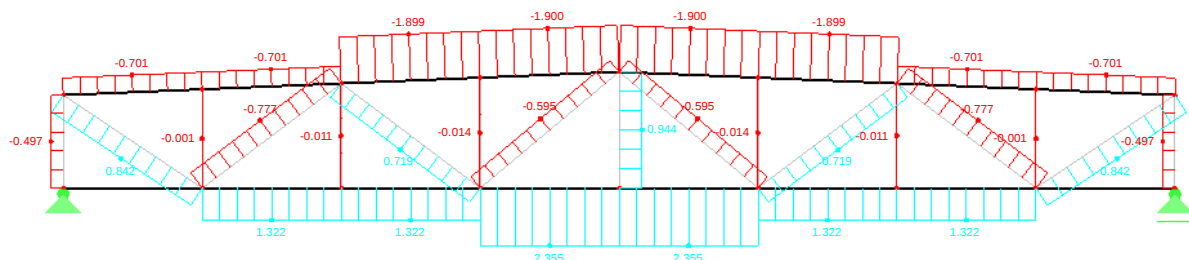
Normálové síly od ZS1



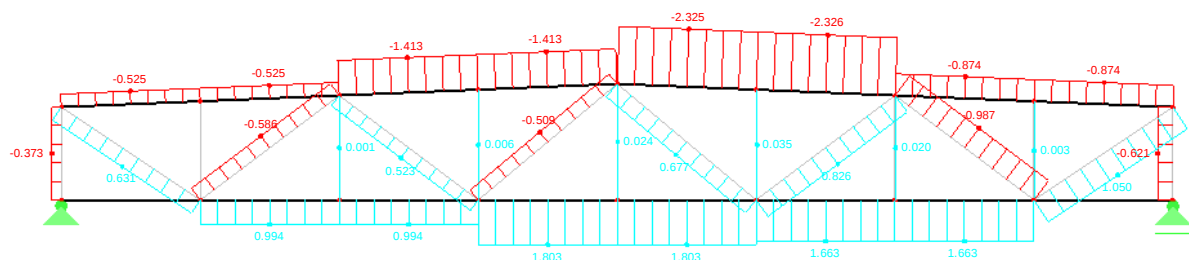
Normálové síly od ZS2



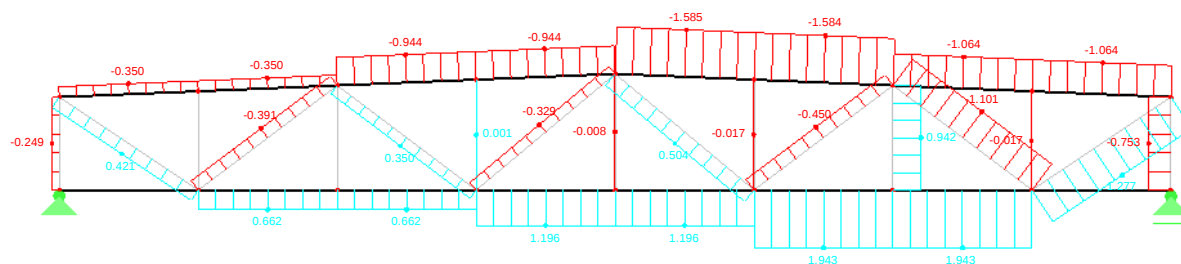
Normálové síly od ZS3



Normálové síly od ZS4



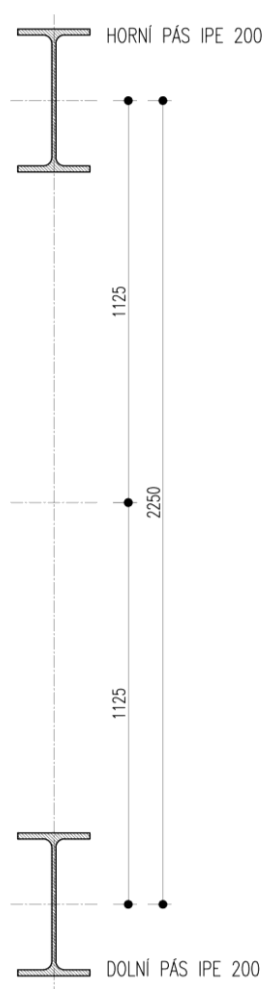
Normálové síly od ZS5



Tabulka vnitřních sil a deformací

| Prut | $N_{Ed}$ |          | $N_1$  |        |        | $l$  | $A$  | $w$    |                  |                  |                  |
|------|----------|----------|--------|--------|--------|------|------|--------|------------------|------------------|------------------|
|      | ZS1      | ZS2      | ZS3    | ZS4    | ZS5    |      |      | ZS1    | ZS2 <sub>e</sub> | ZS2 <sub>f</sub> | ZS2 <sub>g</sub> |
|      | [kN]     | [kN]     | [-]    | [-]    | [-]    |      |      | [mm]   | [mm]             | [mm]             | [mm]             |
| H1   | -178,037 | -50,868  | -0,706 | -0,530 | -0,353 | 3003 | 2850 | 0,631  | 0,180            | 0,135            | 0,090            |
| H2   | -178,037 | -50,868  | -0,706 | -0,530 | -0,353 | 3003 | 2850 | 0,631  | 0,180            | 0,135            | 0,090            |
| H3   | -341,349 | -136,539 | -1,896 | -1,422 | -0,948 | 3003 | 2850 | 3,247  | 1,299            | 0,974            | 0,649            |
| H4   | -341,349 | -136,539 | -1,896 | -1,422 | -0,948 | 3003 | 2850 | 3,247  | 1,299            | 0,974            | 0,649            |
| H5   | -341,349 | -204,809 | -1,896 | -2,370 | -1,580 | 3003 | 2850 | 3,247  | 1,948            | 2,436            | 1,624            |
| H6   | -341,349 | -204,809 | -1,896 | -2,370 | -1,580 | 3003 | 2850 | 3,247  | 1,948            | 2,436            | 1,624            |
| H7   | -178,037 | -127,169 | -0,706 | -0,883 | -1,060 | 3003 | 2850 | 0,631  | 0,450            | 0,563            | 0,676            |
| H8   | -178,037 | -127,169 | -0,706 | -0,883 | -1,060 | 3003 | 2850 | 0,631  | 0,450            | 0,532            | 0,676            |
| D1   | 213,788  | 61,082   | 0,848  | 0,636  | 0,424  | 3606 | 869  | 3,582  | 1,024            | 0,768            | 0,512            |
| D2   | -137,647 | -56,471  | -0,784 | -0,588 | -0,392 | 3750 | 869  | 2,218  | 0,910            | 0,682            | 0,455            |
| D3   | 66,316   | 50,528   | 0,702  | 0,526  | 0,351  | 3750 | 869  | 0,957  | 0,729            | 0,546            | 0,364            |
| D4   | -5,919   | -47,355  | -0,658 | -0,493 | -0,329 | 3905 | 869  | 0,083  | 0,667            | 0,500            | 0,333            |
| D5   | -5,919   | 41,435   | -0,658 | 0,740  | 0,493  | 3905 | 869  | 0,083  | -0,583           | 0,656            | 0,437            |
| D6   | 66,316   | 15,789   | 0,702  | 0,877  | -0,526 | 3750 | 869  | 0,957  | 0,228            | 0,285            | -0,171           |
| D7   | -137,647 | -81,176  | -0,784 | -0,980 | -1,176 | 3750 | 869  | 2,218  | 1,308            | 1,635            | 1,962            |
| D8   | 213,788  | 152,706  | 0,848  | 1,060  | 1,273  | 3606 | 869  | 3,582  | 2,559            | 3,199            | 3,841            |
| V1   | -144,000 | -36,000  | -0,500 | -0,375 | -0,250 | 2000 | 764  | 0,898  | 0,224            | 0,168            | 0,112            |
| V2   | -36,000  | 0,000    | 0,000  | 0,000  | 0,000  | 2125 | 764  | 0,000  | 0,000            | 0,000            | 0,000            |
| V3   | 0,000    | 0,000    | 0,000  | 0,000  | 0,000  | 2250 | 764  | 0,000  | 0,000            | 0,000            | 0,000            |
| V4   | -36,000  | 0,000    | 0,000  | 0,000  | 0,000  | 2375 | 764  | 0,000  | 0,000            | 0,000            | 0,000            |
| V5   | 0,000    | 0,000    | 1,000  | 0,000  | 0,000  | 2500 | 764  | 0,000  | 0,000            | 0,000            | 0,000            |
| V6   | -36,000  | -36,000  | 0,000  | 0,000  | 0,000  | 2375 | 764  | 0,000  | 0,000            | 0,000            | 0,000            |
| V7   | 0,000    | 0,000    | 0,000  | 0,000  | 1,000  | 2250 | 764  | 0,000  | 0,000            | 0,000            | 0,000            |
| V8   | -36,000  | -36,000  | 0,000  | 0,000  | 0,000  | 2125 | 764  | 0,000  | 0,000            | 0,000            | 0,000            |
| V9   | -144,000 | -108,000 | 0,500  | 0,000  | 0,000  | 2000 | 764  | -0,898 | -0,673           | 0,000            | 0,000            |
| S1   | 0,000    | 0,000    | 0,000  | 0,000  | 0,000  | 3000 | 2850 | 0,000  | 0,000            | 0,000            | 0,000            |
| S2   | 288,000  | 96,000   | 1,333  | 1,000  | 0,667  | 3000 | 2850 | 1,924  | 0,641            | 0,481            | 0,321            |
| S3   | 288,000  | 96,000   | 1,333  | 2,000  | 0,667  | 3000 | 2850 | 1,924  | 0,641            | 0,962            | 0,321            |
| S4   | 345,600  | 172,800  | 2,400  | 1,800  | 1,200  | 3000 | 2850 | 4,158  | 2,079            | 1,559            | 1,039            |
| S5   | 345,600  | 172,800  | 2,400  | 1,800  | 1,200  | 3000 | 2850 | 4,158  | 2,079            | 1,559            | 1,039            |
| S6   | 288,000  | 192,000  | 1,333  | 1,667  | 2,000  | 3000 | 2850 | 1,924  | 1,283            | 1,604            | 1,925            |
| S7   | 288,000  | 192,000  | 1,333  | 1,667  | 2,000  | 3000 | 2850 | 1,924  | 1,283            | 1,604            | 1,925            |
| S8   | 0,000    | 0,000    | 0,000  | 0,000  | 0,000  | 3000 | 2850 | 0,000  | 0,000            | 0,000            | 0,000            |
| SUMA |          |          |        |        |        |      |      | 45,204 | 22,153           | 24,393           | 20,496           |

Největší průhyb od ZS1 bude jistě uprostřed rozpětí. Největší průhyb od ZS2 bude někde v pravé polovině vazníku. Protože dopředu nevíme kde, modeluje se virtuální zatížení ve třech zatěžovacích stavech (ZS3, ZS4, ZS5) a průhyb se spočítá pro každý z nich

**b) Přibližné řešení – převedení na plnostěnný průřez**

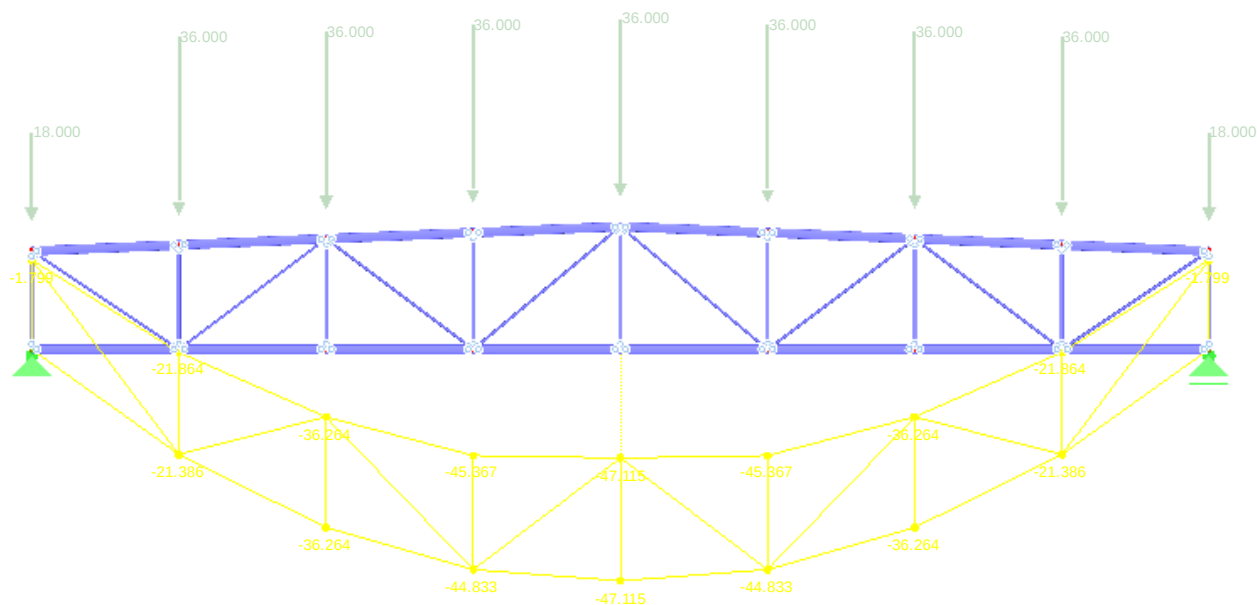
Pro příhradový průřez se spočítá náhradní moment setrvačnosti (zanedbají se momenty setrvačnosti k vlastním osám pásů):

$$I_y = 2 \cdot A \cdot z^2 = 2 \cdot 2850 \cdot 1125^2 = 7,214 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

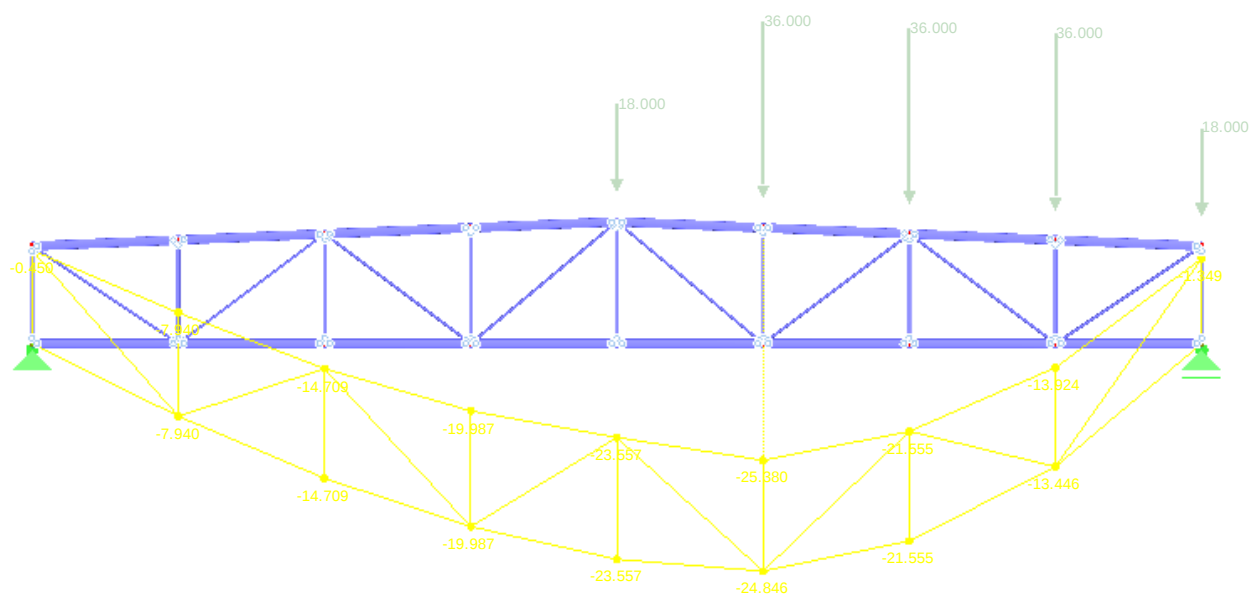
Hodnota průhybu uprostřed rozpětí prostého nosníku zatíženého spojitým rovnoměrným zatížením (ZS1) s náhradním momentem setrvačnosti:

$$w = \frac{5}{384} \cdot \frac{f \cdot L^4}{E \cdot I_y} = \frac{5}{384} \cdot \frac{12 \cdot 24000^4}{210000 \cdot 7,214 \cdot 10^9} = 34,219 \text{ mm}$$

Pro výpočet průhybu prostého nosníku zatíženého spojitým rovnoměrným zatížením poloviny rozpětí se najde vztah ve statických tabulkách:

**c) Řešení v softwaru**

$w = 47,115 \text{ mm}$



$w = 24,846 \text{ mm}$

### Závěr

Normálové síly uvedené v tabulce výše platí pro model příhradové konstrukce, tak jak ji rozumí stavební mechanika – na koncích všech dílčích prutů jsou klouby. Reálně jsou ale pásy zhotoveny z jednoho kusu – jednotlivé pruty pásů by měly být modelovány s tuhým spojením, normálové síly se liší pouze nevýznamně.

| Model          | Zatížení | Silová metoda | Přibližné řešení | Software |
|----------------|----------|---------------|------------------|----------|
| Spojité pásy   | ZS1      | 42,602        | 34,219           | 46,776   |
|                | ZS2      | 24,314        | ???              | 24,574   |
| Nespojité pásy | ZS1      | 45,204        | 34,219           | 47,115   |
|                | ZS2      | 24,393        | ???              | 24,846   |