VÝPOČET VNITŘNÍCH SIL NA PROSTÉM NOSNÍKU OD POHYBLIVÉHO ZATÍŽENÍ

… řešený příklad pro BO004

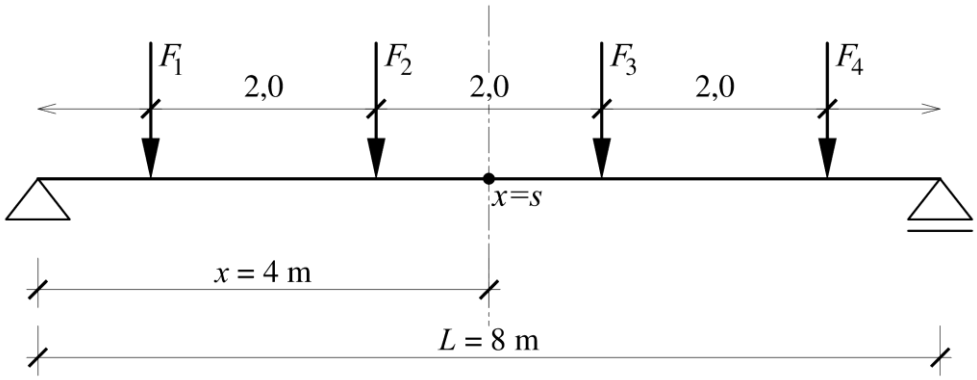
Úkolem je určit největší ohybový moment na prostém nosníku zatíženém pohyblivou soustavou břemen F_1, F_2,…, F_n s pevnými vzdálenostmi podle obrázku.

$F_1 = 8{,}0$ kN

$F_2 = 10{,}0$ kN

$F_3 = 12{,}0$ kN

$F_4 = 5{,}0$ kN



Winklerovo kritérium

Pomocí Winklerova kritéria určíme aritmeticky střední (kritické) břemeno soustavy, které umístíme do průřezu x prostého nosníku pro vyvození největšího ohybového momentu max M_x. Je to břemeno, jehož přičtením, sčítáme-li břemena od levého konce soustavy, se přestoupí nebo i dosáhne hodnota $R \times x/L$, kde R je výslednice soustavy břemen, x je vzdálenost daného průřezu od levé podpory a L je rozpětí nosníku.

$$R_{k-1} < R\frac{x}{L} \leq R_k$$

Pokud při umístění aritmeticky středního břemene F_k do průřezu x některé břemeno soustavy z nosníku vyjede nebo jiné břemeno na nosník vjede, výpočet se opakuje s novou výslednicí R odpovídající změněné soustavě.

Dá se předpokládat, že největší ohybový moment bude v blízkosti poloviny rozpětí, průřez x umístíme do středu rozpětí s → vzdálenost x = 4 m je vzdálenost od levé podpory do bodu x.

Výslednice soustavy břemen R

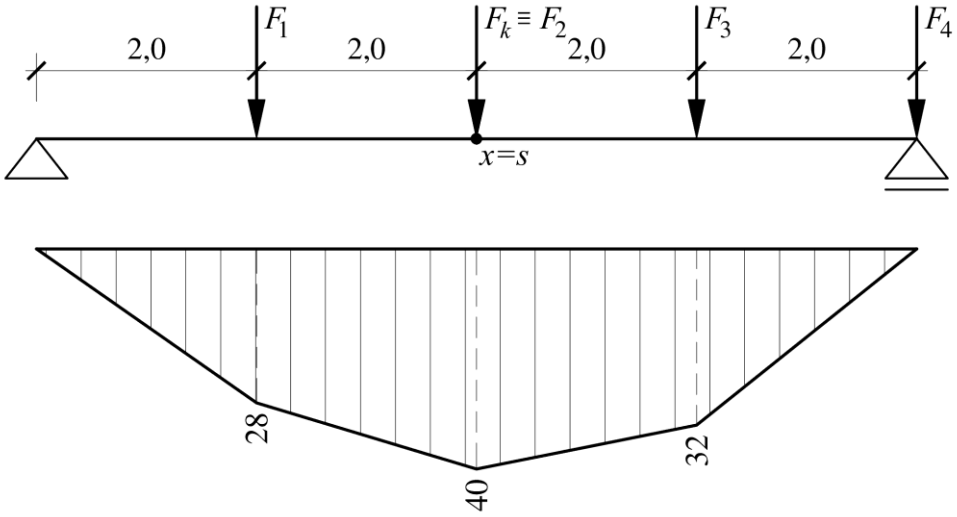
$$R = \sum_{i=1}^{n} F_i = 8{,}0 + 10{,}0 + 12{,}0 + 5{,}0 = 35{,}0 \text{ kN}$$

Určení aritmeticky středního břemene

$$R\frac{x}{L} = 35 \cdot \frac{4}{8} = 17{,}5 \text{ kN} > R_1 = F_1 = 8{,}0 \text{ kN}$$ břemeno F_1 není kritické břemeno

$$R\frac{x}{L} = 35 \cdot \frac{4}{8} = 17{,}5 \text{ kN} \le R_2 = F_1 + F_2 = 8{,}0 + 10 = 18 \text{ kN}$$ břemeno F_2 je kritické břemeno

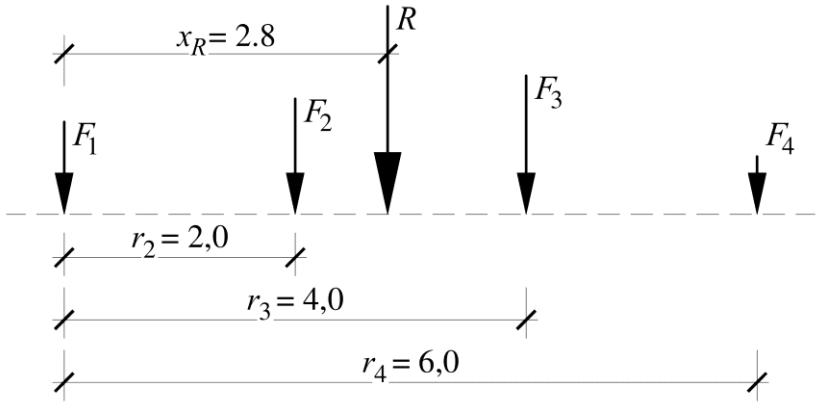
→ Pro vyvození max M_x se do průřezu x umístí aritmeticky střední břemeno $F_k \equiv F_2$.



Břemenové kritérium

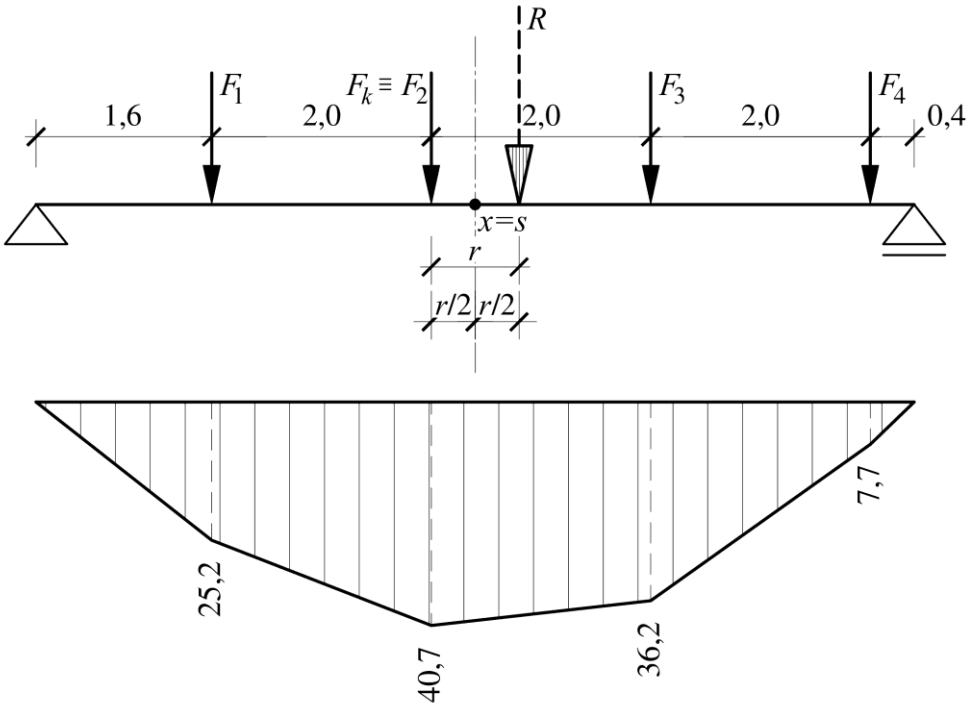
Pomocí břemenového kritéria najdeme takovou polohu soustavy břemen na prostém nosníku, která vyvodí největší ohybový moment pod daným břemenem. Maximální ohybový moment max M_{F_k} pod kritickým břemenem F_k dostaneme, když soustavu břemen umístíme na nosníku tak, že střed nosníku půlí vzdálenost r mezi kritickým břemenem F_k a výslednicí soustavy R.

Nejprve je nutné určit polohu výslednice soustavy R, např. pomocí momentové podmínky rovnováhy



$$x_R = \frac{\sum_{i=1}^{n} F_i \cdot r_i}{R} = \frac{8 \cdot 0 + 10 \cdot 2 + 12 \cdot 4 + 5 \cdot 6}{35} = 2{,}8 \text{ m}$$

Při výpočtu vnitřních sil (reakcí, deformací atd.) se s výslednicí soustavy R samozřejmě neuvažuje.

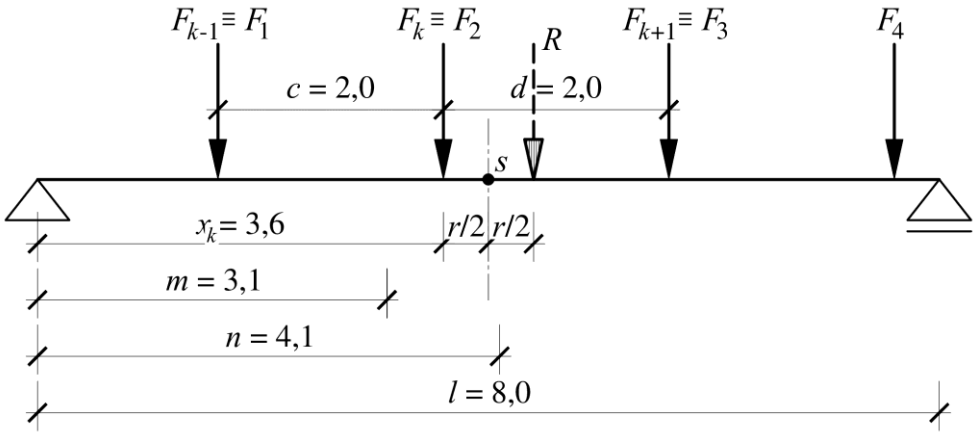


Šolínovo kritérium

Nosník se dimenzuje na největší ohybový moment maxmax M. Ve většině případů je již maxmax $M \equiv M_{F_k}$ → moment zjištěný aplikací Winklerova a břemenového kritéria. Je-li aritmeticky střední břemeno výrazně menší, než jeho sousední břemeno na levé straně F_{k-1} nebo pravé straně F_{k+1}, může se stát, že maxmax M vznikne pod jedním z těchto břemen. Šolínovým kritériem se ověří, zda-li tento případ nastane nebo nenastane.

$$q_m < q < q_n$$

Je-li splněna tato nerovnost, vzniká pod kritickým břemenem F_k větší ohybový moment než pod kterýmkoliv jeho jiným sousedním břemenem.



$c = \overline{F_{k-1}F_k} = 2{,}0$ m — vzdálenost kritického břemene a břemene předcházejícího

$d = \overline{F_kF_{k+1}} = 2{,}0$ m — vzdálenost kritického břemene a břemene následujícího

Úseky na nosníku

$$m = x_k - \frac{c}{4} = 3{,}6 - \frac{2{,}0}{4} = 3{,}1\ \text{m}$$

$$n = x_k + \frac{d}{4} = 3{,}6 + \frac{2{,}0}{4} = 4{,}1\ \text{m}$$

Výslednice břemen na úsecích nosníku *m*, *l*, *n*

$$R_m = \sum_{i=1}^{k-1} F_i = 8\ \text{kN}$$

$$R = \sum_{i=1}^{n} F_i = 35\ \text{kN}$$

$$R_n = \sum_{i=1}^{k} F_i = 18\ \text{kN}$$

Průměrná zatížení na úsecích nosníku *m*, *l*, *n*

$$q_m = \frac{R_m}{m} = \frac{8}{3{,}1} = 2{,}58\ \text{kN/m}$$

$$q = \frac{R}{l} = \frac{35}{8} = 4{,}375\ \text{kN/m}$$

$$q_n = \frac{R_n}{n} = \frac{18}{4{,}1} = 4{,}39\ \text{kN/m}$$

Šolínovo kritérium

$$2{,}58 < 4{,}375 < 4{,}39$$

je splněno → největší ohybový moment maxmax *M* je moment $M_{F_k} = 40{,}7\ \text{kNm}$.

Kdyby Šolínovo kritérium splněno nebylo, největší ohybový moment by byl pod jedním ze sousedních břemen F_{k-1} nebo F_{k+1} a to konkrétně pod břemenem umístěným na té straně, kde není splněna nerovnost.

Doporučená literatura:

KADLČÁK, J., KYTÝR, J. *Statika stavebních konstrukcí I*. VUTIUM Brno, 2001, ISBN 80-214-1877-X.