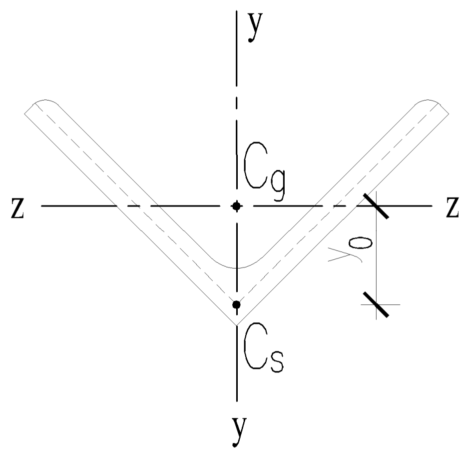
VZPĚR ROVNORAMENNÉHO ÚHELNÍKA

Vypočítejte návrhovou vzpěrnou únosnost prutu délky 2 metry kloubově uloženého na obou koncích pro všechny směry vybočení s průřezem rovnoramenného úhelníku L 100x100x10 z konstrukční oceli S235.

Vstupní hodnoty



Návrhová osová tlaková síla v prutu

$N_{Ed} = 200\ kN$

Konstrukční ocel S235

$f_y = 235\ MPa$

Délka prutu

$L = 2000\ mm$

Vzpěrná délka prutu

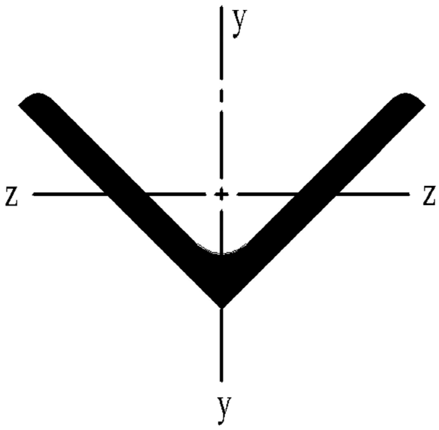
$L_{cr,y} = L_{cr,z} = L_{cr,\omega} = 2000\ mm$

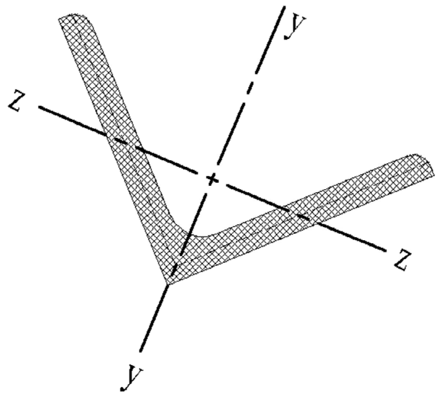
Průřezové charakteristiky L 100x100x10

$A = 1915\ mm^2$	průřezová plocha
$I_y = 2{,}81.10^6\ mm^4$	největší moment setrvačnosti k hlavní ose y
$I_z = 7{,}32.10^5\ mm^4$	nejmenší moment setrvačnosti k hlavní ose z
$I_t = 6{,}33.10^4\ mm^4$	moment tuhosti v prostém kroucení
$I_\omega = 0\ mm^6$	výsečový moment setrvačnosti
$i_y = 38{,}3\ mm$	poloměr setrvačnosti k hlavní ose y
$i_z = 19{,}5\ mm$	poloměr setrvačnosti k hlavní ose z
$y_0 = 32{,}8\ mm$	vzdálenost středu smyku od těžiště měřená podél osy y
$z_0 = 0\ mm$	vzdálenost středu smyku od těžiště měřená podél osy z
$i_0 = 54{,}1\ mm$	polární poloměr setrvačnosti ke středu smyku ($i_0^2 = i_y^2 + i_z^2 + y_0^2 + z_0^2$)

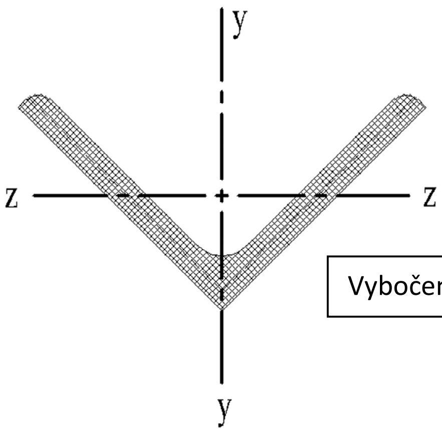
Jednoose symetrické průřezy mohou vybočit dvěma způsoby (směry):

- Vybočení ve směru osy symetrie => χ_z
- Kombinace vybočení kolmo k ose symetrie a zkroucení => $\chi_{y\omega}$





Kombinace vybočení kolmo k ose *y* a zkroucení



Vybočení kolmo k ose *z*

Rozhodující směr vybočení je ten, pro který vyjde nejnižší hodnota součinitele vzpěrnosti.

<u>Vybočení ve směru osy symetrie – kolmo na osu *z* (rovinný vzpěr)</u>

$$N_{cr,z} = \pi^2 \cdot \frac{EI_z}{L_{cr,z}^2} = \pi^2 \cdot \frac{210.10^3 \cdot 7{,}32.10^5}{2000^2} = 379.10^3 \ N = 379 \ kN$$

Poměrná štíhlost

$$\overline{\lambda}_z = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr,z}}} = \sqrt{\frac{1915 \cdot 235}{379.10^3}} = 1{,}090$$

Bezrozměrný parametr (křivka vzpěrné pevnosti <u>b</u>)

$$\Phi_z = 0{,}5 \cdot \left[1 + \alpha \cdot \left(\overline{\lambda}_z - 0{,}2\right) + \overline{\lambda}_z^{\,2}\right] = 0{,}5 \cdot \left[1 + 0{,}34 \cdot \left(1{,}090 - 0{,}2\right) + 1{,}090^2\right] = 1{,}245$$

Součinitel vzpěrnosti

$$\chi_z = \frac{1}{\Phi_z + \sqrt{\Phi_z^{\,2} - \overline{\lambda}_z^{\,2}}} = \frac{1}{1{,}245 + \sqrt{1{,}245^2 - 1{,}090^2}} = 0{,}541$$

Kombinace vybočení kolmo na osu symetrie – kolmo na osu *y* + zkroucení (prostorový vzpěr)

Pro výpočet „kombinované“ kritické síly je nutné vyčíslit kritické síly pro jednotlivé směry vybočení

- Vybočení kolmo k ose symetrie (ve smyslu ČSN EN 1993-1-3 jde o $N_{cr,F}$ - flexural = pružný, rozuměj rovinný):

$$N_{cr,y} = \pi^2 \cdot \frac{EI_y}{L_{cr,y}^2} = \pi^2 \cdot \frac{210.10^3 \cdot 2{,}81.10^6}{2000^2} = 1454.10^3\ N = 1454\ kN$$

- Vybočení zkroucením (podle ČSN EN 1993-1-3 se značí $N_{cr,T}$ - torsional = zkroucení):

$$N_{cr,\omega} = \frac{1}{i_0^2}\left(G \cdot I_t + \pi^2 \frac{EI_\omega}{L_{cr,\omega}^2}\right) = \frac{1}{54{,}1^2}\left(81.10^3 \cdot 6{,}33.10^4 + \pi^2 \frac{210.10^3 \cdot 0}{2000^2}\right) = 1753.10^3\ N = 1753\ kN$$

“Kombinovaná kritická síla (podle ČSN EN 1993-1-3 se značí $N_{cr,TF}$ - torsional + flexural = kombinace zkroucení a rovinného vzpěru):

$$N_{cr,y\omega} = \frac{N_{cr,y}}{2 \cdot \beta} \cdot \left[1 + \frac{N_{cr,\omega}}{N_{cr,y}} - \sqrt{\left(1 - \frac{N_{cr,\omega}}{N_{cr,y}}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{y_0}{i_0}\right)^2 \cdot \frac{N_{cr,\omega}}{N_{cr,y}}}\right]$$

$$\beta = 1 - \left(\frac{y_0}{i_0}\right)^2 = 1 - \left(\frac{32{,}8}{54{,}1}\right)^2 = 0{,}631$$

$$N_{cr,y\omega} = \frac{1454}{2 \cdot 0{,}631} \cdot \left[1 + \frac{1753}{1454} - \sqrt{\left(1 - \frac{1753}{1454}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{32{,}8}{5{,}1}\right)^2 \cdot \frac{1753}{1454}}\right] = 986\ kN$$

Zde existuje malá kontrola: $N_{cr,y\omega} < \left\{\begin{matrix} N_{cr,y} \\ N_{cr,\omega} \end{matrix}\right\}$ což je splněno, možná to máme dobře

Poměrná štíhlost

$$\bar{\lambda}_{y\omega} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr,y\omega}}} = \sqrt{\frac{1915 \cdot 235}{986.10^3}} = 0{,}676$$

Bezrozměrný parametr (křivka vzpěrné pevnosti b)

$$\Phi_{y\omega} = 0{,}5 \cdot \left[1 + \alpha \cdot \left(\bar{\lambda}_{y\omega} - 0{,}2\right) + \bar{\lambda}_{y\omega}^2\right] = 0{,}5 \cdot \left[1 + 0{,}34 \cdot (0{,}676 - 0{,}2) + 0{,}676^2\right] = 0{,}809$$

Součinitel vzpěrnosti

$$\chi_{y\omega} = \frac{1}{\Phi_{y\omega} + \sqrt{\Phi_{y\omega}^2 - \bar{\lambda}_{y\omega}^2}} = \frac{1}{0{,}809 + \sqrt{0{,}809^2 - 0{,}676^2}} = 0{,}797$$

Návrhová vzpěrná únosnost

Součinitel vzpěrnosti

$$\chi = \min\begin{Bmatrix} \chi_z \\ \chi_{y\omega} \end{Bmatrix} = \min\begin{Bmatrix} 0{,}541 \\ 0{,}797 \end{Bmatrix} = 0{,}541$$

rozhoduje vybočení kolmo k ose z – rovinný vzpěr (to šlo poznat už z kritických sil – ne vždy to platí, ještě tam je součinitel imperfekce, který může mít obecně různou hodnotu pro různé směry vybočení)

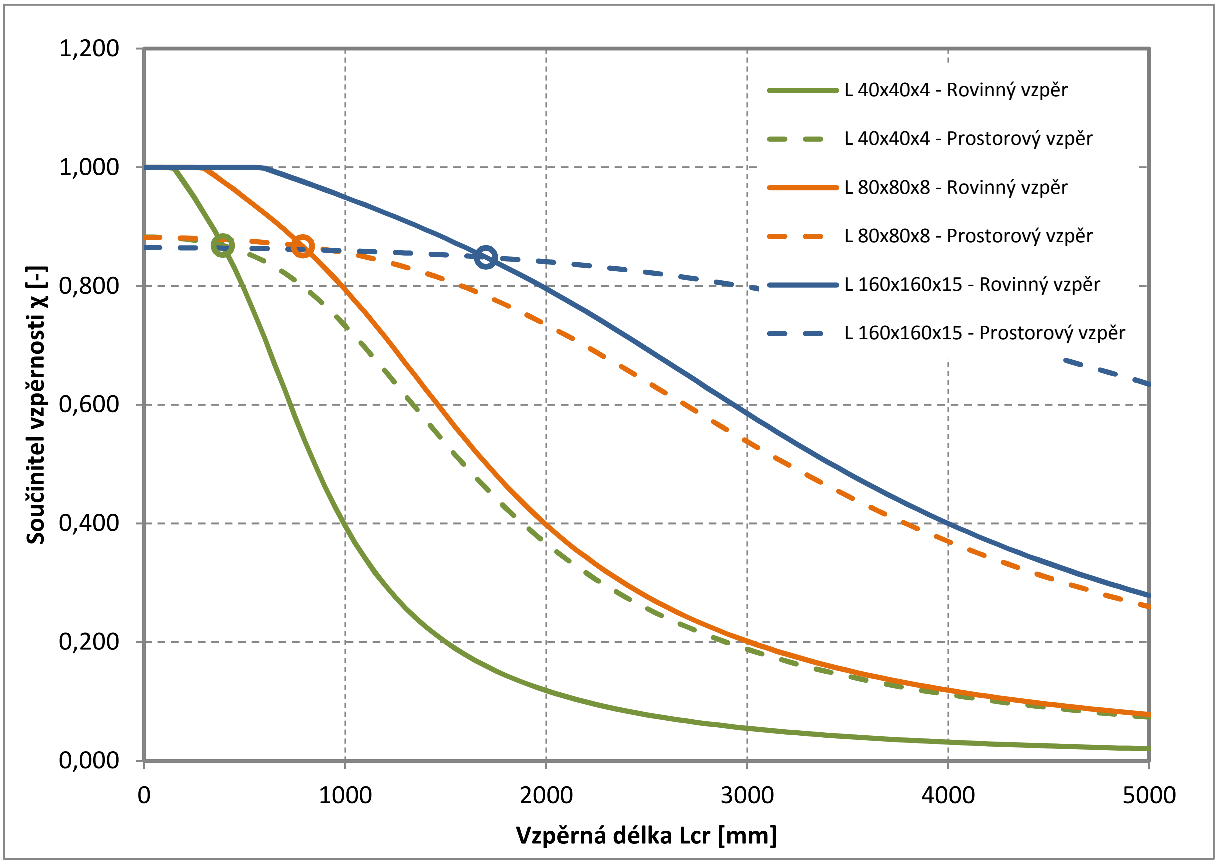
$$N_{b,Rd} = \frac{\chi \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0{,}541 \cdot 1915 \cdot 235}{1{,}0} = 244.10^3\ N = 244\ kN$$

Jednotkový posudek

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} = \frac{200}{244} = 0{,}82 \quad \leq \quad 1{,}0$$

=> *vyhovuje na vzpěr*

LZE S JISTOTOU TVRDIT, ŽE JE ROVINNÝ VZPĚR VŽDY ROZHODUJÍCÍ?



Nelze! Pro malé vzpěrné délky je rozhodující prostorový vzpěr, přičemž délka, od které rozhoduje rovinný vzpěr, roste se zvětšováním úhelníku. Tohle všechno ale platí pouze pro $L_{cr,y} = L_{cr,z} = L_{cr,\omega}$!